ORSAY
n° d'ordre:
2590

# THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR D'ETAT
SPECIALITE: SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Yves LAPIERRE

---

Sujet de la Thèse

## CHAUFFAGE CYCLOTRONIQUE IONIQUE DANS LE TOKAMAK DE FONTENAY AUX ROSES

Soutenue le 25 Mai 1982 devant la Commission d'Examen

| | | |
|---|---|---|
| M. | M. FITAIRE | Président |
| Mme | R. MARX | |
| MM. | T. CONSOLI | |
| | J. ADAM | Rapporteur |
| | G. LAVAL | |
| | J. TACHON | |
| | J. SCHMITT | Directeur de Recherche |

ORSAY
n° d'ordre:
2590

# THESE

PRESENTEE

## A L'UNIVERSITE PARIS-SUD
## CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR D'ETAT
SPECIALITE: SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Yves LAPIERRE

---

Sujet de la Thèse

## CHAUFFAGE CYCLOTRONIQUE IONIQUE DANS LE TOKAMAK DE FONTENAY AUX ROSES

Soutenue le 25 Mai 1982 devant la Commission d'Examen

| | | |
|---|---|---|
| M. | M. FITAIRE | Président |
| Mme | R. MARX | |
| MM. | T. CONSOLI | |
| | J. ADAM | Rapporteur |
| | G. LAVAL | |
| | J. TACHON | |
| | J. SCHMITT | Directeur de Recherche |

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

"Découvrir les lois de la Physique,
c'est comme assembler les pièces d'un puzzle.
Nous avons tant de pièces différentes qui se
multiplient rapidement ..."

R. Feynman

A Viking ...

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543523_0013

Préparer une thèse sur une grosse machine comme le Tokamak de Fontenay-aux-Roses est une expérience humaine très enrichissante. En dehors de l'attrait scientifique du travail, il existe un attrait bien plus grand : pouvoir s'intégrer dans une équipe de physiciens, d'ingénieurs et de techniciens qui travaillent ensembles pour aboutir à un résultat collectif. Tout au long de cette thèse, je citerai l'Equipe T.F.R.. De même, les publications expérimentales portent cette signature collective. Il m'a fallu tout d'abord m'intégrer dans cette équipe. En tant que jeune physicien, l'Equipe T.F.R. m'a initié à la physique des Tokamaks. Plus tard, j'ai eu à convaincre cet aéropage de physiciens chevronnés pour disposer de temps machine. Ceci m'a permis de ne pas m'aventurer sur des terrains par trop mouvants. Chaque idée étant discutée, et critiquée, elle devient plus solide et mieux étayée. Les idées fausses ne peuvent subsister. Le travail expérimental a souvent consisté pour moi à n'être qu'un simple servant chargé des besognes quotidiennes de l'expérimentation. Mais le travail d'un physicien n'est pas seulement de faire des découvertes géniales. J'ai ainsi appris la modestie et le goût du travail en équipe.

Pour toutes ces raisons, je voulais remercier en premier l'Equipe T.F.R.. Je voudrais également exprimer ma gratitude aux personnes qui se sont plus particulièrement chargés de mon éducation.

Tout d'abord Jacques Schmitt qui m'a fait naître à la physique des plasmas. Il m'a initié aussi bien aux joies de la théorie qu'au travail souvent laborieux du physicien expérimentateur. Il m'a également fait découvrir l'enthousiasme que procure un résultat . Après avoir trouvé sa voie dans la physique du silicium amorphe, il a néanmoins continué à me consacrer un temps précieux et a me guider par ses avis et critiques. Qu'il trouve ici l'assurance de ma gratitude et la reconnaissance d'un ami.

Jean Adam fut également mon professeur de physique expérimentale. Par son esprit critique et son sens physique, il a modéré mes ardeurs. Il a su me faire comprendre que la théorie n'est pas nécessairement le dernier recours et que l'observation et un esprit ouvert sont les deux pierres d'angles de la physique expérimentale. Je lui dois d'être peut être devenu un physicien.

Jean Jacquinot m'a entraîné à sa suite à la découverte des équations de dispersion. Son enthousiasme et sa combativité ont creusé un sillage que je n'ai eu qu'à suivre. En élève souvent indocile, j'ai appris de lui la beauté des théories simples.

Hendrick Kuus m'a initié aux mystères de la HF et des lignes de transmission. Il m'a appris à ne pas négliger le côté technologique des expériences. Qu'il en soit ici remercié .

Denis Marty a partagé avec moi les joies et les peines du Divertor HF. Tous les deux, nous avons essayé de convaincre l'Equipe T.F.R.. Nous nous sommes divertis ensembles à des jeux de hasard. Il fut celui par qui je me suis senti devenu physicien adulte. Ces quelques mots témoignent de ma reconnaissance.

Que M. Fitaire soit ici remercié de bien vouloir présider ce jury. Il m'a enseigné la théorie des ondes dans les plasmas. Qu'il reconnaisse dans ce travail le résultat de son enseignement.

Mme. R. Marx apporte dans ce jury la caution de l'Université. Je l'en remercie vivement.

M. Laval représente la Physique Theorique. J'espère qu'il sera indulgent pour nos quelques élucubrations théoriques.

M. Consoli a longtemps travaillé sur la résonance cyclotronique. Cette place dans ce jury lui revenait de droit. Je le remercie d'avoir bien voulu accepter.

Je voulais enfin remercier plus particulièrement M. Tachon. Malgré la lourdeur de sa tâche, il a toujours su prêter une oreille attentive à mon travail. Je lui suis très reconnaissant de bien vouloir participer à ce jury. Qu'il trouve ici l'assurance de ma gratitude pour m'avoir accueilli dans l'Equipe T.F.R. et m'avoir ainsi procurer des moments de grande joie.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

CHAPITRE I : Ondes dans les plasmas
Généralités
I.1 - Introduction
I.2 - Equation d'onde
I.3 - Description W.K.B. - Equation de Dispersion

CHAPITRE II : Chauffage des Tokamaks

CHAPITRE III : Ondes Cyclotroniques dans les Tokamaks
III.1 - Relation de dispersion Plasma froid
III.2 - Relation de dispersion Plasma chaud
III.3 - Exemples d'Equations de Dispersion
III.4 - Propagation en milieu inhomogène
III.5 - Effet du champ poloïdal
III.6 - Absorption de l'onde
III.7 - Traitement numérique
III.8 - Synthèse des résultats

CHAPITRE IV
IV.1 - Modèle Physique
IV.2 - Equation de Budden
IV.3 - Mecanisme de Conversion de Mode
IV.4 - Plasma à une seule composante ionique
IV.5 - Plasma à deux composantes ioniques -
Conversion de mode

CHAPITRE V : Etude Expérimentale de la Propagation
V.1 - Antennes
V.2 - Diagnostics de la propagation et du couplage
V.3 - Analyse expérimentale de la propagation
V.4 - Diffusion $CO_2$
V.5 - Conclusion

CHAPITRE VI - Expériences de Chauffage
VI.1 - Effet de $n_H/n_D$
VI.2 - Bilan énergétique $P_{HF}$ = 400 KW
VI.3 - Expériences à très forte puissance
VI.4 - Conclusion

CHAPITRE VII - Trajectoires de Particules
VII.1 - Trajectoires de particules individuelles
VII.2 - Procédure Monte Carlo
VII.3 - Cas de la conversion de mode
VII.4 - Résonance d'impuretés
VII.5 - Conclusions

CONCLUSIONS

ANNEXES

# INTRODUCTION

Les expériences de physiques des plasmas appliquées à la fusion thermonucléaire contrôlée par confinement magnétique se développent à l'heure actuelle autour d'appareils sophistiqués qui requièrent un grand nombre d'ingénieurs et de physiciens. Un effort très important est fait dans le monde entier pour parvenir à résoudre le problème posé. Celui-ci se situe sur deux niveaux. Il s'agit tout d'abord d'un certain pari technologique. Des machines comme JET (Joint Européan Torus), TFTR (Test Fusion Tokamak Reactor) ou Tore Supra nécessitent des développements technologiques extrêmement importants. C'est également un pari scientifique. L'objectif à atteindre est de confiner, pendant un temps suffisamment long un plasma très chaud ($10^8$ K) et dense ($10^{20}$ particule/$m^3$) dans des volumes de plusieurs dizaines de $m^3$.

Les problèmes physiques qui se posent sont :

- comprendre les lois qui régissent la diffusion de l'énergie dans le plasma ;
- trouver des moyens pour chauffer le plasma afin d'atteindre les conditions thermonucléaires ;
- mettre en oeuvre des machines et des techniques de chauffage du plasma.

Cette thèse s'est déroulée dans le laboratoire du C.E.A. à Fontenay-aux-Roses. Ce laboratoire a centré ces recherches autour d'une machine principale le Tokamak T.F.R. dans lequel deux techniques de chauffage sont plus particulièrement étudiées : le chauffage par injection de neutres rapides et le chauffage radiofréquence à la fréquence cyclotronique ionique. C'est ce dernier sujet que nous abordons dans notre thèse.

L'idée d'utiliser la fréquence cyclotronique des ions pour chauffer le plasma est très ancienne. Il serait difficile d'en nommer l'auteur. Cependant l'analyse théorique correcte du problème et son application sur un Stellarator revient à T. Stix [1] . En 1958, il montra que la réponse du plasma à une excitation de fréquence égale à la fréquence cyclotronique ionique de l'espèce ionique majoritaire constituant le plasma, résulte en un blindage de la composante de l'onde polarisée dans le sens de rotation des ions, si la vitesse de phase parallèle au champ magnétique est grande devant la vitesse d'Alfven du milieu. Il introduisit alors le concept de plage magnétique, vérifié expérimentalement par Rothman,Sinclair et Yoshikawa en 1965 [2] . On peut le résumer

ainsi: dans un plasma confiné par un champ magnétique inhomogène, il est possible d'exciter une onde, loin de la résonance cyclotronique, qui se propage le long des lignes de champ magnétique en gardant une polarisation linéaire. Si les lignes de champ magnétique font un angle avec son gradient, l'onde vient mourir sur la résonance cyclotronique en réduisant sa vitesse de phase, comme une vague qui vient mourir sur une plage. Nous verrons que c'est finalement ce concept de plage magnétique que nous utiliserons pour le chauffage du Tokamak.

La deuxième contribution importante est due à S.J. Buchsbaum [3] . Il a mis en évidence dans un plasma composé de deux espèces ioniques différentes (Z/A différents) l'existence d'une résonance associée au mouvement cohérent des deux espèces ioniques, le mouvement d'une espèce étant en opposition de phase par rapport au mouvement de l'autre espèce. En fait Buchsbaum a mis en évidence des résonances de cavité associées à la coupure des ondes de Bernstein [4] . L'ensemble de ces résultats expérimentaux et théoriques a été obtenu avant l'année 1965. Il est paradoxal de constater que ces résultats n'ont été retrouvés et utilisés qu'en 1976 [5] .

En 1968, les travaux soviétiques donnaient un nouveau souffle à la recherche sur la fusion contrôlée en montrant que la voie Tokamak permettait un confinement de l'énergie très supérieur à celui obtenu dans les autres configurations magnétiques [6] . Tous les pays concernés par cette recherche ont alors construit des Tokamaks et se sont intéressés aux techniques de chauffages additionnels. En 1972 [7] , Adam et Samain proposaient une expérience de chauffage cyclotronique sur TFR, le Tokamak construit à Fontenay-aux-Roses. En 1974, les premiers résultats expérimentaux obtenus sur ST [8] sont très décevants. Le chauffage cyclotronique semble limité par les impuretés produites durant l'impulsion de chauffage. En 1976, les premières expériences de propagation, réalisées sur TFR, sont publiées [9] . L'idée maîtresse de cette époque, est l'utilisation du chauffage cyclotronique harmonique dans un plasma composé d'une seule espèce ionique. Nous avons déjà mentionné que T. Stix avait montré, en 1958, que, pour cette fréquence, l'amortissement de l'onde excitée dans le plasma est très faible. Les expériences de couplage mettent en évidence l'existence de résonances de cavité, liées à la structure torique de la chambre à vide. Le facteur de surtension de ces résonances était très élevé ($Q \sim 500$) et il semblait nécessaire d'étudier des méthodes d'asservissement de la fréquence pour rester à la résonance quand la densité du plasma changeait [10,11] .

En même temps que l'on étudiait le chauffage au fondamental de la fréquence cyclotronique, on considérait également la possibilité de chauffage harmonique

($\omega = 2\omega_c$). Des expériences de ce type sont réalisées dans TFR sur un plasma de deuterium [9] . Les mesures d'atténuation de l'onde montrent que l'absorption semble très efficace quand la résonance harmonique du deuterium se trouve dans la machine. Ce résultat semblait d'autant plus étonnant qu'il mettait en évidence une nette asymétrie : l'absorption de l'onde se produit quand la résonance cyclotronique harmonique se situe entre le tiers intérieur du tore et le troisième quart extérieur ($90 \lesssim R \lesssim 115$ cm ; grand rayon du tore 98 cm).

Une explication est avancée à la conférence de Berchtesgaden [5] . En fait le plasma de deuterium était contaminé avec environ 20 % de protons. L'absorption pouvait être due à la résonance hybride ion-ion découverte par Buchsbaum. En 1977, J. Jacquinot, B. McVey et J. Scharer expliquaient quantitativement ce résultat [12] à l'aide de cette résonance. En faisant appel à des travaux réalisés par K.G. Budden en 1961 [13] dans le cadre de la physique de l'ionosphère, ils ont calculé théoriquement la longueur d'atténuation de l'onde le long du tore et ont reproduit les résultats expérimentaux. A la même époque, des expériences à forte puissance réalisée dans A.T.C. [14] à l'université de Princeton montraient que les mauvais résultats obtenus dans ST ou dans le Stellarator C étaient dus au mauvais confinement de ces machines et n'étaient pas intrinsèquement liés à la méthode de chauffage.

Les conditions étaient réunies pour mener à bien des expériences de chauffage à forte puissance. Trois machines se sont plus particulièrement consacrées à cette étude : PLT [15] à Princeton, JFT2 et Diva [16] au Japon et TFR [17] à Fontenay-aux-Roses. Différents autres laboratoires se sont consacrés à ce sujet mais ne disposant pas de machines aussi performantes sur le plan du confinement que les trois précédentes, ils se sont penchés plutôt sur les problèmes de couplage et la compréhension de la propagation [18,19] . Les expériences à forte puissance ont culminé sur TFR en 1981 quand on a pu couplé au plasma une puissance HF de 2 MW, pendant 20 ms, en portant la température du plasma à une température supérieure à 2 KeV, faisant plus que doubler la température obtenue en chauffage ohmique [17] . Malheureusement une panne majeure sur la génératrice de champ magnétique a dû interrompre les expériences qui devraient reprendre à la fin de 1982.

Cette thèse a été réalisée dans le cadre de cette recherche et a considérablement profité du dynamisme du sujet. Lorsqu'elle a débuté en 1977, les concepts de base du chauffage étaient esquissés sans qu'il y ait vraiment une compréhension globale du problème. Nous avons essayé de contribuer à cette com-

préhension tant du point de vue théorique que du point de vue expérimental. Deux premiers chapitres introductifs rappellent les éléments essentiels qui nous seront utiles tant sur le plan de la physique de l'onde que sur celui de la physique des Tokamaks.

Le chapitre III traitera en détail de la propagation des ondes à des fréquences proches de la fréquence cyclotronique ionique. Nous mettrons en évidence les différentes caractéristiques des ondes, et en particulier nous expliquerons ce que signifie le concept de conversion de mode à la résonance hybride ion-ion. Nous nous appuierons pour cela sur les travaux de F.W. Perkins [20] , H. Tokahashi [21] , et J. Jacquinot [22] . Nous montrerons comment nous avons développé un outil qui nous servira à analyser les expériences de chauffage ou une expérience de diffusion $CO_2$ [23] . En particulier, nous soulignerons la particularité de la configuration magnétique Tokamak. C'est cette configuration qui détermine la répartition de puissance entre les électrons et les ions.

Le chapitre IV traite de la propagation de l'onde dans le plasma et des propriétés de couplage d'une antenne inductive. Il s'agit là de l'un des problèmes majeurs de toute technique de chauffage par onde. Il est essentiel de disposer d'une structure de couplage qui permette de minimiser les pertes. Les études qui avaient été faites jusqu'alors considéraient deux cas limites : soit une absorption très faible [10] , soit le cas d'une absorption totale de l'onde [24,25] . Dans le premier cas, le tokamak est considéré comme une cavité résonante, la longueur d'atténuation de l'onde est supérieure à la circonférence du tore. On prévoit alors l'existence de résonances de cavités discrètes qui ont été observées dans les expériences de 1976 [8,9] . Dans le second cas, au contraire, le plasma est considéré comme un milieu semi infini et l'une des conditions aux limites est reportée à l'infini. Cette seconde situation correspond au cas où la résonance hybride ion-ion conduit à une absorption totale de l'onde sur la surface résonante. Notre étude essaye de concilier les deux approches. Un traitement analytique de la résonance hybride ion-ion permet de prendre en compte l'ensemble des conditions aux limites. On peut alors calculer effectivement la structure du champ électrique dans le plasma ainsi que le couplage antenne-plasma. En nous basant sur les résultats obtenus par D.G. Swanson [26] , J.P.M. Schmitt [27] ou Faulconer [28] , nous montrons que le problème peut être résolu dans l'approximation plasma-froid. Un modèle plan est alors utilisé pour prévoir des comportements caractéristiques de l'existence de la résonance hybride ion-ion, identiques aux résonances de Buchsbaum.

Dans le chapitre V, nous analysons expérimentalement la propagation de l'onde dans la configuration Tokamak. Différents moyens de diagnostics sont utilisés pour aborder cette étude. La résistance de couplage d'une antenne, des mesures de boucles magnétiques ainsi qu'une expérience de diffusion cohérente d'un faisceau laser à 10,6 µm ($CO_2$). La première mesure permet de déterminer l'efficacité du couplage pour une antenne donnée. La seconde technique permet de déterminer la longueur d'atténuation de l'onde le long du tore. La diffusion cohérente, enfin, autorise une mesure in situ du champ de l'onde électromagnétique. Cette méthode, seule, permet de montrer l'existence de l'onde lente, élément essentiel de la confrontation théorie/expérience. L'étude expérimentale de la propagation dans le cas d'un plasma contenant une seule espèce ionique permet de mettre en évidence les éléments caractéristiques de l'existence de modes de cavité résonants. Dans le cas d'un plasma composé de deux espèces ioniques nous retrouvons les résultats publiés en 1976 [ 12] . En régime de conversion de mode (densité de l'espèce minoritaire suffisante) nous retrouvons l'asymétrie de l'absorption liée à la localisation de la résonance hybride ion-ion. Mais nous mettons de plus en évidence un comportement particulier, lié à l'excitation par une antenne localisée du côté extérieur du tore. Ce résultat prévu théoriquement est un élément important de la confrontation théorie/expérience.

Dans le chapitre III,nous montrons les différents paramètres qui influent sur le chauffage : ces paramètres sont essentiellement le champ magnétique de confinement et la composition isotopique du plasma. Dans le chapitre VI, nous rendrons compte des résultats de chauffage obtenus lors d'expérience à forte puissance. La complexité des décharges Tokamaks nécessite l'usage de diagnostics variés relevant de techniques aussi différentes que la spectroscopie ultra violet , l'interférométrie microonde ou la détection neutronique. Nous avons essayé de réunir dans ce chapitre un certain nombre de résultats expérimentaux obtenus à l'occasion d'expériences différentes [ 29,30,31] qui donnent chacun un éclairage spécifique sur un point particulier du chauffage. Nous illustrerons l'effet de la composition isotopique du plasma, la mise en évidence du chauffage direct des électrons par l'onde électromagnétique, enfin nous donnerons des exemples de bilans complets de la décharge en présence de chauffage additionnel. La contribution de l'Equipe TFR dans ce domaine est très importante. En effet, la structure d'excitation de l'onde dont nous disposons est originale [ 32] et nous permet de travailler dans des régimes inaccessibles sur PLT ou Diva. La machine japonaise actuelle, JFT2, a repris cette même structure d'excitation et est arrivée récemment à des

résultats comparables [16] .

Dans le dernier chapitre enfin, nous traitons du problème de l'interaction onde-particule. Une étude, que l'on peut qualifier de préliminaire a été faite par T. Stix [33] . Dans cette étude, l'auteur résoud l'équation de Fokker Planck du chauffage en utilisant les coefficients de diffusion HF calculés par Kennel et Engelmann [34] . Cette étude, cependant neglige l'anisotropie de la fonction de distribution fondamentale dans la dynamique du chauffage ainsi que la diffusion des particules dans l'espace réel. A l'aide d'un code numérique basé sur une technique Monte Carlo, nous soulignons certains aspects du chauffage. En particulier, nous nous intéressons au rôle des impuretés qui peuvent être résonantes à un harmonique de leur fréquence cyclotron. Nous démontrons pour la première fois, que ces impuretés peuvent jouer un rôle très important dans le chauffage du plasma. Nous montrons également que la dynamique du chauffage du plasma peut conduire à un effet de nettoyage en déconfinant les impuretés. Une étude expérimentale faite en contaminant le plasma avec de l'Argon montre l'efficacité de cette méthode et suggère ainsi une possibilité pour purifier le plasma des impuretés qui existent au coeur de la décharge. Les méthodes envisagées jusqu'à ce jour utilisent soit une perturbation de la piste magnétique à la périphérie du plasma [35,36] soit des résonances cyclotroniques au fondamental mais toujours à la périphérie [37] . Cette méthode présente l'avantage de cumuler un effet de chauffage avec un moyen de nettoyage.

Nous voulons enfin, dans cette introduction souligner le rôle très important de l'Equipe TFR. Comme nous le verrons tout au long de la thèse, la physique des Tokamaks nécessite l'existence d'une équipe complète de physiciens pour comprendre et analyser les résultats. Sans l'existence de cette équipe, une telle thèse, qui aborde des sujets aussi variés sur le plan expérimental n'aurait pu avoir lieu. La plupart des résultats expérimentaux utilisent les différents diagnostics installés sur TFR. Notre rôle a été d'essayer d'en faire la synthèse et de susciter les campagnes de mesures et non pas de faire les mesures elles-mêmes.

## REFERENCES


[1] Stix T., Phys. Fluids, 1, 308 (1958).

[2] Yoshikawa S., Rothman M.A., Sinclair R.M., Phys. Rev. Lett. 14 214 (1965).

[3] Buchsbaum S.J., Phys. Rev. Lett. 5, 495 (1960).

[4] Bernstein I.B., Phys. Rev. 10, 109 (1958).

[5] T.F.R. Group, Plasma Phys. and Controlled Nuclear Fusion Research, Berchtesgaden, 1976, IAEA CN 35G8 ; et Vdovin V.L., Shapotkovski N.V., Rusanov V.D., 3rd int. Meeting on heating a toroïdal plasma (Grenoble) II, 349 (1976).

[6] Artsimovich L.A., et al., Plasma Phys. and Controlled Nuclear Fusion Research, (Movosibirsk), 1968, I, 157, IAEA, Vienne 1969.

[7] Adam J., Samain A., Rapport EUR-CEA-FC 579 (1972).

[8] Adam J., et al., 5th Conf. Plasma Phys. and Nuclear Fusion Research Tokyo (1974) II, 65.

[9] T.F.R. Group, 3rd Int. Conf. on Theoretical and Experimental Aspects of Heating Toroïdal Plasmas, Grenoble (1976) I, 87.

[10] Adam J. et Jacquinot J., Rapport EUR-CEA-FC 886 (1977).

[11] Bhatnagar V.P., Messiaen A.M., Vandenplas P.E., Weynants R.R., Magneto-acoustic Resonance heating... Laboratory Report 65 (1978).

[12] Jacquinot J., McVey B.D., Scharer J.E., Phys. Rev. Lett. 39, 88 (1977).

[13] Budden K.G., Radio Wave in the Ionosphere (Cambridge Univ. Press, Cambridge 1961).

[14] Takahashi H., Daughney C.C., Ellis R.A. Jr., et al., Phys. Rev. Lett. 39, 1157 (1977).

[15] Mosea J.C., et al., Phys. Rev. Lett. 43, 1802 (1979).

[16] JFT2 Group, ICRF Heating Experiment in JFT2, 3rd Joint Varenna-Grenoble Int. Symp. on Heating in Toroïdal Plasmas. Grenoble (1982) et Iizuka S., Odajima K. et al., Phys. Rev. Lett. 45, 1256 (1980).

[17] T.F.R. Group,"ICRF Results at Megawatt Power Level" Rapport EUR-CEA-FC 1108 (1961). Permet de retrouver les références antérieures de l'équipe T.F.R.

[18] Bhatnagar V.P., Bosia G., et al., Plasma Phys. and Controlled Nuclear Fusion Research, Bruxelles, 1980 IAEA-CN 38/D4.

[19] Taylor R.J., Lee P., Luhmann N.C., et al., ibid. IAEA-CN 38/D2.

[20] Perkins F.W., Nucl. Fusion 17, 197 (1977).

[21] Takahashi H., Journal de Physique, Colloque C6, 38, C6-171 (1977).

[22] Jacquinot J., 3rd Topical Conf. on RF Plasma Heating (Pasadena) D4-1 (1978) et Varenna-Grenoble Inter Symp. (Grenoble 1978) I, 127.

[23] Equipe T.F.R., Truc A., Gresillon D., Soumis pour publication.

[24] Adam J., Rapport EUR-CEA-FC 1004 (1979).

[25] Messiaen A.N., Meynart R., Weynants R.R., Nucl. Fusion.

[26] Swanson D.G., Phys. Rev. Lett. 36, 316 (1976).

[27] Schmitt J.P.N., Rapport annuel Association Euratom -CEA- EUR-CEA-FC 995 (1979).

[28] Faulconer D.W., Phys. Lett. A 75, 355 (1980).

[29] T.F.R. Group, 9th European Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics (Oxford, 1979) p. 355.

[30] T.F.R. Group, Plasma Phys. and Controlled Nuclear Fusion Res, Bruxelles 1980, IAEA-CN 38/D3

31 T.F.R. Group, Ibid, IAEA-CN 38/H5.

32 T.F.R. Group, Nucl. Fusion.

33 Stix T., Nucl. Fusion 15, 737 (1975).

34 Kennel C.F., Engelmann F., Phys. Fluids 9, 2377 (1966).

35 Shimomura Y., Maeda M., Journal of Nuclear Materials 76,77, (1978), 45.

36 Engelhordt W., Feneberg W., Journal of Nuclear Materials 76,77, (1978), 518.

37 Dei-Cas R., Requin G., Samain A., Journal of Nuclear Materials 76,77 (1978) 542.

# CHAPITRE 1

## ONDES DANS LES PLASMAS

## GENERALITES

# ONDE DANS LES PLASMAS - GENERALITES

## I.1 - Introduction

L'étude de la propagation des ondes dans un plasma peut s'étudier de différentes manières suivant le but de l'étude. Dans tous les cas, il s'agit de déterminer la réponse d'une assemblée de particules à une excitation électromagnétique. Si l'on cherche à déterminer le couplage entre une antenne et le plasma, l'approche du problème devra être globale et il faudra résoudre une équation d'onde. Nous montrerons dans une première partie comment on peut calculer cette équation d'onde. Si l'on suppose par contre qu'il existe au sein du plasma un certain champ électrique dont on cherche les caractéristiques en chaque point (polarisation, longueur d'onde ...) on peut se contenter d'une approche que nous considérons comme locale. Cette dernière approche permet en général une analyse relativement simple des caractéristiques essentielles de l'onde et permet de mettre en évidence ces particularités (résonance, coupure).

Aussi bien pour l'établissement de l'équation d'onde que pour l'établissement de la relation de dispersion (résultat de la méthode locale), nous considérons l'approximation plasma froid et l'approximation plasma chaud.

## I.2 - Equation d'onde

### I.2.1 - Approximation Plasma Froid

Nous considérons un plasma confiné par un champ magnétique $\overline{B}_o$. Ce plasma est constitué de différentes espèces (désignées par l'indice s). Dans l'approximation Plasma Froid [1] chaque espèce est considérée comme un fluide qui est entièrement décrit par la connaissance de sa densité $n_s$ et de sa vitesse $\overline{V}_s$. Nous supposerons que, à l'équilibre cette vitesse est nulle. En présence d'une onde électromagnétique on peut écrire les équations d'évolution de la densité perturbée $\tilde{n}_s$ (conservation de la masse) et des vitesses $\tilde{\overline{V}}_s$ (conservation de la quantité de mouvement)

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\tilde{n}_s + \bar{\nabla}\cdot(n_s\,\tilde{\bar{v}}_s) = 0. \qquad (I.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\tilde{\bar{v}}_s = \frac{q_s}{m_s}\left(\tilde{\bar{E}} + \tilde{\bar{v}}_s \times \bar{B}_0\right) \qquad (I.2)$$

La perturbation électromagnétique est supposée avoir une variation harmonique en temps $\tilde{\bar{E}}(t) = \tilde{\bar{E}}_0\, e^{-i\omega t}$ (idem pour $\tilde{\bar{B}}$). A partir de l'équation (I.2) on peut calculer le courant perturbé porté par chaque espèce de particules

$$\tilde{\bar{j}}_s(t) = \tilde{\bar{j}}_{s_0}\, e^{-i\omega t} = n_s q_s\, \tilde{\bar{v}}_s = i\omega\varepsilon_0 \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2}\,\bar{\bar{S}}_s \cdot \tilde{\bar{E}}_0 \qquad (I.3)$$

avec

$$\bar{\bar{S}}_s = \begin{bmatrix} \dfrac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{cs}^2} & -i\dfrac{\omega_{cs}}{\omega}\dfrac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{cs}^2} & 0 \\ i\dfrac{\omega_{cs}}{\omega}\dfrac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{cs}^2} & \dfrac{\omega^2}{\omega^2-\omega_{cs}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (I.4)$$

Le tenseur $\bar{\bar{S}}$ est exprimé dans un repère dont la direction $\bar{z}$ est définie par le champ magnétique local, les deux autres directions étant quelconques dans un plan perpendiculaire à $\bar{B}_0$.

Nous avons déterminé le courant associé à la perturbation électromagnétique. Ce courant doit satisfaire les équations de Maxwell :

$$\bar{\nabla}\times\tilde{\bar{E}} = -\frac{\partial\tilde{\bar{B}}}{\partial t} = i\omega\,\tilde{\bar{B}}_0\, e^{-i\omega t} \qquad (I.5)$$

$$\bar{\nabla}\times\tilde{\bar{B}} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial\tilde{\bar{E}}}{\partial t} + \mu_0\,\tilde{\bar{j}} = \left(-i\frac{\omega}{c^2}\,\tilde{\bar{E}}_0 + \mu_0\sum_s \tilde{\bar{j}}_s\right)e^{-i\omega t} \qquad (I.6)$$

En combinant (I.3), (I.5) et (I.6) on arrive finalement à

$$\bar{\nabla}\times(\bar{\nabla}\times\tilde{\bar{E}}_0) + \frac{\omega^2}{c^2}\,\bar{\bar{K}}\cdot\tilde{\bar{E}}_0 = 0. \qquad (I.7)$$

avec

$$\bar{\bar{K}} = \bar{\bar{I}} - \frac{1}{i\omega\varepsilon_0}\sum_s i\omega\varepsilon_0\frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2}\,\bar{\bar{S}}_s \qquad (I.8)$$

L'équation (I.7) est une équation aux dérivées partielles du 2$^e$ ordre. $\bar{\bar{K}}$ est appelé tenseur diélectrique. Si l'on se donne des conditions aux limites, la résolution de l'équation (I.7) permet de connaître le champ électromagnétique dans tout l'espace.

## I.2.2 - Formulation Intègro Différentielle

Il est bien évident que l'approximation plasma froid est extrêmement grossière. Chaque assemblée de particules est en fait décrite par une fonction de distribution $f_s$ qui est donnée par la résolution de l'équation de Vlasov. Soient $f_{os}$ les fonctions de distribution à l'équilibre des particules . Nous supposerons cette fonction de distribution isotrope dans l'espace des vitesses.

Les petites perturbations autour de l'équilibre sont décrites par l'équation de Vlasov linéarisée [2]

$$\frac{d}{dt}\tilde{f}_s = -\frac{q_s}{m_s}\left(\tilde{\bar{E}} + \bar{v}\times\tilde{\bar{B}}\right)\cdot\bar{\nabla}_v f_{os} \qquad (I.9)$$

La dérivée par rapport au temps est prise le long de la trajectoire non perturbée de la particule.

On peut noter tout de suite que, comme nous avons supposé la fonction de distribution à l'équilibre isotrope dans l'espace des vitesses $\bar{\nabla}_v f_{os}$ peut s'écrire

$$\bar{\nabla}_v f_{os} \equiv \bar{v}\frac{\partial}{\partial v^2} f_{os} \qquad (I.10)$$

Cette identité nous permet de ne pas avoir à tenir compte du terme

$$\left(\bar{v}\times\tilde{\bar{B}}\right)\cdot\bar{v}\frac{\partial}{\partial v^2} f_{os}$$

En intégrant l'équation (I.q) le long des trajectoires [1] on obtient la fonction de distribution perturbée :

$$\tilde{f}_s = \int_{-\infty}^{t} dt' \left\{\tilde{\bar{E}}\left[\bar{r}(t'),t'\right]\right\}\bar{v}(t')\frac{\partial}{\partial v^2} f_{os} \qquad (I.11)$$

Le champ électrique $\tilde{\bar{E}}$ ainsi que la vitesse $\bar{v}$ sont évalués à l'instant $t'$ au point $\bar{r}(t')$ de la trajectoire. Comme précédemment, on peut calculer le courant perturbé

$$\tilde{\bar{j}} = \sum_s \tilde{\bar{j}}_s = \sum_s n_s \int d^3v\ \bar{v}\,\tilde{f}_s \qquad (I.12)$$

De même en utilisant les équations de Maxwell, on dérive l'équation d'onde, en supposant une dépendance temporelle harmonique

$$\bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \tilde{\bar{E}}_0) + \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\bar{K}} . \tilde{\bar{E}}_0 = 0. \qquad (I.13)$$

Cette fois cependant $\bar{\bar{K}}$ n'est plus un tenseur simple mais est un opérateur intégral.

L'équation (I.13) sera en général insoluble aussi bien analytiquement que numériquement. Cette approche est rarement considérée en pratique mais permet d'introduire une méthode locale [3] .

## I.3 - Description WKB - Equation de dispersion

### I.3.1 - Plasma uniforme infini

Nous avons vu que l'équation (I.13) était sous forme intègro-différentielle ; nous allons montrer que dans le cas d'un plasma uniforme infini, on peut la transformer. Dans le cas d'un milieu uniforme infini, on peut donner à $\tilde{\bar{E}}$ une structure d'onde plane définie par son vecteur d'onde $\bar{k}$ .

$$\tilde{\bar{E}}(\bar{r}, t) = \tilde{\bar{E}}_0(k, \omega) \exp[-i(\omega t - \bar{k} . \bar{r})] \qquad (I.14)$$

Cette dépendance harmonique dans l'espace et dans le temps permet une simplification de l'équation (I.13). Le mouvement non perturbé des particules dans un milieu homogène infini est connu : chaque particule décrit une hélice le long des lignes de champs, caractérisée par son rayon de Larmor et sa vitesse parallèle au champ magnétique. Nous ne développerons pas le détail des calculs qui conduisent à remplacer l'opérateur intégral $\bar{\bar{K}}$ par un tenseur [4] . Nous donnons simplement l'expression analytique que prend celui-ci dans un repère lié au champ magnétique : l'axe $\bar{e}_z$ est donné par le champ magnétique, l'axe $\bar{e}_x$ est aligné avec le vecteur $\bar{k}_\perp$, la 3$^e$ direction, $\bar{e}_y$, forme un trièdre direct. Dans le cas d'une distribution d'équilibre maxwellienne, le courant associé à chaque assemblée de particules se met sous la forme :

$$\tilde{\bar{j}}_s = i \omega \varepsilon_0 \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2} \frac{\omega}{k_\parallel a_s} e^{-\lambda_s} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \bar{\bar{\zeta}}_s^m . \tilde{\bar{E}} \qquad (I.15)$$

avec $k_\parallel = \dfrac{\bar{k} . \bar{B}_0}{|B_0|}$ ; $\bar{k}_\perp = \bar{k} - k_\parallel \bar{e}_z$ ; $\lambda_s = k_\perp \rho_s / 2$

$a_s$ est la vitesse thermique de l'assemblée, $\rho_s$ le rayon de Larmor thermique.

$\overline{\overline{S}}_s^m$ est un tenseur 3 x 3 dont les composantes sont :

$$\begin{aligned}
S_{xx}^m &= -\, m^2 Z_m \lambda_s^{-1} I_m \\
S_{yy}^m &= -\, Z_m [\lambda_s I_m'' + (1 - 2\lambda_s) I_m' + \lambda_s I_m] \\
S_{33}^m &= \zeta_m Z_m' I_m \\
S_{xy}^m &= -\, S_{yx}^m = i m Z_m (I_m' - I_m) \\
S_{x3}^m &= S_{3x}^m = m Z_m' (2\lambda_s)^{-1/2} I_m \\
S_{y3}^m &= -\, S_{3y}^m = i Z_m' (\lambda_s/2)^{1/2} [I_m' - I_m]
\end{aligned} \qquad (I.16)$$

Les fonctions $I_m$ sont les fonctions de Bessel de 2$^e$ espèce [5] d'argument $\lambda_s$, dont le développement en série de Taylor est donné par :

$$I_m(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^m \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^{2p} \frac{1}{p!\,(m+p)!}$$

La fonction $Z_m$ est la fonction erreur complexe, qui a été étudiée en détail par Fried et Conte [6] , d'arguement $\zeta_m = \dfrac{\omega + m\omega_{cs}}{k_{//}\, a_s}$ .

Dans cette approximation, l'équation intègro différentielle (I.13) se transforme en une équation vectorielle :

$$\left[\bar{k}\,\bar{k} - (\bar{k}\cdot\bar{k})\overline{\overline{I}} + \frac{\omega^2}{c^2}\left(\overline{\overline{I}} - \sum_s \frac{\overline{\overline{\sigma}}_s}{i\omega\varepsilon_0}\right)\right]\cdot \tilde{\tilde{E}}_0 = 0. \qquad (I.17)$$

$\overline{\overline{\sigma}}_s$ est la conductivité définie en (I.15); $\overline{\overline{I}}$ est la matrice unité et $\bar{k}\,\bar{k}$ est la matrice

$$\bar{k}\,\bar{k} \equiv \begin{bmatrix} k_\perp^2 & 0 & k_\perp k_{//} \\ 0 & 0 & 0 \\ k_\perp k_{//} & 0 & k_{//}^2 \end{bmatrix}$$

L'équation (I.17) n'admet de solution $\tilde{\tilde{E}}_0$ non identiquement nulle que si

$$\mathcal{D} \equiv \det\left[\bar{k}\,\bar{k} - (\bar{k}\cdot\bar{k})\overline{\overline{I}} + \frac{\omega^2}{c^2}\left(\overline{\overline{I}} - \sum_s \frac{\overline{\overline{\sigma}}_s}{i\omega\varepsilon_0}\right)\right] = 0 \qquad (I.18)$$

Les solutions en $\bar{k}$ et $\omega$ de l'équation (I.18) correspondent aux modes propres d'oscillation du plasma. Soumis à une perturbation électromagnétique de fréquence $\omega$ , le plasma réagit préférentiellement sur ces modes propres.

Cette équation est l'équation de dispersion du plasma.

I.3.2 - Hypothèse W.K.B. (Wentzel - Kramers - Brillouin)

Nous allons montrer maintenant que cette approximation du plasma uniforme infini peut servir à décrire un milieu faiblement inhomogène. Considérons tout d'abord l'équation d'onde à 1 dimension :

$$\frac{d^2}{dx^2} E + k^2(x) E = 0. \qquad (I.19)$$

Nous supposerons que $k$ varie lentement en fonction de $x$ pour que l'on puisse définir un petit paramètre $\varepsilon = \frac{1}{k^2} \frac{dk}{dx} \ll 1$. . Si $\frac{dk}{dx}$ est nul, alors la solution de l'équation (I.19) est une oscillation purement harmonique $E(x) = E_0 \, e^{-ikx}$ avec $E_0 = cte$

Si $\frac{dk}{dx} \neq 0.$ , nous allons chercher aussi des solutions de la forme

$$E(x) = E_0(x) \, e^{i \int k dx} \qquad (I.19')$$

En utilisant l'expression (I.19') dans l'équation (I.19), on obtient une équation différentielle du 2e ordre en $E_0$ [7]

$$\frac{d^2}{dx^2} E_0 + 2ik \frac{dE_0}{dx} + iE_0 \frac{dk}{dx} = 0 \qquad (I.20)$$

On peut négliger la dérivée seconde de $E_0$ dans (I.20) et l'on obtient alors $E_0(x) = \mathcal{E}_0 (k)^{-1/2}$

La forme (I.19') que l'on a donnée à la solution de l'équation d'onde se traduit en disant que les variations rapides de la solution correspondent à une oscillation dont les caractéristiques sont déterminées uniquement par les valeurs locales des paramètres (valeur de $k$ au point considéré). Cependant l'amplitude de la solution varie lentement dans l'espace, sur une distance caractéristique grande devant la longueur d'onde locale. En chaque point de l'espace la solution est pratiquement une onde plane, mais ses caractéristiques se modifient lentement sur une échelle qui est $L = k / \left(\frac{dk}{dx}\right)$

On va essayer de résoudre l'équation intègro différentielle (I.13) en faisant un raisonnement analogue. On va supposer une solution de la forme

$$\tilde{\tilde{E}}(\bar{r}) = \tilde{\tilde{\mathcal{E}}}_0(r)\, e^{-i\Psi(\bar{r})} \qquad (I.21)$$

et l'on définit $$\bar{k} = \bar{\nabla}\Psi \qquad (I.22)$$

Nous supposons encore que l'on peut définir un petit paramètre $\varepsilon = \frac{1}{k^2}|\bar{\nabla}.\bar{k}|$

Dans ces conditions, l'équation vectorielle (I.17) est l'approximation à l'ordre $O$ en $\varepsilon$ de l'équation (I.13). On peut ensuite chercher à calculer l'évolution de $\tilde{\tilde{\mathcal{E}}}_0$ dans l'espace [8] .

Dans un plasma faiblement inhomogène, l'équation de dispersion (I.18) permet de déterminer les caractéristiques locales de l'onde.

En particulier cette approche permet de localiser les résonances de l'onde (divergence du vecteur $\bar{k}$ qui traduit une stagnation de l'énergie : vitesse de groupe nulle) et les coupures (limite de propagation de l'onde).

c) Absorption Vitesse de groupe

Nous nous plaçons dans les limites de validité du modèle W.K.B.. Nous allons montrer comment calculer l'absorption d'une onde qui se propage dans un milieu faiblement inhomogène.

En tout point de l'espace on peut appliquer la loi d'Ohm

$$\frac{\partial}{\partial t} W_D = \frac{1}{4}\left(\tilde{\tilde{E}}^*.\tilde{\bar{j}} + \tilde{\tilde{E}}.\tilde{\bar{j}}^*\right) \qquad (I.23)$$

avec $$\tilde{\bar{j}} = \tilde{\tilde{\sigma}}(\bar{k},\omega).\tilde{\tilde{E}}$$

L'équation (I.23) se transforme alors en

$$\frac{\partial}{\partial t} W_D = \frac{1}{2}\,\tilde{\tilde{E}}^*.\tilde{\tilde{\sigma}}_h.\tilde{\tilde{E}} \qquad (I.24)$$

$\tilde{\tilde{\sigma}}_h$ est la partie hermitienne du tenseur de conductivité :

$$\overline{\overline{\sigma}}_h = \frac{1}{2}\left(\overline{\overline{\sigma}} + {}^t\overline{\overline{\sigma}}^*\right) = \frac{\varepsilon_0 \omega}{2i}\left(\overline{\overline{K}} - {}^t\overline{\overline{K}}^*\right) \qquad \text{(I.25)}$$

${}^t\overline{\overline{\sigma}}^*$ (resp. ${}^t\overline{\overline{K}}^*$) est le transposé conjugué de $\overline{\overline{\sigma}}$ (resp. $\overline{\overline{K}}$).

Nous verrons plus loin que le problème qui nous concerne est essentiellement un problème d'oscillation forcée. La fréquence de l'onde est imposée. Nous supposons donc $\omega$ strictement réel. L'onde s'amortit uniquement au cours de sa propagation spatiale. Nous représenterons cet amortissement par un vecteur d'onde $\overline{k}$ complexe, de partie imaginaire $\overline{\chi}$. Le champ électrique a donc une dépendance spatiale $\overline{\tilde{E}}(r) = \overline{\tilde{E}}_0(\overline{k}, \omega)\, e^{-\overline{\chi}\cdot\overline{r}}\, e^{-i\overline{k}_0\cdot\overline{r}}$ (on a supposé $\overline{k} = \overline{k}_0 + i\,\overline{\chi}$ ).

Calculons maintenant le vecteur de Poynting

$$\overline{S} = \frac{1}{4\mu_0}\left(\overline{\tilde{E}} \times \overline{\tilde{B}}^* + \overline{\tilde{E}}^* \times \overline{\tilde{B}}\right)$$

L'équation qui exprime la conservation de l'énergie peut s'écrire, compte tenu des équations de Maxwell

$$-2\,\overline{\chi}\cdot\left(\overline{S} + \overline{T}\right) = -\frac{\partial W_D}{\partial t} \qquad \text{(I.26)}$$

avec

$$\overline{T} = -\frac{1}{4}\varepsilon_0 \omega\; \overline{\tilde{E}}_0^* \cdot \left[\overline{\nabla}_k\; \overline{\overline{K}}_h\right] \cdot \overline{\tilde{E}}_0 \qquad \text{(I.27)}$$

Dans les expressions (I.26) et (I.27) $\overline{\overline{\sigma}}_h$ et $\overline{\overline{K}}_h$ sont calculés pour $k = k_0$ réel. Que signifie l'équation (I.26) ? Elle exprime que le flux d'énergie obtenu comme la somme de 2 vecteurs $\overline{S}$ et $\overline{T}$ est dissipée par les pertes Joules, $\frac{\partial W_D}{\partial t}$.

Il apparaît ici une caractéristique essentielle des milieux dispersifs comme les plasmas. Le flux d'énergie n'est pas seulement représenté par le vecteur de Poynting. Il est nécessaire de prendre en compte un transport de l'énergie par mouvement convectif des particules. C'est ce dont rend compte le terme $\overline{T}$.
C'est grâce à ce terme que des ondes électrostatiques peuvent propager de l'énergie dans un plasma.

Dans l'approximation plasma froid, le tenseur diélectrique est indé-

pendant du vecteur d'onde. Le flux d'énergie $\overline{\overline{T}}$ est donc identiquement nul. Aucune onde électrostatique ne pourra se propager ; elles apparaissent toujours comme des résonances. L'équation (I.26) permet de déduire la direction de propagation de l'énergie, qui est donnée par le vecteur $\overline{\overline{S}} + \overline{\overline{T}}$ .

Dans ce chapitre, nous avons rassemblé tous les éléments de la théorie des ondes qui vont nous servir par la suite. Grâce à la théorie plasma froid, nous pouvons espérer résoudre l'équation d'onde et déterminer la structure du champ électrique dans des cas où l'absorption est très faible.
Dans le cas où l'absorption devient significative, il nous faut alors faire appel à la description complète. Si le milieu est faiblement inhomogène, nous avons établi le tenseur de conductivité. Dans l'approximation W.K.B., nous décrivons alors la propagation de l'énergie et nous déterminons les caractéristiques locales de l'onde par la résolution de l'équation de dispersion.
Dans la suite nous utiliserons alternativement les deux méthodes.

REFERENCES

[1] Quemada D., "Ondes dans les Plasmas" Hermann, Paris (1968) Chap. III. p. 63.

[2] Delcroix J.L., "Physique des Plasmas" Dunod, Paris (1963).

[3] Bernstein I.B., Phys. Fluids, 18, 320 (1975).

[4] Clemmow P.C., et Dougherty J.P., "Electrodynamics of Particles and Plasmas", Addison - Wesley Londres (1969).

[5] Abromovitz N., et Stegun I.A., "Handbook of Mathematical Functions" v.s. Gorv. Printing Office (1964).

[6] Fried B.D., et Conte S.D., "The Plasma Dispersion Function" Acad. Press, New-York (1961).

[7] Morse P.M., Feshback H., "Methods of Theoretical Physics" Mc Graw Hill, New-York (1953).

[8] Weinberg S., Phys. Rev. 126, 1899 (1962).

# CHAPITRE II

## CHAUFFAGE DES TOKAMAKS

## CHAUFFAGE DES TOKAMAKS

Pour confiner un plasma chaud dans un champ magnétique, deux voies principales sont envisagées. Soit une configuration magnétique ouverte. Le plasma est confiné à l'aide de miroirs magnétiques. Soit une configuration magnétique fermée. L'idée de base consiste alors à générer un champ magnétique qui produit des surfaces magnétiques cylindriques concentriques. Pour éviter une dérive des particules due à la courbure des lignes de champ, il est nécessaire de superposer à ce champ magnétique principal un second champ magnétique qui enroule les lignes de force sur des tores emboités. L'axe secondaire du tore définit l'axe magnétique. Le champ magnétique poloïdal qui permet d'enrouler les lignes de champ peut être créé soit par un enroulement extérieur au plasma (Stellarator) soit par un courant qui circule dans le plasma lui-même, parallèlement à l'axe magnétique : c'est la voie Tokamak (cf. figure II.1).

Le plasma étant un milieu conducteur, il constitue le secondaire courcircuité sur lui-même d'un transformateur. Il se développe alors dans celui-ci un champ électrique toroïdal qui induit un courant $I_p$ du fait de la conductivité finie du milieu. Cette conductivité finie est due aux collisions coulombiennes qui s'opposent à un mouvement ordonné des particules [1] . On peut définir le long d'une ligne de champ magnétique la circulation du champ électrique appelée tension par tour, $V_\ell$ . La puissance dissipée par effet Joule, $V_\ell\ I_p$ sert à chauffer le plasma. Malheureusement, la conductivité du plasma croît avec sa température et il s'avère impossible d'atteindre les conditions d'ignition à l'aide du seul chauffage ohmique. Il est nécessaire de développer des techniques de chauffage qui permettent de chauffer le plasma au-delà de la température ohmique. Afin de fixer les idées nous allons donner les caractéristiques du Tokamak de Fontenay-aux-Roses, dans la version TFR 600 qui est opérationnelle depuis 1978 [2] . Une photo de la machine est montrée sur la figure II.2

| | |
|---|---|
| Grand rayon | $R_o = 98$ cm |
| Petit rayon | $a = 20$ cm |
| Courant Plasma | $I_p < 400$ KA |
| Champ Toroïdal | $B < 60$ KG |

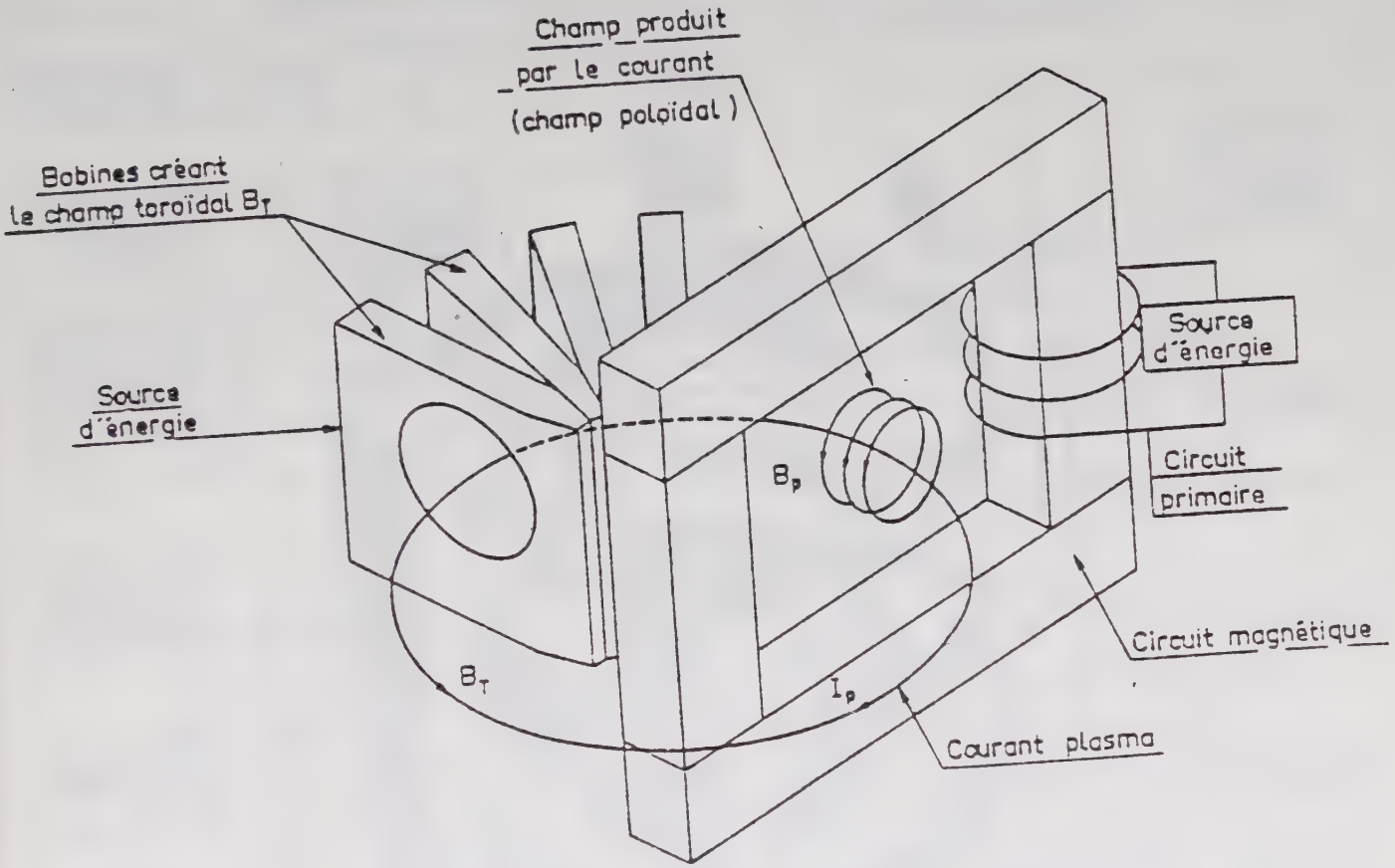

Champ produit
par le courant
(champ poloïdal)
Bobines créant
le champ toroïdal $B_T$
Source
d'énergie
Source
d'énergie
Circuit
primaire
$B_p$
Circuit magnétique
$B_T$
$I_p$
Courant plasma

FIG II.1

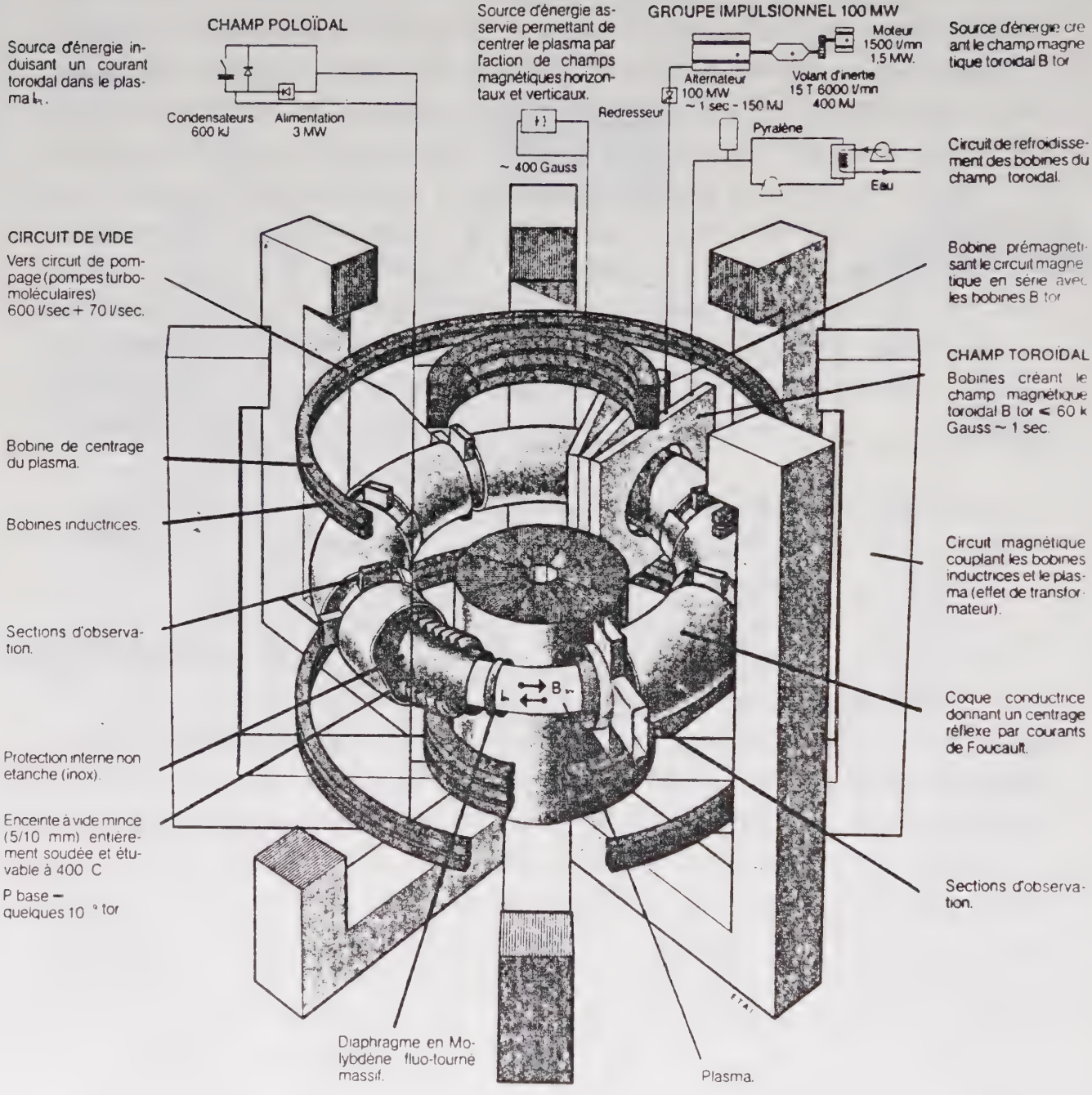

Source d'énergie induisant un courant toroïdal dans le plasma $I_{tor}$.
CHAMP POLOÏDAL
Condensateurs 600 kJ
Alimentation 3 MW
Source d'énergie asservie permettant de centrer le plasma par l'action de champs magnétiques horizontaux et verticaux.
~ 400 Gauss
GROUPE IMPULSIONNEL 100 MW
Moteur 1500 t/mn 1,5 MW.
Alternateur 100 MW ~ 1 sec - 150 MJ
Volant d'inertie 15 T 6000 t/mn 400 MJ
Redresseur
Pyralène
Eau
Source d'énergie créant le champ magnétique toroïdal B tor
Circuit de refroidissement des bobines du champ toroïdal.
CIRCUIT DE VIDE
Vers circuit de pompage (pompes turbomoléculaires) 600 l/sec + 70 l/sec.
Bobine prémagnetisant le circuit magnétique en série avec les bobines B tor
CHAMP TOROÏDAL
Bobines créant le champ magnétique toroïdal B tor ≤ 60 k Gauss ~ 1 sec.
Bobine de centrage du plasma.
Bobines inductrices.
Circuit magnétique couplant les bobines inductrices et le plasma (effet de transformateur).
Sections d'observation.
Coque conductrice donnant un centrage réflexe par courants de Foucault.
Protection interne non étanche (inox).
Enceinte à vide mince (5/10 mm) entièrement soudée et étuvable à 400 C
P base – quelques 10 ⁻⁹ tor
Sections d'observation.
Diaphragme en Molybdène fluo-tourné massif.
Plasma.

FIG II. 2

Performances sur l'axe (ohmique seul)

| | | |
|---|---|---|
| Densité électronique | : | $n_{e_o} \leqslant 2.10^{14} cm^{-3}$ |
| Température électronique | | $T_{e_o}$ = 900 ev |
| Température ionique | | $T_{i_o}$ = 750 ev |

Le plasma est en général constitué de protons et de deutons en proportion variable mais imposée de l'extérieur. Toutefois un paramètre essentiel est la pureté du plasma eu égard aux autres ions (oxygène, carbone, nickel...) On définit une valeur $Z_{eff} = \sum_i \frac{n_i}{n_e} Z_i^2$ où la sommation porte sur tous les ions présents dans la machine.

Le plasma de T.F.R. est relativement propre (en ohmique) et l'on obtient $Z_{eff}$ = 1.1. Si l'on fait l'hypothèse que la seule impureté est l'oxygène, cela conduit à une densité d'oxygène complètement ionisée représentant $2.10^{-3}$ fois la densité électronique. Le même calcul fait avec le nickel 20 fois ionisé donne $2{,}6.10^{-4}$.

Grandeurs physiques remarquables

Nous avons vu au chapitre I apparaître un certain nombre de fréquences remarquables. Ces différentes fréquences sont reportées sur la figure II.3 pour les paramètres standards de T.F.R.. On peut remarquer en particulier que la fréquence plasma ionique est toujours plus grande que la fréquence cyclotron ionique (la densité au bord dans T.F.R. est de quelques $10^{11} cm^{-3}$). Sur cette même figure, nous avons reporté une échelle des nombres d'ondes pour les comparer aux grandeurs caractéristiques (vitesse, fréquence, rayon de Larmor ionique).

Durant les expériences de chauffage, il est important de pouvoir suivre l'évolution des différents paramètres de la décharge. Les grandeurs physiques que l'on suit sont les suivantes :

- courant plasma $I_p$ : l'électrotechnique impose une forme déterminée à son évolution dans le temps. Cependant il arrive que la décharge meurt brusquement (disruption) ;

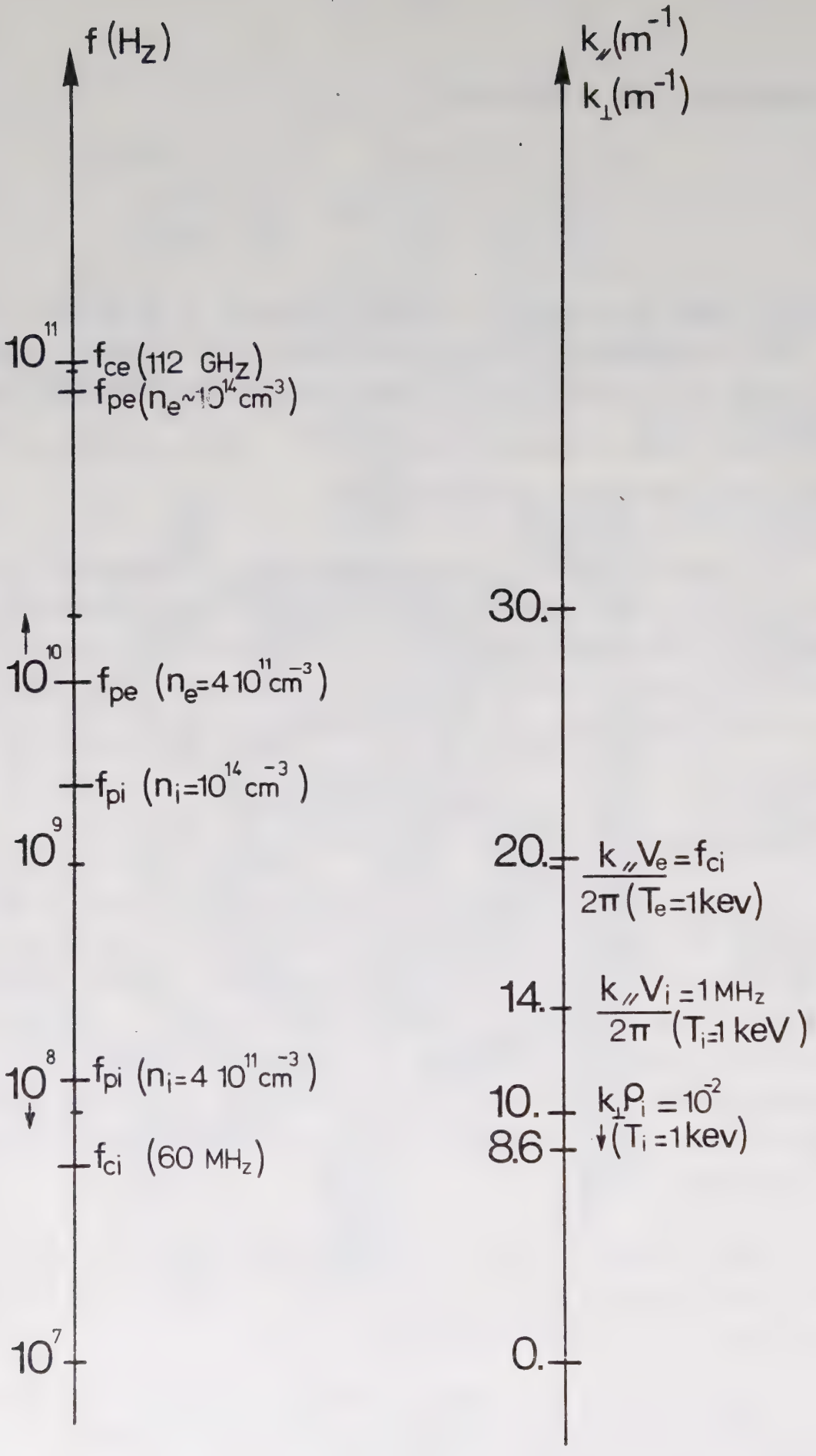

f (Hz)
$10^{11}$
$f_{ce}$ (112 GHz)
$f_{pe}$ ($n_e \sim 10^{14} cm^{-3}$)
$10^{10}$
$f_{pe}$ ($n_e = 4\,10^{11} cm^{-3}$)
$f_{pi}$ ($n_i = 10^{14} cm^{-3}$)
$10^{9}$
$10^{8}$
$f_{pi}$ ($n_i = 4\,10^{11} cm^{-3}$)
$f_{ci}$ (60 MHz)
$10^{7}$
$k_{//}(m^{-1})$
$k_{\perp}(m^{-1})$
30.
20.
$\frac{k_{//} V_e}{2\pi} = f_{ci}$ ($T_e = 1$ kev)
14.
$\frac{k_{//} V_i}{2\pi} = 1$ MHz ($T_i = 1$ keV)
10.
$k_{\perp} \rho_i = 10^{-2}$
8.6
($T_i = 1$ kev)
0.

FIG II. 3

- Tension par tour : l'équation d'évolution de la tension par tour est

$$\frac{d}{dt} V_\ell = -\left(\mathcal{L} \frac{dI_p}{dt} + I_p \frac{d\mathcal{L}}{dt}\right) + \frac{d}{dt}(\rho I_p) + \rho \frac{dI_p}{dt}$$

Les variations de la tension par tour traduisent soit les variations de courant $\frac{dI_p}{dt}$ soit les variations de profil de courant $\frac{d\mathcal{L}}{dt}$ où $\mathcal{L}$ est la self du plasma soit encore la variation de résistivité $\rho$, qui indique alors une variation de la densité, de la température ou des impuretés

$$\rho = \sqrt{\frac{m_e}{2\pi}} \; Z_{eff} \frac{e^2 \, Ln \, \Lambda}{32 \varepsilon_0 (KT_e)^{3/2}}$$

- Densité électronique : mesurée le long de 8 cordes verticales par interférométrie ; $(n_e)$

- Température électronique : T.F.R. dispose de 5 techniques différentes pour mesurer la température électronique ; $(T_e)$

- diffusion Thomson : donne à un instant la température en 8 points du profil ;

- rayonnement X-mou : mesure le rayonnement de Bremmstrahlung des électrons sur les impuretés. La comparaison de deux détecteurs munis de filtres adéquats permet de connaître $T_e$. Cette mesure est très sensible au contenu en impuretés du plasma, mais la technique des absorbants permet de déduire une température indépendante des impuretés ;

- Rayonnement cyclotronique électronique : 3 méthodes différentes sont utilisées sur T.F.R. - une détection hétérodyne du rayonnement au fondamental (détermination en 1 point du plasma)
  - une détection par interférométrie du rayonnement au $2^e$ harmonique (détermination en 2 points du plasma)
  - une mesure par transformée de Fourier rapide qui permet d'avoir le profil de température toutes les 16 ms environ.

- Température ionique : deux diagnostics sont utilisés sur T.F.R. pour déterminer la température ionique : $(T_i)$

- emission neutronique : quand le plasma contient du deuterium la réaction de fusion $^2D + ^2D \rightarrow n + ^3He$ se produit au sein du plasma. En mesurant le flux de neutrons au cours du temps on peut remonter à la température ionique (des deutons) au centre de la machine.

- échange de charge : au sein du plasma, existe une certaine quantité d'atomes neutres. Il se produit alors des réactions d'échange de charge entre les ions chauds $(D^+)_c$ et les neutres froids $(D^\circ)_f$

$$(D^+)_c + (D^\circ)_f \longrightarrow (D^+)_f + (D^\circ)_c$$

C'est ce même mécanisme qui permet le chauffage du plasma par injection de neutres rapides. Les neutres chauds n'étant pas confinés, ils vont sortir du plasma et on peut les analyser en énergie après les avoir fait passer dans une cellule d'ionisation. Ce diagnostic permet de connaître la fonction de distribution des ions chauds à l'intérieur du plasma. En ajoutant une analyse magnétique à l'analyse en énergie, on sépare les différentes espèces ioniques.

- Etude des impuretés : nous avons décrit précédemment deus diagnostics qui donnent des renseignements sur les impuretés contenues dans le plasma : la tension par tour qui permet de calculer le $Z_{eff}$ du plasma par l'intermédiaire de la résistivité et le rayonnement X-mous.. Ces mesures sont essentiellement globales. Une spectroscopie fine dans l'ultraviolet permet de suivre dans l'espace et dans le temps l'évolution d'une raie d'une impureté. Si l'on connait simultanément la température électronique et la densité électronique, on est capable, à travers des modèles de remonter à la quantité d'impuretés présentes dans la décharge. Le rôle des impuretés dans une décharge Tokamak, est fondamental . En effet leur rayonnement est un puit énergétique. Si le contenu en impuretés du plasma est trop important la puissance rayonnée peut être plus importante que la puissance Joule. Dans ces conditions, le plasma devient instable et casse. On ne peut plus l'entretenir. La mesure de toute la puissance rayonnée et de sa distribution spatiale est une information très importante. Cette quantité est obtenue par mesure bolométrique, c'est-à-dire une mesure de la puissance dissipée sur la chambre. Cette mesure indique le rayonnement ainsi que les pertes par échanges de charge.

Enfin on dispose sur T.F.R. d'un diagnostic que permet d'évaluer la

composition isotopique du plasma. Il s'agit d'une mesure de spectrométrie de masse. On analyse le gaz résiduel à la fin de la décharge en suivant l'évolution des masses 2($H_2$), 3(HD) et 4($D_2$). On peut ainsi connaître le rapport $n_H/n_D$, densité d'hydrogène sur densité de deutérium. L'ensemble de ces diagnostics est présenté dans un article de revue général [3] .

Bilan énergétique d'un Tokamak

L'évolution des grandeurs macroscopiques (densité, température) peut être traduite en terme de bilan. La variation de l'énergie interne d'une espèce de particule traduit la compétition entre des termes source (apport de puissance) et des termes perte. On peut écrire un bilan pour chaque espèce :

$$\frac{3}{2} K \frac{d}{dt}(n_e T_e) = \rho J^2 + P_{add}^e - P_{ei} - P_{rad} - P_{con}^e$$

$$\frac{3}{2} K \frac{d}{dt}(n_i T_i) = P_{add}^i + P_{ei} - P_{con}^i - P_{cx}$$

- $\rho J^2$ représente le terme source dû au chauffage ohmique. C'est un terme source sur les électrons uniquement

- $P_{add}^e$ ou $P_{add}^i$ représente le terme source dû au chauffage additionnel sur les électrons et les ions respectivement

- $P_{ei}$ est un terme de couplage entre les électrons et les ions. Un plasma de Tokamak est un plasma collisionel. Il peut donc y avoir transfert d'énergie entre les différentes espèces de particules. Ce terme n'intervient pas sur le bilan énergétique global qui donne l'évolution de l'énergie interne de toute la décharge $\frac{d}{dt}(n_e T_e + n_i T_i)$. Mais quand on écrit le bilan détaillé pour chaque espèce de particules il est très important d'en tenir compte. C'est par ce terme que les électrons et les ions sont couplés. Si l'on avait un mécanisme de chauffage qui chauffe exclusivement les ions, les électrons verraient, du fait de ce terme, leur température varier. Si d'autre part les pertes dues aux électrons sont très importantes, le chauffage des ions s'en trouvera limité et la variation d'énergie interne totale sera limitée par les pertes électroniques.

- $P_{rad}$ et $P_{cx}$ représentent les pertes par rayonnement (bremstrahlung + rayon-

nement de raies) qui agit essentiellement sur les électrons et les pertes par échange de charge (un ion chaud transferre sa charge à un atome froid ; l'atome chaud résultant diffuse à travers la décharge et son énergie peut être pertue) qui agit sur les ions.

• $P_{con}^{e}$ et $P_{con}^{i}$ sont les pertes par conduction et convection [4] . Une décharge Tokamak est hors d'équilibre thermodynamique. Le système doit donc évoluer vers cet équilibre. En particulier, les gradients de densité et température vont relaxer. La conduction représente le flux de chaleur due au gradient de température. Le flux d'énergie est dans le sens opposé au gradient

$$\overline{\phi}_{E}^{e,i} = - n_e \chi_{e,i} \overline{\nabla} T_{e,i}$$

La convection traduit les pertes énergétiques évacuées par le flux de matière à travers les surfaces magnétiques.

Ces équations de bilan sont valables en tout point de la décharge. L'analyse correcte d'une expérience de chauffage nécessite donc la connaissance détaillée de chacun des termes. En particulier le dépôt de puissance associé au chauffage additionnel. La résolution de ces équations pour une expérience donnée permettent de qualifier une méthode de chauffage. Les quantités qui servent d'indicateurs sont principalement les temps de vie de l'énergie définis par

$$\tau_E^{e} = \frac{3}{2} K \frac{\int_V d^3\vartheta \; n_e T_e}{V_e I_p + P_{add}^{e}}$$

$$\tau_E = \frac{3}{2} K \frac{\int_V d^3\vartheta \left( n_e T_e + n_i T_i \right)}{V_e I_p + P_{add}^{e} + P_{add}^{i}}$$

L'une des conclusions à tirer des expériences de chauffage sera l'évolution du temps de vie.

REFERENCES

[1] Spitzer L., "Physics of Fully Ionised Gases" Interscience Publishers, New York (1956).

[2] Equipe T.F.R. "Le Tokamak TFR 600" Rapport EUR-CEA-FC 916 (1977).

[3] Equipe T.F.R., Nucl. Fusion 18, 647 (1978).
Cet article de revue présente les diagnostics courants utilisés en physique des Tokamaks. Pour des renseignements plus détaillés, on trouvera dans cet article une bibliographie détaillée.

[4] Hinton F.L., Hazeltine R.D., "Theory of Plasma Transport in Toroïdal Confinement systems" Review of Modern Physics, 48, n° 2, part 1 (1976).

# CHAPITRE III

## ONDES CYCLOTRONIQUES DANS LES TOKAMAKS

# ONDES CYCLOTRONIQUES DANS LES TOKAMAKS

## III.1 - Relation de dispersion plasma froid

Nous étudions la relation de dispersion des ondes plasma froid pour des fréquences proches des fréquences cyclotroniques ioniques. Pour restreindre le domaine d'étude, nous prendrons des valeurs de paramètres (densité, champ magnétique) caractéristiques des tokamaks actuels. Les fréquences caractéristiques s'ordonnent les unes par rapport aux autres comme indiqué sur la figure II.3.

Nous écrivons l'équation de dispersion en supposant $k_{//}$ (nombre d'onde parallèle de l'onde) connu et en résolvant en $k_{\perp}$ . L'équation de dispersion s'écrit alors [1]

$$S\, n_{\perp}^4 - [(P+S)(S-n_{//}^2) - D^2]\, n_{\perp}^2 + P[(S-n_{//}^2)^2 - D^2] = 0 \qquad \text{(III.1)}$$

avec $n_{\perp} = k_{\perp}\frac{c}{\omega}$ , $n_{//} = k_{//}\frac{c}{\omega}$

Nous ne retenons dans les éléments du tenseur diélectrique que les termes significatifs

$$P \simeq 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \qquad \text{(III.2)}$$

$$S \simeq 1 - \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} \qquad \text{(III.3)}$$

$$D \simeq \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2}\,\frac{\omega}{\omega_{ci}} \qquad \text{(III.4)}$$

S et D sont du même ordre alors que P est beaucoup plus grand
Ceci nous permet de résoudre l'équation (III.1) en ne prenant en compte que les termes les plus significatifs et d'exprimer ainsi les deux racines de manière simple

$$(n_{\perp}^f)^2 = \frac{(S-n_{//}^2)^2 - D^2}{S - n_{//}^2} \qquad \text{(III.5)}$$

$$(n_{\perp}^s)^2 = \frac{P}{S}(S - n_{//}^2) \qquad \text{(III.6)}$$

Ces deux formules ne sont valables que si l'inégalité suivante est vérifiée [2]

$$\left| \frac{(P+S)(S-n_{//}^2) - D^2}{PS[(S-n_{//}^2) - D^2]} \right| \gg 1. \qquad \text{(III.7)}$$

Cette inégalité exprime que les deux racines (III.5) et (III.6) sont extrêmement différentes. On peut en effet vérifier que si l'inégalité (III.7) est respectée alors

$$\frac{(n_\perp^s)^2}{(n_\perp^f)^2} \sim \frac{P}{S} \quad \left(\sim \sigma\left(\frac{m_e}{m_i}\right)\right) \qquad \text{(III.8)}$$

L'une des deux ondes $n_\perp^f$ a une vitesse de phase perpendiculaire beaucoup plus élevée que l'autre $n_\perp^s$. Ceci justifie leur nom respectif d'onde rapide $n_\perp^f$ et d'onde lente $n_\perp^s$.

Etudions d'abord l'onde rapide en supposant l'inégalité (III.7) vérifiée. Cette onde n'est pas résonante à la fréquence cyclotronique ionique. Réécrivons la formule (III.5) :

$$(n_\perp^f)^2 = \frac{R \cdot L}{S - n_{//}^2} \qquad \text{(III.9)}$$

avec

$$R = 1 - n_{//}^2 + \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}(\omega + \omega_{ci})} \qquad \text{(III.10)}$$

$$L = 1 - n_{//}^2 - \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}(\omega - \omega_{ci})} \qquad \text{(III.11)}$$

$R$ est un terme non résonant et $L$ et $S$ ont un comportement identique pour $\omega = \omega_{ci}$

$$\frac{L}{S} = \frac{\omega + \omega_{ci}}{\omega} = 2.$$

L'indice perpendiculaire est alors

$$(n_\perp^f)^2 = 2.\left(1 - n_{//}^2 + \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}(\omega+\omega_{ci})}\right) \qquad \text{(III.12)}$$

qui donne l'ordre de grandeur caractéristique de l'indice perpendiculaire de l'onde rapide. Pour un plasma d'hydrogène de densité $n_i = 10^{14}\,cm^{-3}$ et un champ magnétique de 4 T, on trouve : $n_\perp^f = 24$ (soit pour une fréquence de 60 MHz, $k_\perp^f = 30\ m^{-1}$).

L'expression (III.9) met en évidence une résonance définie par

$$S = n_{//}^2 \qquad \text{(III.13)}$$

ainsi qu'une coupure

$$L = 0. \qquad \text{(III.14)}$$

Dans le cas d'un plasma composé d'une seule espèce d'ion cette résonance et cette coupure définissent deux fréquences

$$\omega_{LH}^2 = \omega_{ci}^2 + \frac{\omega_{pi}^2}{1 - n_{//}^2} \qquad \text{(III.15)}$$

$$\omega_c = \omega_{ci} + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_i (1 - n_{//}^2)} \qquad \text{(III.16)}$$

Ces deux fréquences sont de l'ordre de la fréquence cyclotronique ionique si la densité du plasma est suffisamment faible pour avoir $\omega_{pi}^2 \sim (1 - n_{//}^2)\omega_i^2$ (III.17).

En se reportant à la figure II.3, on trouve que ceci n'est vérifié que si la densité est de l'ordre de $10^{11} cm^{-3}$ soit environ 3 ordres de grandeur plus faible que la densité caractéristique au centre d'un plasma de Tokamak. Dans le cas d'un plasma composé de 2 (ou plus) espèces ioniques, cette résonance et cette coupure définissent des fréquences comparables aux fréquences cyclotroniques et ceci indépendamment de la valeur de la densité (si celle-ci est suffisamment élevée pour satisfaire $\omega_{pi}^2 \gg |1 - n_{//}^2| \omega_i^2$

Reprenons l'expression de S avec 2 espèces ioniques

$$S = 1 - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega^2 - \omega_{c1}^2} - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2 - \omega_{c2}^2}$$

Pour $\omega_{c1} < \omega < \omega_{c2}$ , $S - n_{//}^2$ est une fonction monotone strictement croissante divergente aux 2 résonances cyclotroniques. Cette fonction s'annule entre les deux fréquences cyclotroniques, pour une fréquence

$$\omega_{//}^2 \simeq \frac{(1 - n_{//}^2)\,\omega_{c1}^2 \omega_{c2}^2 + \omega_{p1}^2 \omega_{c2}^2 + \omega_{p2}^2 \omega_{c1}^2}{\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2 + (1 - n_{//}^2)(\omega_{c1}^2 + \omega_{c2}^2)} \qquad \text{(III.18)}$$

Pour $\omega > \omega_{c2}$ il existe une deuxième résonance analogue à celle que l'on a décrite dans le cas du plasma à une seule espèce donnée par

$$\omega_{LH}^2 \simeq \frac{\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2 + (1 - n_{//}^2)(\omega_{c1}^2 + \omega_{c2}^2)}{1 - n_{//}^2} \qquad \text{(III.19)}$$

La résonance (III.18) est appelée résonance hybride ion-ion. Un raisonnement analogue permet de déterminer les coupures définies par L = 0, et l'on trouve :

$$\omega_1 \simeq \frac{\omega_{p1}^2 \omega_{c2}^2 + \omega_{p2}^2 \omega_{c1}^2}{(1 - n_{//}^2)\omega_{c1}\omega_{c2}(\omega_{c1} + \omega_{c2}) + \omega_{p1}^2 \omega_{c2} + \omega_{p2}^2 \omega_{c1}} \qquad \text{(III.20)}$$

$$\omega_2 \simeq \frac{(1 - n_{//}^2)\omega_{c1}\omega_{c2}(\omega_{c1} + \omega_{c2}) + \omega_{p1}^2 \omega_{c2} + \omega_{p2}^2 \omega_{c1}}{(1 - n_{//}^2)\omega_{c1}\omega_{c2}} \qquad \text{(III.21)}$$

La coupure $\omega_1$ est faiblement dépendante de la densité si $\omega_{p1}^2 \gg |1 - n_{//}^2| \omega_{c1}^2$ alors que $\omega_2$ est essentiellement déterminé par la densité. $\omega_2$ est analogue à (III.16) dans le cas du plasma à 1 seule composante ionique. Signalons que c'est la résonance (III.15) qui est utilisée dans le cas du chauffage à l'hybride basse. En variant la concentration relative des deux espèces ioniques, la résonance hybride ion-ion peut être déplacée entre les deux fréquences cyclotroniques. La position relative des différentes fréquences est la suivante :

$$\omega_{c1} < \omega_{ii} < \omega_1 < \omega_{c2}$$

pour un plasma de haute densité.

Le dernier élément de la discussion est le signe de R. En analysant la formule (III.10), on constate que R est une fonction décroissante de la fréquence. Dans la zone des basses fréquences, R ne sera positif que si

$$\sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} + 1 - n_{//}^2 > 0 \qquad \text{(III.22)}$$

De même, L et S sont donnés dans la limite basse fréquence pour

$$L = 1 - n_{//}^2 + \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} = R = S - n_{//}^2$$

L'onde rapide ne sera donc propagative que pour des indices parallèles suffisamment faibles pour satisfaire l'inégalité (III.22).

Etudions maintenant dans la même approximation, la propagation de l'onde lente. Son indice perpendiculaire est donné par la formule (III.6). On note tout de suite en analysant cette formule que l'onde lente a une coupure définie

par $S = n_{//}^2$ et une résonance pour $S = 0$. Il faut se rappeler également que, vue la gamme de fréquence étudiée et les densités caractéristiques, le terme P est toujours négatif (pour des densités supérieures à $n_e \simeq 10^8 cm^{-3}$). L'onde lente est propagative pour des fréquences qui satisfont :

$$n_{//}^2 \gg S \gg 0.$$

Pour les densités qui nous intéressent, cette condition définit une région très étroite en fréquence. La zone de propagation de l'onde lente est donc très limitée. Dans un plasma composé d'une seule espèce ionique, cette zone en fréquence sera située autour de la fréquence cyclotronique ionique si la densité est très faible (voir formule III.15 avec $n_{//}^2 \simeq 0$.). Pour un plasma composé de 2 espèces ioniques, cette région de propagation se situe entre les deux fréquences cyclotroniques.

Nous avons volontairement restreint notre étude au cas d'un plasma composé de 2 espèces ioniques. Il est très facile de généraliser à un nombre arbitraire d'espèces. Dans ce cas, toutes les singularités que nous avons localisées entre les 2 fréquences cyclotroniques ioniques se répètent pour chaque couple consécutif de fréquences cyclotroniques [3]. Nous allons maintenant justifier l'amploi des formules approchées (III.5) ou (III.6). Nous avons précisé précédemment que la limite de validité de ces formules approchées était donnée par l'inégalité (III.7). Cette inégalité n'est plus vérifiée pour des fréquences satisfaisant [2]

$$n_{//}^2 = S + \frac{D^2}{|P|} \pm 4\left(\frac{D^2 S}{|P|}\right)^{1/2} \qquad \text{(III.23)}$$

c'est-à-dire autour des fréquences $\omega_{ii}$ ou $\omega_{LH}$.
Autour de ces fréquences les 2 solutions de l'équation (III.1) sont égales et valent respectivement

$$n_{\perp o}^2 = \pm\left(\frac{D^2 |P|}{S}\right)^{1/2} \qquad \text{(III.24)}$$

En comparant la valeur de $n_{\perp o}^2$ aux valeurs de $\left(n_\perp^f\right)^2$ ou $\left(n_\perp^s\right)^2$ dans leur zone de validité, on trouve

$$\left(n_\perp^f\right)^2 \ll n_{\perp o}^2 \ll \left(n_\perp^s\right)^2$$

Or, dans l'approximation que nous avions utilisée, $n_\perp^f$ est résonant pour $S = n_{//}^2$

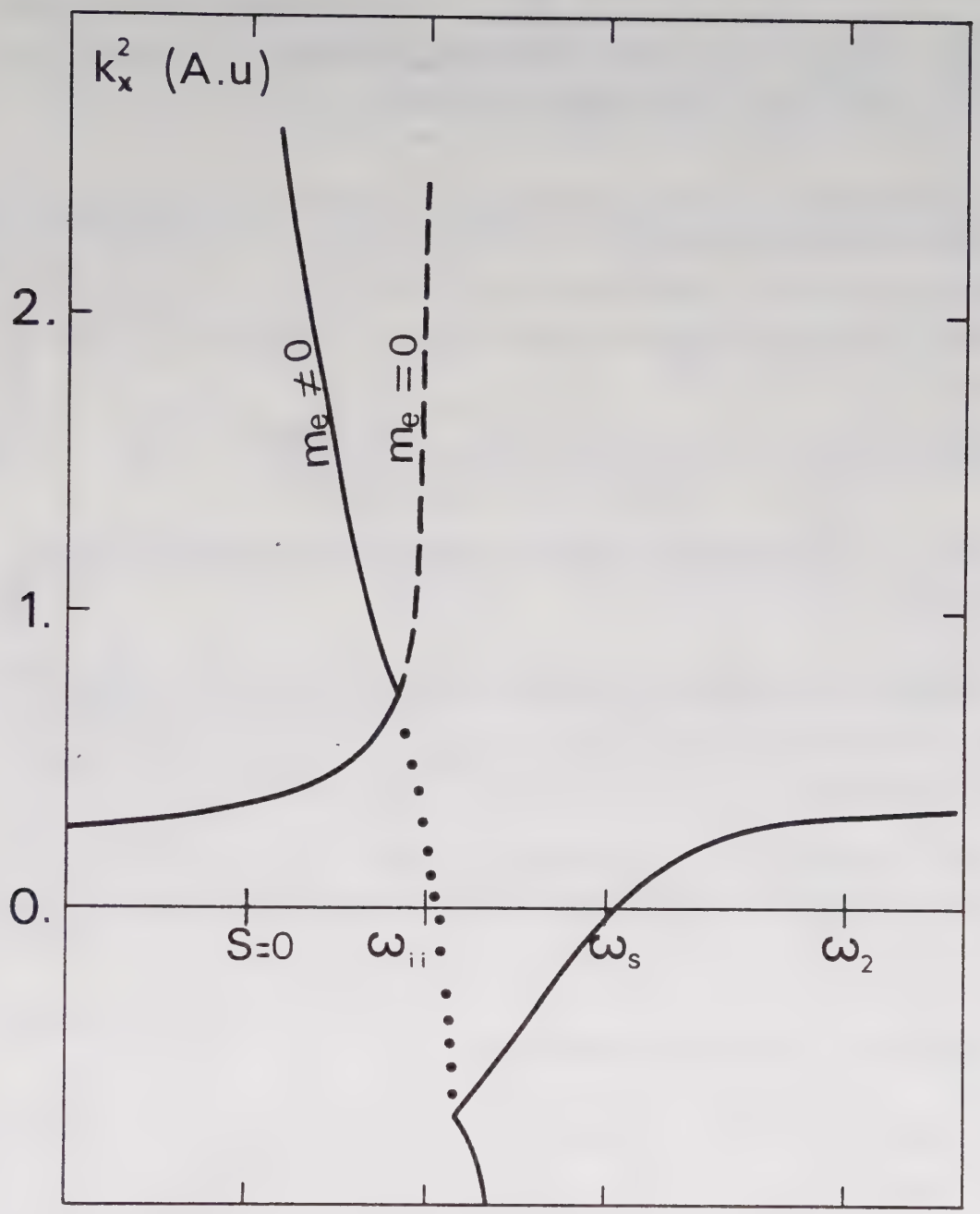



FIG . III . 1

alors que $n_\perp^2$ est nul en ce point. Ceci traduit bien le comportement des solutions comme montré sur la figure III.1. Autour de $S = n_{//}^2$ il y a confluence des 2 solutions de l'équation de dispersion, et l'on ne peut plus différencier l'onde rapide et l'onde lente. Il y a continuité des deux solutions. Cette confluence donne lieu au phénomène de conversion de mode [4] . Nous analyserons en détail ce mécanisme au chapitre IV.

L'approximation utilisée pour dériver la formule III.5 revient à négliger l'inertie des électrons ($m_e \to 0$ ou $P \to \infty$).Ceci est équivalent à annuler la composante parallèle du champ électrique. En calculant la polarisation de l'onde rapide à partir de l'équation vectorielle (I.17), on obtient pour la composante $E_z$

$$\left|\frac{E_z}{E_x}\right| = \left|\frac{n_\perp n_{//}}{P - n_\perp^2}\right| \sim \frac{m_e}{m_i}\left(\frac{\varepsilon_0 B_0^2}{m_i n_e}\right)^{1/2} \ll 1. \qquad \text{(III.25)}$$

L'onde rapide est donc une onde polarisée dans un plan perpendiculaire au champ magnétique.

Dans le cas de l'onde lente par contre, on ne peut faire cette approximation. Toutefois on peut démontrer que la composante de champ électrique parallèle est négligeable. En combinant (III.25) et (III.16), on obtient

$$\left|\frac{E_z}{E_x}\right| \sim \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2}\left(\frac{\varepsilon_0 B_0^2}{m_i n_e}\right)^{1/2} \ll 1. \qquad \text{(III.26)}$$

## III.2 - Relation de dispersion plasma chaud

L'étude de la relation de dispersion plasma froid a mis en évidence une forte augmentation de l'indice perpendiculaire de l'onde rapide au voisinage de la résonance hybride ion-ion. L'onde lente, quant à elle, a toujours un indice perpendiculaire élevé. On est donc amené à prendre en compte des effets plasma chaud (rayon de Larmor fini). D'autre part, pour rendre compte des effets d'absorption, il faut introduire l'amortissement cyclotronique ou l'amortissement Landau. Ces différentes raisons justifient l'emploi de l'équation de dispersion plasma chaud, donnée au 1$^{er}$ chapitre. Pour alléger les calculs analytiques, nous ferons certaines approximations. La démonstration qui va suivre est inspiré d'une étude de Perkins [5] complétée J. Jacquinot [6] .

Les approximations utilisées dans l'établissement de l'équation de dispersion plasma chaud sont les suivantes :

- nous nous limitons au cas $k_\perp \rho_i < 1$
- l'inertie des électrons est négligée dans tous les termes plasma froid. On ne tiendra compte de la masse finie des électrons que s'il faut la comparer à des corrections plasma chaud.

Pour un plasma composé de 2 espèces ioniques, l'équation de dispersion peut s'écrire :

$$\left\{\frac{S}{P}+\frac{\omega}{4}\beta_1\left[f_1^1+\alpha\gamma f_1^2-f_2^1\right]\right\}n_\perp^4-\left\{1-n_{//}^2-\frac{\omega_{p1}^2}{2\omega}\left[\frac{1}{\omega+\omega_{c1}}-f_1^1+\alpha\left(\frac{1}{\omega+\omega_{c1}}-f_1^2\right)\right]+\frac{\omega_{p1}^2}{8}\beta_1 f_2^1\left[\frac{4\omega-\omega_{c1}}{\omega_{c1}(\omega+\omega_{c1})}+f_1^1+\alpha\left(\frac{4\omega-\omega_{c2}}{\omega_{c2}(\omega+\omega_{c2})}+f_1^2\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{3}{2}n_{//}^2\frac{\omega}{\omega_{p1}^2}\right]\right\}n_\perp^2+R\left\{1-n_{//}^2-\frac{\omega_{p1}^2}{\omega}\left[\frac{1}{\omega_{c1}}-f_1^1+\alpha\left(\frac{1}{\omega_{c2}}-f_2^1\right)\right]\right\}=0. \qquad \text{(III.27)}$$

avec $\alpha=\frac{\omega_{p2}^2}{\omega_{p1}^2}$ ; $\gamma=\frac{\omega_{c2}^2}{\omega_{c1}^2}\frac{a_2^2}{a_1^2}$ ; $\beta_1=\frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{c1}^2}\frac{a_1^2}{c^2}=2\mu_0\frac{n_1\kappa T_1}{B_0^2}$

$$f_i^j=\frac{1}{k_{//}a_j}Z\left(\frac{\omega-i\omega_{cj}}{k_{//}a_j}\right)$$

Nous supposerons toujours que l'espèce 1 est la plus lourde. Nous n'avons pris en compte les effets de 1$^e$ harmonique $(\omega=2\omega_{ci})$ que pour cette dernière.

Nous définissons

$$S_H=1-n_{//}^2-\frac{\omega_{p1}^2}{2\omega}\left[\frac{1}{\omega+\omega_{c1}}-f_1^1+\alpha\left(\frac{1}{\omega+\omega_{c2}}-f_1^2\right)\right]+\frac{\omega_{p1}^2}{8}\beta_1 f_2^1\left[\frac{4\omega-\omega_{c1}}{\omega_{c1}(\omega+\omega_{c1})}+f_1^1+\alpha\left(\frac{4\omega-\omega_{c2}}{\omega_{c2}(\omega+\omega_{c2})}+f_2^1\right)\right]-\frac{3}{2}n_{//}^2\frac{\omega}{\omega_{p1}^2} \qquad \text{(III.28)}$$

$$L_H=1-n_{//}^2-\frac{\omega_{p1}^2}{\omega}\left[\frac{1}{\omega_{c1}}-f_1^1+\alpha\left(\frac{1}{\omega_{c2}}-f_1^2\right)\right] \qquad \text{(III.29)}$$

Dans la limite des densités élevées, les approximations utilisées en plasma froid pour trouver les solutions de l'équation de dispersion restent valables, et ces 2 solutions peuvent s'écrire :

$$(n_1^f)^2 = \frac{R.L_H}{S_H} \qquad \text{(III.30)}$$

$$(n_1^s)^2 = \frac{S_H}{\frac{S}{P} + \frac{\omega}{4}\beta_1\left(f_1^1 + \alpha\gamma f_1^2 - f_2^1\right)} \qquad \text{(III.31)}$$

Si la vitesse thermique des ions est nulle, on retrouve exactement les solutions (III.5) et (III.6).

Les modifications apportées à la propagation de l'onde rapide sont dues principalement à la prise en compte de l'amortissement cyclotronique par l'intermédiaire de la fonction Z.

Dans l'approximation plasma froid, la fonction Z est utilisée à travers son développement asymptotique

$$Z(x) \sim -\frac{1}{x} + i\sqrt{\pi}\, e^{-x^2} \qquad \text{(III.32)}$$

et l'on néglige sa partie imaginaire. La prise en compte de la forme correcte de la fonction Z supprime la singularité de S et L à la fréquence cyclotronique, la fonction Z étant bornée (cf. figure III.2). En particulier la partie réelle de Z est toujours inférieure à 2 en module. Cette borne supérieure de la partie réelle de Z empêche alors la résonance de $S_H$ pour les valeurs faibles de $\alpha$ (ou les valeurs élevées). Reprenons l'expression (III.18) qui donne la valeur de $\omega_{ii}^2$. Si $\alpha$ est très faible (resp. très grand) $\omega_{ii}$ est très proche de $\omega_{c_2}$ (resp. $\omega_{c_1}$). Le développement asymptotique de Z ne peut plus être utilisé. Si l'on cherche alors la solution de $S_H = 0$ (en négligeant les bornes d'ordre $\beta_1$) on doit écrire dans le cas $\alpha << 1$ :

$$n_{//}^2 - 1 + \frac{\omega_{p_1}^2}{\omega^2 - \omega_{c_1}^2} = \frac{\alpha\,\omega_{p_1}^2}{2\omega}\left(f_1^2 - \frac{1}{\omega + \omega_{c_2}}\right) \qquad \text{(III.33)}$$

Le membre de droite de l'égalité (III.33) est majoré en partie réelle par

$$\frac{\alpha\,\omega_{p_1}^2}{2\omega}\;\frac{\omega + \omega_{c_2} - k_{//}\,a_2}{(\omega + \omega_{c_2})\,k_{//}\,a_2}$$

L'égalité (III.33) ne peut être réalisée que si $\alpha$ vérifie :

$$\alpha > \alpha_c \equiv 2\left(n_{//}^2 - 1 + \frac{\omega_{p_1}^2}{\omega^2 - \omega_{c_1}^2}\right)\frac{\omega\,k_{//}\,a_2\,(\omega + \omega_{c_2})}{\omega_{p_1}^2\,(\omega + \omega_{c_2} - k_{//}\,a_2)} \qquad \text{(III.34)}$$

Cette inégalité impose une valeur minimum à $\alpha$, soit $\alpha_c$, pour qu'il y ait

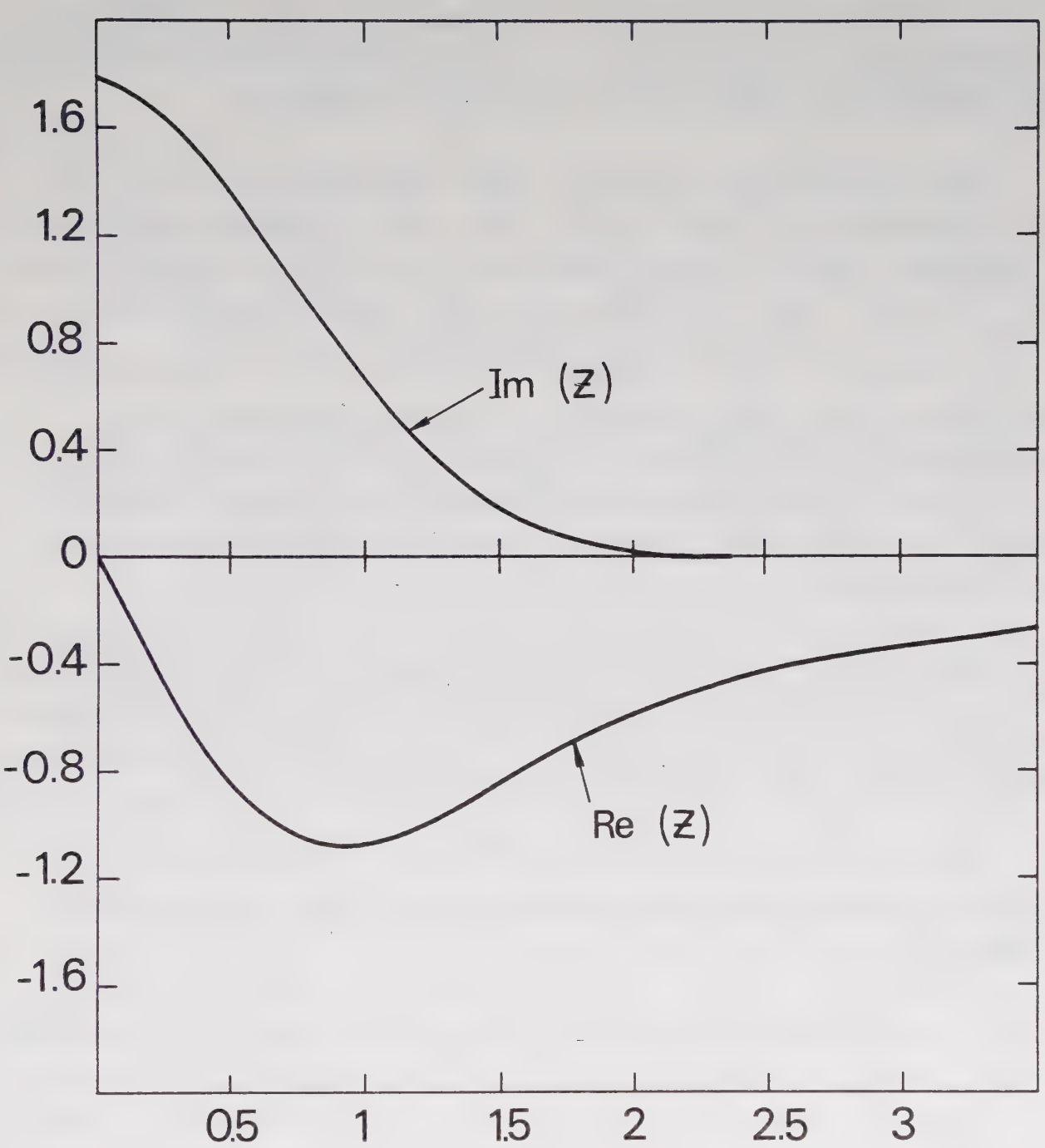



FIG. III. 2

confluence entre l'onde lente et l'onde rapide.

Pour $\alpha < \alpha_c$ , l'accroissement de l'indice de l'onde rapide à la résonance hybride ion-ion n'est pas suffisant pour que les 2 ondes rapides et lentes deviennent indiscernables. Ce critère a été établi par Takahashi dans le cas d'un plasma hydrogène deuterium [7] . Dans le cas $\alpha \gg 1$ , un raisonnement analogue conduit à un critère sur $\alpha^{-1}$. Si $\alpha$ est beaucoup plus grand que $\alpha_c$ , alors l'approximation plasma froid est tout à fait satisfaisante.

Ceci n'est pas du tout le cas de l'onde lente dont la relation de dispersion est donnée par (III.30). En effet, dans les deux termes qui apparaissent au dénominateur, l'un est dû aux électrons $S/P$ , l'autre est une correction plasma chaud, et il est d'ordre $\beta_1 \frac{m_i}{m_e}$ par rapport au premier. Pour fixer les idées, il faut savoir que pour un plasma de densité $n_i = 10^{14} cm^{-3}$, $\beta_1 m_i/m_e$ est égal à 1 pour une température d'environ 200 ev. La contribution plasma chaud sera donc significative dès cette gamme de température. Ceci a pour conséquence de faire disparaître la résonance de l'onde lente en S = 0. Celle-ci est alors propagative jusqu'au fondamental de la fréquence cyclotronique de l'ion le plus lourd. L'onde lente peut être identifiée à une onde de Bernstein ionique [8] .

Dans le cas d'un plasma composé d'une seule espèce d'ions, on peut montrer à l'aide de l'approximation électrostatique que l'onde de Bernstein se propage depuis la fréquence cyclotronique où elle est résonante jusqu'au 1$^{er}$ harmonique $\omega = 2\omega_{ci}$ où son indice perpendiculaire devient nul).

On peut alors montrer [9] que pour $k_{//}$ fixé, il y a une valeur minimum de $\beta_1$ en-dessous duquel cette coupure disparaît. Cette valeur critique est donnée par :

$$\beta_c = \frac{6\,\omega_{c1}}{\omega_{P1}^2}\, k_{//}\, a_1 \left( \frac{\omega_{P1}^2}{\omega^2 - \omega_{c1}^2} + n_{//}^2 - 1 \right) \qquad \text{(III.35)}$$

III.3 - Exemples d'équations de dispersion

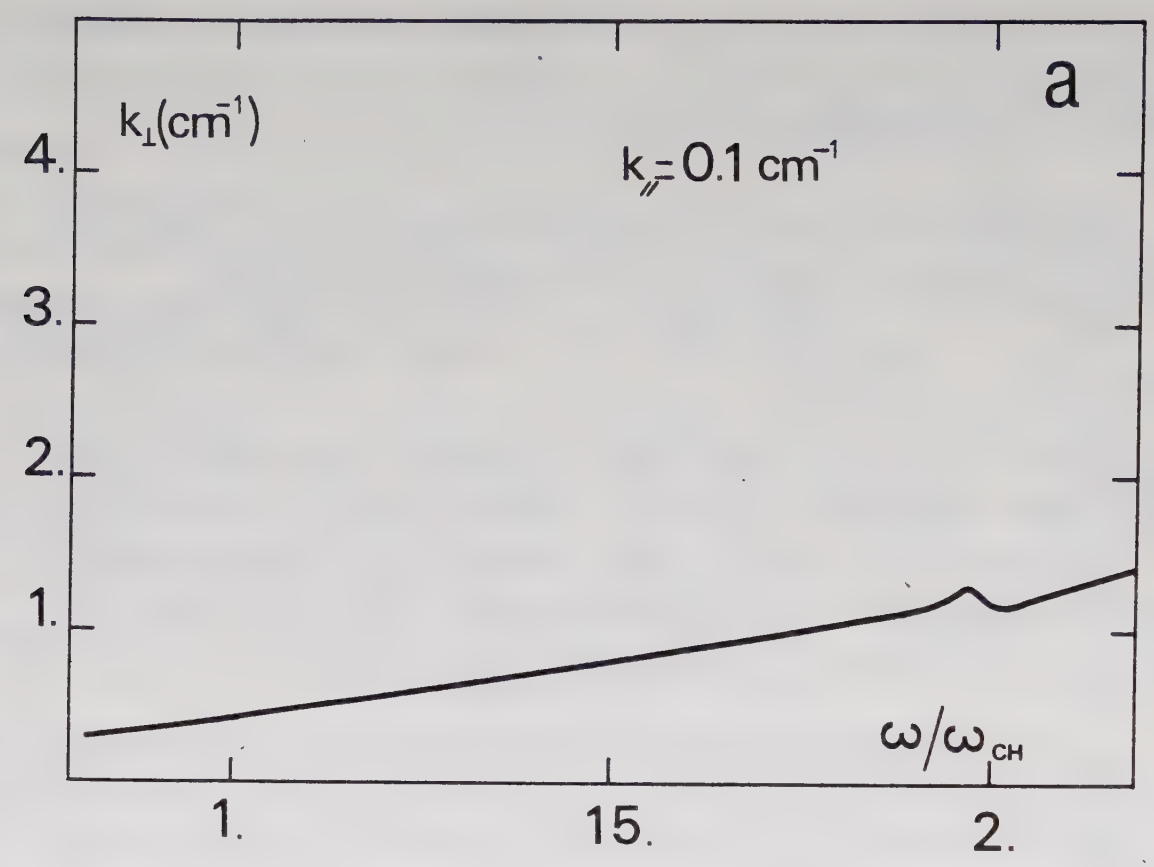
Nous avons mis en évidence trois régimes de propagation différents suivant la composition isotopique du plasma. Nous allons maintenant les illustrer et nous montrerons les différences entre plasma chaud et plasma froid. Ces

relations de dispersion sont obtenues en résolvant numériquement le tenseur diélectrique complet (voir annexe 1). La densité du plasma est prise égale à $n_e = 10^{14} cm^{-3}$, le champ magnétique est de 4 T.

Considérons tout d'abord un plasma d'hydrogène pur. La figure III.3 représente la relation de dispersion dans une gamme de fréquence $0,8\,\omega_{cH} \lesssim \omega \lesssim 2,2\,\omega_{cH}$. Les courbes (a) et (b) sont tracées en plasma chaud pour des valeurs de $k_{//}$ égales à 10 $m^{-1}$(a) et 1 $m^{-1}$(b). On ne note aucune différence significative entre les 2 courbes sauf au niveau de l'harmonique où dans un cas,(b),il y a confluence avec l'onde de Bernstein. Cette onde se propage vers les basses fréquences. L'une de ses caractéristiques, outre son indice élevé, est d'avoir une vitesse de groupe perpendiculaire au champ magnétique beaucoup plus faible que l'onde rapide (environ $2.10^7$ cm/s pour l'onde de Bernstein et $4.10^8$ cm/s pour l'onde rapide). Dans le cas (b), on a $\beta > \beta_c$

Nous allons étudier maintenant le cas d'un plasma composé de 2 espèces ioniques (hydrogène et deuterium). La composition isotopique est telle que $\alpha$ est très faible : $\alpha = 0,02$ (concentration relative des 2 isotopes $n_H/n_D = 0,01$). Les relations de dispersion sont représentées sur la figure III.4 dans l'approximation plasma chaud (a) et plasma froid (b). De plus, sur la courbe (b), les points entourés sont calculés à partir de la formule (III.4). On constate le bon accord avec le calcul qui prend en compte les électrons. Pour la température très basse du cas (b), le critère III.33 est satisfait. L'onde de Bernstein et l'onde rapide deviennent confluentes. Pour une température plus élevée au contraire, $\alpha$ n'est pas assez grand : la confluence disparaît et l'on observe simplement une légère modulation du nombre d'onde de l'onde rapide.

Le troisième régime correspond au cas où $\alpha$ est très grand devant $\alpha_c$ . Nous illustrerons par la relation de dispersion calculée pour un plasma composé de 29 % d'hydrogène et de 71 % de deutérium ($N_H/n_D = 0,4$, $\alpha = 0,8$) (fig. III.5). Encore une fois la courbe (a) est calculée en plasma chaud et la courbe (b) en plasma froid. La différence entre les deux courbes est essentiellement visible au niveau de l'onde lente. Dans le cas (a), ainsi que le montre l'expression analytique, l'onde de Bernstein se propage vers les basses fréquences. Nous avons positionné sur la courbe (b) les fréquences $\omega_{ii}$ (III.18) et $\omega_1$ (III.20). On peut remarquer le bon accord entre ces valeurs et la position de la résonance ou de la coupure donnée par le calcul numérique.


a
$k_\perp(cm^{-1})$
$k_{//}=0.1\ cm^{-1}$
4.
3.
2.
1.
$\omega/\omega_{CH}$
1.
15.
2.

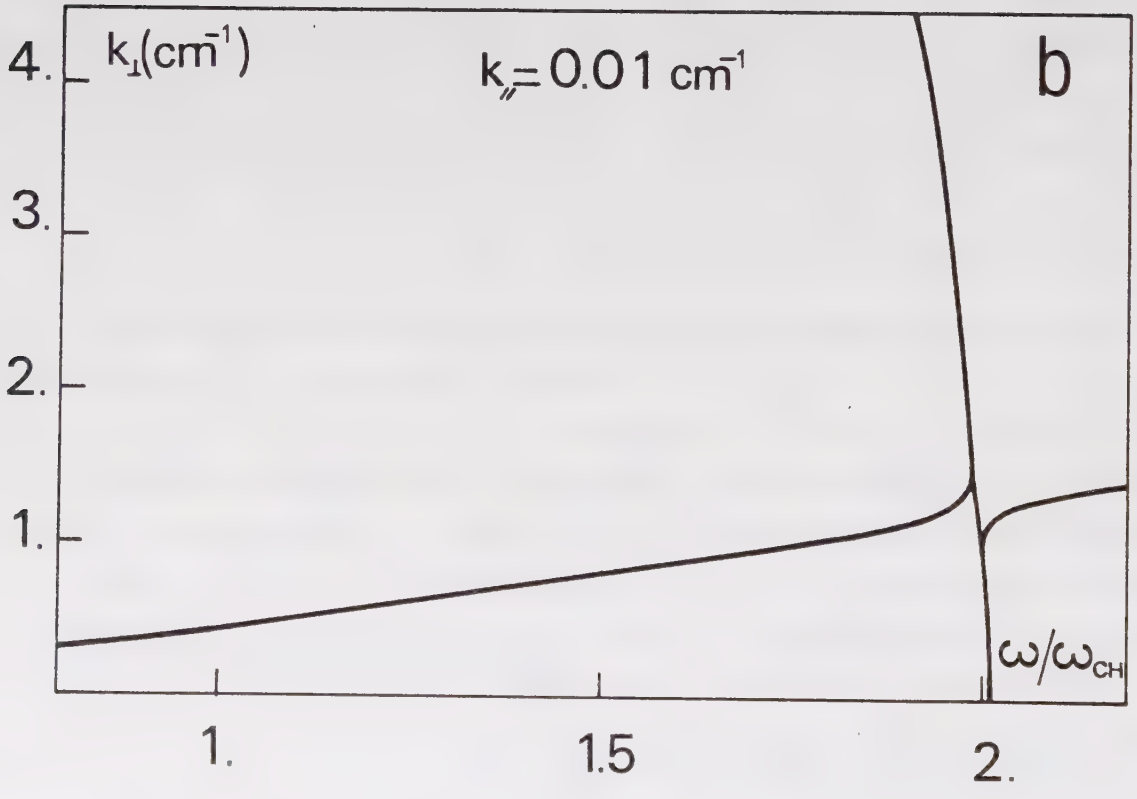
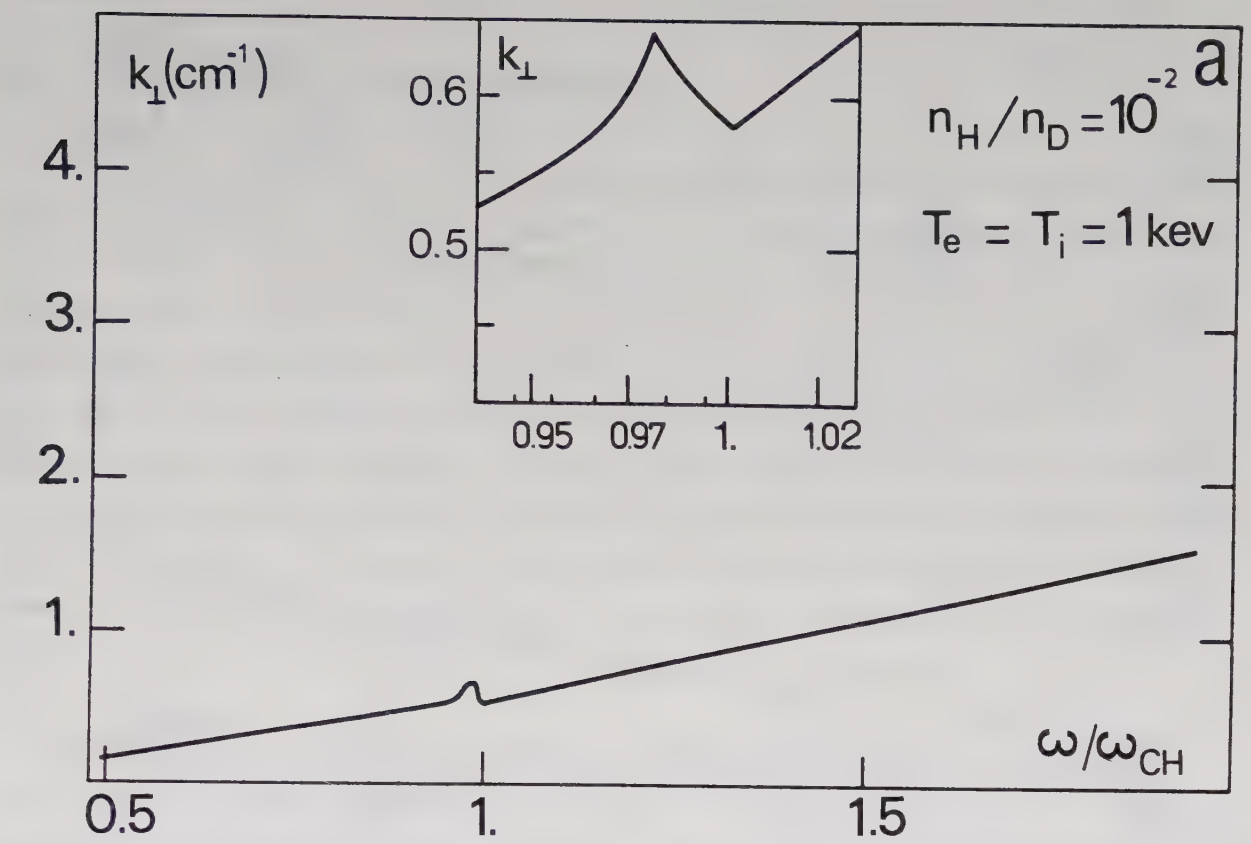

b
$k_\perp(cm^{-1})$
$k_{//}=0.01\ cm^{-1}$
4.
3.
2.
1.
$\omega/\omega_{CH}$
1.
1.5
2.

FIG. III. 3


$k_\perp(cm^{-1})$
$k_\perp$
0.6
0.5
0.95
0.97
1.
1.02
a
$n_H/n_D = 10^{-2}$
$T_e = T_i = 1$ kev
4.
3.
2.
1.
$\omega/\omega_{CH}$
0.5
1.
1.5

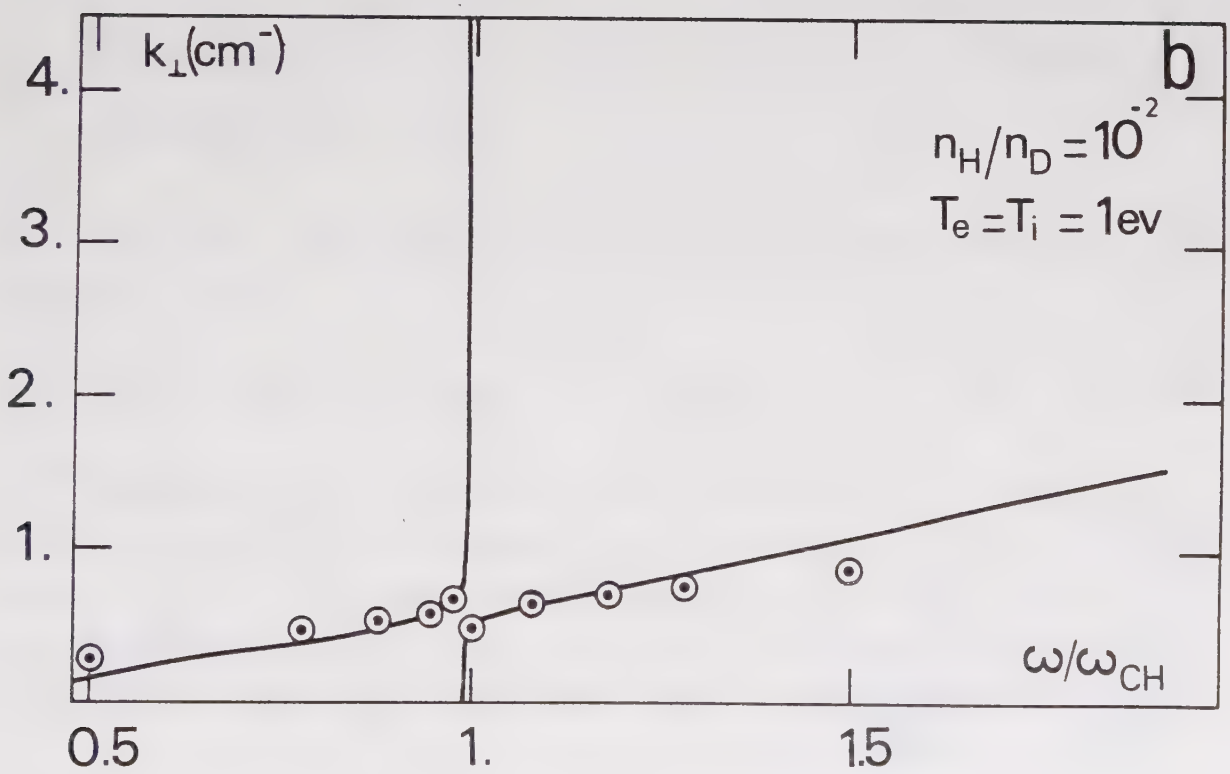
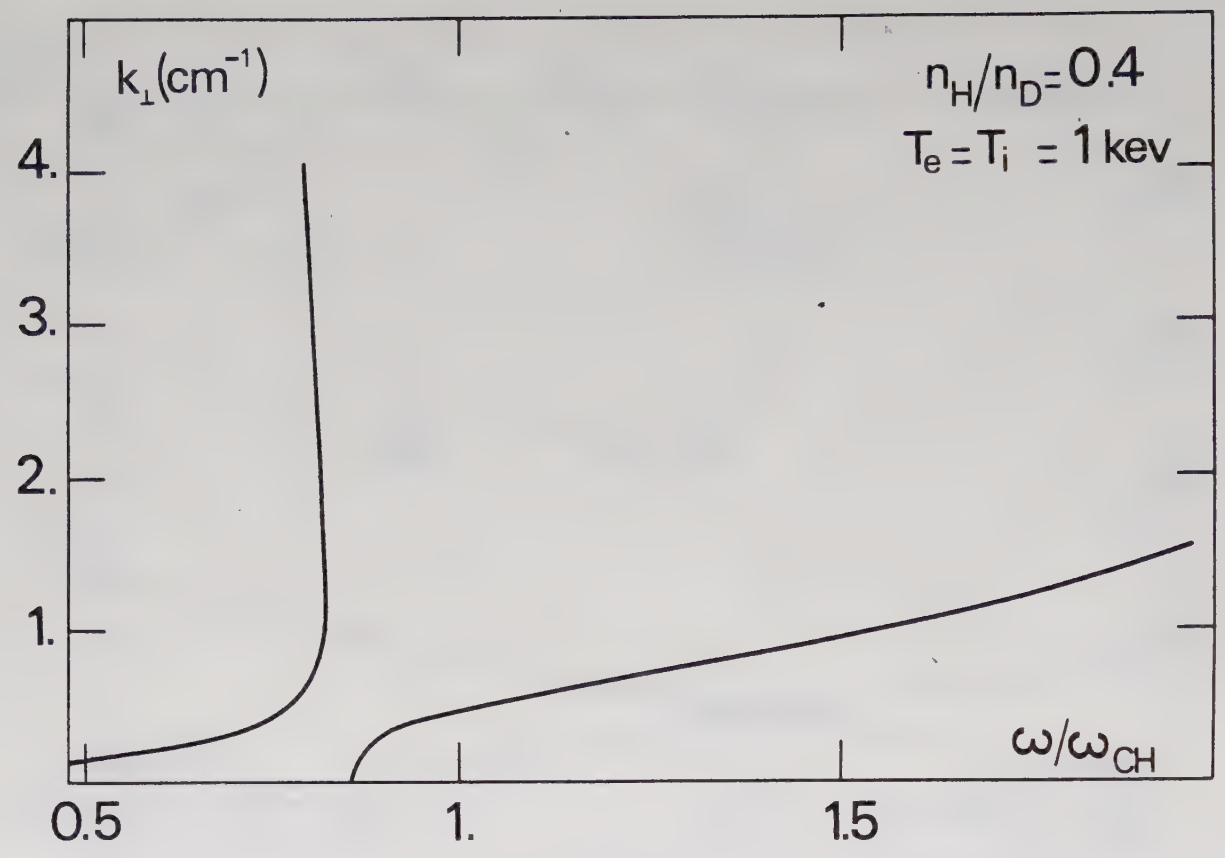

$k_\perp(cm^{-})$
b
$n_H/n_D = 10^{-2}$
$T_e = T_i = 1$ev
4.
3.
2.
1.
$\omega/\omega_{CH}$
0.5
1.
1.5

FIG. III. 4


$k_\perp(cm^{-1})$
$n_H/n_D = 0.4$
$T_e = T_i = 1\,kev$
4.
3.
2.
1.
$\omega/\omega_{CH}$
0.5
1.
1.5

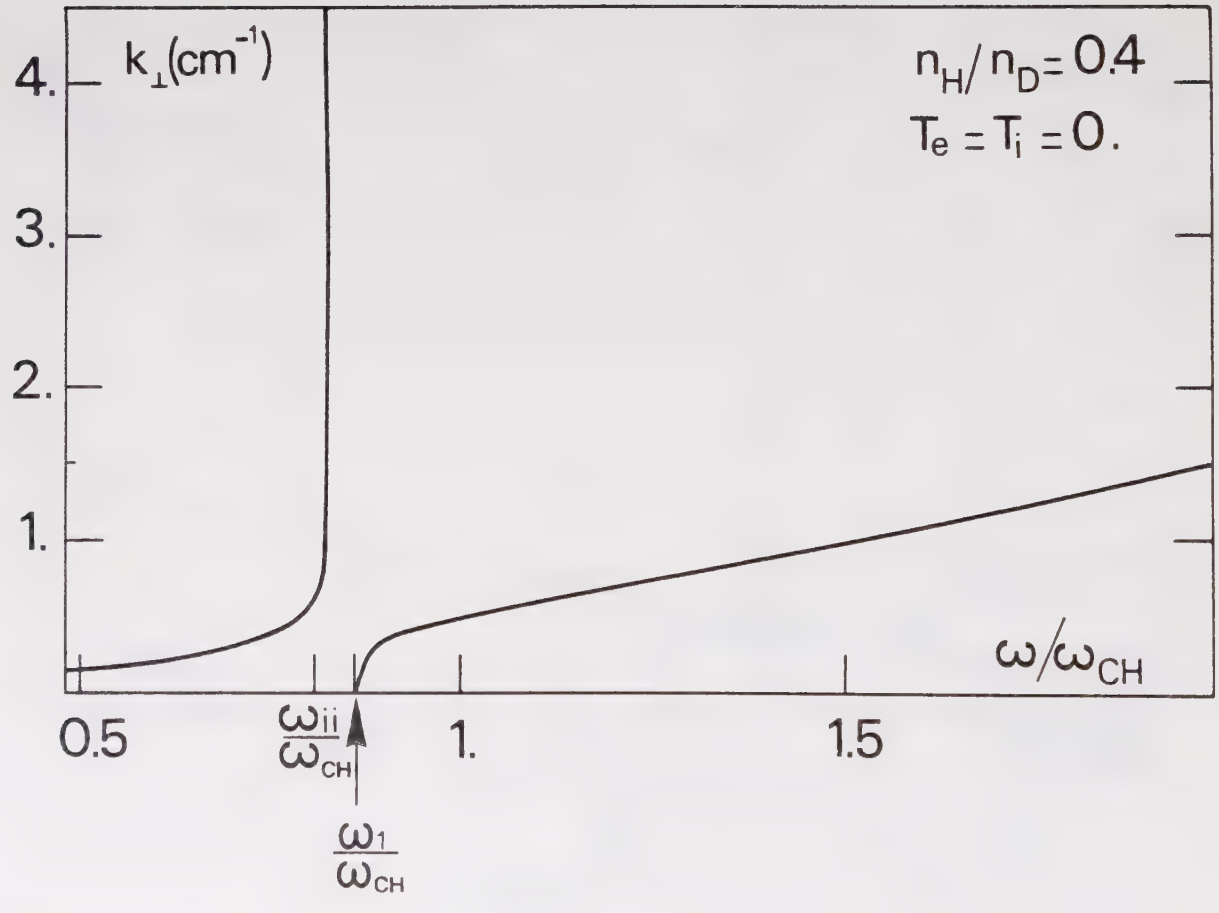

$k_\perp(cm^{-1})$
$n_H/n_D = 0.4$
$T_e = T_i = 0.$
4.
3.
2.
1.
$\omega/\omega_{CH}$
0.5
$\frac{\omega_{ii}}{\omega_{CH}}$
1.
1.5
$\frac{\omega_1}{\omega_{CH}}$

FIG. III.5

## III.4 - Propagation en milieu inhomogène

L'étude précédente nous a permis de déterminer quelles sont les ondes qui se propagent pour une valeur de densité, un champ magnétique et une fréquence donnés. Nous avons dérivé des expressions analytiques simples qui se sont vérifiées correctes. Ceci a mis en évidence certaines fréquences caractéristiques correspondant à des coupures ou des résonances. Le problème physique qui se pose maintenant est de donner une description correcte des caractéristiques des ondes en chaque point du plasma quand, la fréquence étant fixee, les paramètres varient. Dans le 1$^{er}$ chapitre, nous avons montré comment un traitement W.K.B. répondait à cette question. En chaque point du plasma, on résoud l'équation de dispersion avec les paramètres locaux, et l'on peut ainsi connaître l'évolution de l'onde à travers le plasma.

Dans un plasma de type tokamak, le champ magnétique de confinement et la densité varient en chaque point. Le champ magnétique décroît en 1/R et la densité est faible au bord du plasma ($\sim 10^{11}$ cm$^{-3}$) et peut atteindre $10^{14}$cm$^{-3}$ au centre. Ces variations de paramètres introduisent 3 surfaces singulières dans le plasma

- R = 0
- L = 0
- S = $n_{//}^2$

Considérons tout d'abord la surface R = 0. Elle est définie par l'équation

$$1 - n_{//}^2 + \omega_{p1}^2 \left[ \frac{1}{\omega_{c_1}(\omega+\omega_{c1})} + \frac{\alpha}{\omega_{c_2}(\omega+\omega_{c2})} \right] = 0. \qquad \text{(III.36)}$$

Cette surface est déterminée principalement par les variations de densité. En effet, la variation due au champ magnétique est faible (d'ordre $\frac{a}{Ro}$, a étant le rayon du plasma) alors que la variation due à la densité est donnée par le rapport entre la fréquence plasma au centre et l'indice parallèle $n_{//}$. Cette surface R = 0 donne la coupure de l'onde rapide. On peut remarquer également que l'indice parallèle ne peut pas dépasser une certaine valeur au-delà de laquelle R reste toujours négatif dans le plasma. Enfin, plus $n_{//}$ est faible, plus la densité de coupure est faible et si $n_{//} < 1$ alors R est toujours positif.

Nous allons étudier simultanément les surfaces $S = n_{//}^2$ et $L = 0$. La fréquence de l'onde étant fixée, ces surfaces sont déterminées comme étant soit le lieu des points où $\omega = \omega_{ii}$ (resp. $\omega = \omega_1$) dans le cas d'un plasma à deux espèces ioniques soit le lieu des points où $\omega = \omega_{LH}$ (resp. $\omega = \omega_c$) dans le cas d'un plasma contenant 1 espèce ionique.

Dans cette dernière situation, la formule (III.15) (resp. III 16) dépend principalement de la densité. De plus, suivant le signe de $1-n^2$ elles sont d'un côté ou de l'autre de la fréquence cyclotronique. Supposons $n_{//}^2 > 1$. L'hybride basse se situe du côté des champs magnétiques élevés par rapport à la position de la résonance cyclotronique où $\omega = \omega_{c_1}$. Il en va de même pour la coupure associée. Si $n_{//}^2 < 1$, la géométrie s'inverse.

Pour un plasma composé de 2 espèces ioniques, nous avons vu précédemment que si la densité du plasma est suffisamment élevée, alors ces surfaces dépendent très peu de la densité. Elles pourront être assimilées dans la région centrale du tore à des cylindres concentriques dont l'axe est l'axe de révolution du tore. Les figures III.6 et III.7 illustrent la géométrie de ces surfaces pour les deux exemples considérés. Les zones hachurées correspondent aux régions de propagation de l'onde rapide. La figure III.6 est calculée dans le cas d'un plasma d'hydrogène pur. Nous avons choisi volontairement une valeur de $k_{//}$ élevée ($k_{//} = 28\ m^{-1}$) afin de bien mettre en évidence les deux surfaces $L = 0$ et $S = n_{//}^2$. Ces deux surfaces sont localisées à l'extérieur de la surface $R = 0$, dans les régions de faible densité. La figure III.7 est calculée pour un plasma de deuterium et d'hydrogène ($n_H/n_D = 0{,}2$). La fréquence et le champ magnétique sont choisis pour que la résonance cyclotronique des protons soit déplacée vers l'extérieur du tore. La surface $R = 0$ est localisée dans la région périphérique $\left(\frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \sim n_{//}^2\right)$ et épouse à peu près les surfaces isodensité.

La topologie des surfaces $L = 0$ et $S = n_{//}^2$ est par contre très différente. Dans la région centrale du plasma, elles s'écartent peu des surfaces équichamp magnétique. Plus la densité diminue plus elles s'incurvent pour se rejoindre à la résonance cyclotronique quand la densité s'annule. On peut traduire les relations III.18 et III.20 afin de donner la position de ces couches dans le plan équatorial du plasma [10]

$$R_{ii} = R_{c_2}\left(1 + \frac{A_2}{A_1}\frac{n_2}{n_1}\right)^{1/2} \cdot \left(1 + \frac{Z_2^2}{Z_1^2}\frac{A_1}{A_2}\frac{n_2}{n_1}\right)^{-1/2} \qquad \text{(III.37)}$$

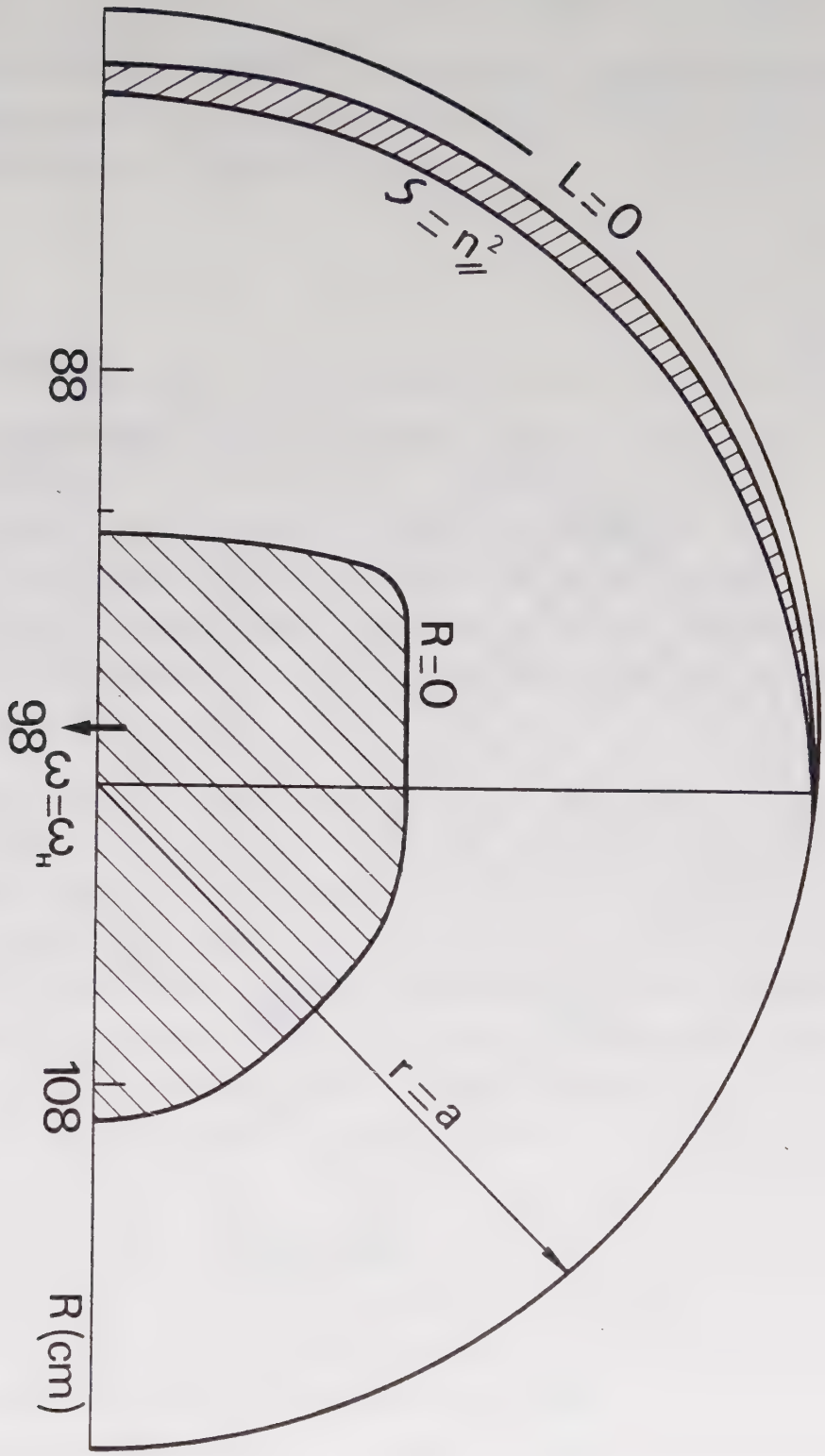



FIG. III.6

$$k_{//} = 10 m^{-1} \qquad n_e = 10^{14} \qquad B_T = 4.5 T$$

$$n_H / n_D = 0.2$$

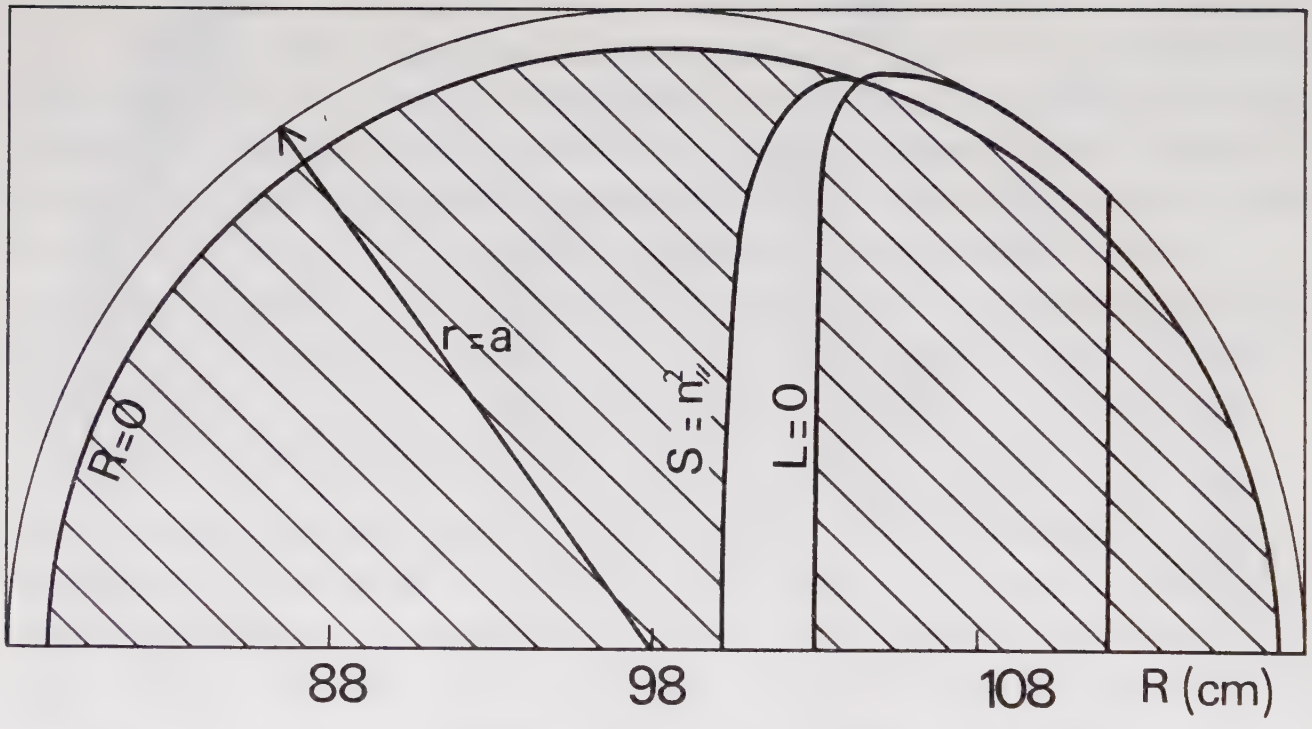



FIG III. 7

$$R_1 = R_{c_2}\left(1 + \frac{A_2}{A_1}\frac{n_2}{n_1}\right)\cdot\left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\frac{n_2}{n_1}\right)^{-1} \qquad \text{(III.38)}$$

où $A_i$ est la masse atomique de l'espèce i, $Z_i$ sa charge électrique, $n_i$ sa densité (i = 1,2) ; $R_{c_2}$ est le rayon de la résonance cyclotronique de l'espèce 2.

Ces deux figures mettent en évidence la très forte asymétrie introduite par le gradient de champ magnétique. Il apparaît clairement qu'il n'y a pas équivalence entre l'intérieur et l'extérieur du tore.

## III.5 - Effet du champ poloïdal

Nous avons vu au chapitre II qu'une structure magnétique constituée uniquement par le champ toroïdal ne permettait pas de confiner le plasma du fait des dérives introduites par le gradient de champ et sa courbure. Pour confiner le plasma, il faut ajouter un champ poloïdal créé dans un Tokamak par un courant toroïdal. Les lignes de champ magnétique sont alors des hélices dessinées sur des tores concentriques. La direction du champ magnétique varie d'un point à l'autre du plasma.

Revenons maintenant à la relation de dispersion III.27 de l'onde lente pour un plasma à deux composantes ioniques. L'onde lente se propage depuis la surface $S_H = 0$. Les variations de l'indice perpendiculaire de l'onde sont principalement dues au gradient de champ magnétique. La loi de Descartes impose alors que la seule composante du vecteur d'onde qui varie soit alignée avec le gradient de champ magnétique (dans la limite de l'optique géométrique). Cette direction n'est ni la direction parallèle au champ magnétique ni la direction perpendiculaire et ceci à cause du champ poloïdal.

Analysons la figure III.8. Dans une section droite du tore, le champ magnétique poloïdal $B_p$ est tangent aux surfaces magnétiques. Soit $e_x$ la direction du gradient de champ magnétique (en fait on considère uniquement le gradient du champ poloïdal $B_T$) et soit $k_x$ le nombre d'onde le long de $e_x$. Nous négligerons toute composante $k_y$, pour simplifier le raisonnement. Soit $k_z$ le nombre d'onde aligné avec le champ toroïdal. Le nombre d'onde parallèle au champ magnétique total est alors donné par

$$k_{//} = k_z \frac{B_T}{|B_0|} - k_x \frac{B_p}{|B_0|} \sin\theta \qquad \text{(III.39)}$$

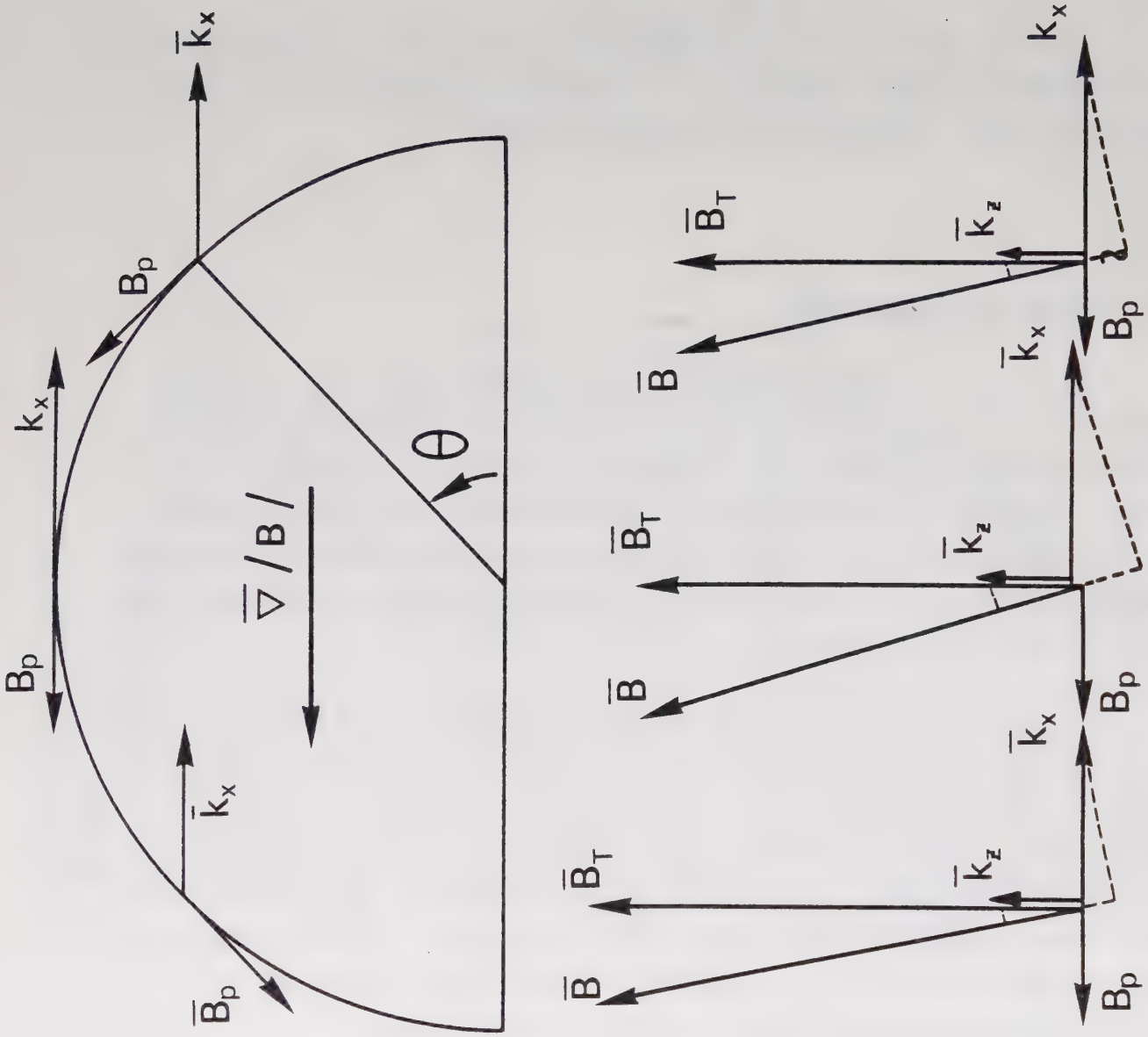

$\bar{k}_x$
$B_p$
$k_x$
$B_p$
$\bar{B}_p$
$\bar{k}_x$
$\nabla |B|$
$\theta$
$\bar{B}_T$
$\bar{k}_z$
$\bar{B}$
$\bar{k}_x$
$B_p$
$k_x$

FIG. III. 8

$\theta$ étant l'angle poloïdal.

Si $k_x$ croît, alors $k_{//}$ peut croître ou décroître par cet effet de projection, et entraîner une variation importante de $k_{//}$ .

Donnons quelques chiffres. Le courant typique qui circule dans le tokamak TFR est de 200 kA. Le champ poloïdal au bord du plasma atteind alors 0,2 T (rayon du plasma 20 cm). Soit 5 % du champ magnétique total (4 T). Le nombre d'onde $k_x$ peut varier entre 0,6 $cm^{-1}$ et 5 $cm^{-1}$ alors que la valeur caractéristique de $k_z$ créé par les antennes est de l'ordre de 0,1 $cm^{-1}$. Le nombre d'onde parallèle peut donc varier entre 0,13 $cm^{-1}$ et 0,35 $cm^{-1}$ soit presque un facteur 3. Comme $k_{//}$ peut varier de manière significative, la propagation de l'onde lente va être profondément modifiée. On peut réécrire la relation III.27 pour déterminer cette fois l'indice dans la direction $\bar{e}_x$

$$\left(n_x^s\right)^2 = \frac{S_H - n_{//}^2}{\frac{S}{P} + \frac{\omega}{4}\beta_1\left(f_1^1 + \alpha\gamma f_1^2 - f_2^1\right) + \frac{B_p^2}{B_0^2}\sin^2\theta} \qquad \text{(III.40)}$$

La correction introduite au dénominateur par le champ poloïdal est toujours positive alors que les deux autres termes sont négatifs. Si le champ poloïdal est suffisamment élevé, il va pouvoir changer le signe du dénominateur. La direction de propagation de l'onde lente est alors inversée. Cet effet a été mis en évidence théoriquement par F.W. Perkins dans le cas de la géométrie Tokamak [5] , mais il avait déjà été souligné théoriquement par Stix [4] et mis en évidence expérimentalement dans des miroirs magnétiques [11] . Il s'agit de l'effet de plage magnétique.

Ainsi, autour du plan équatorial ( $\theta = 0$ ou $\pi$ ; ou champ poloïdal faible) l'onde lente se propage vers les régions de champ magnétique fort et se propage par contre vers les champs magnétiques faibles loin du plan équatorial (fig. III.9). Cet effet de projection est négligeable dans la propagation de l'onde rapide.

## III.6 - Absorption de l'onde

Deux mécanismes d'absorption de la puissance HF doivent être pris en compte. L'amortissement Landau sur les électrons et l'amortissement cyclotronique ionique sur les ions. Pour avoir un amortissement Landau appréciable

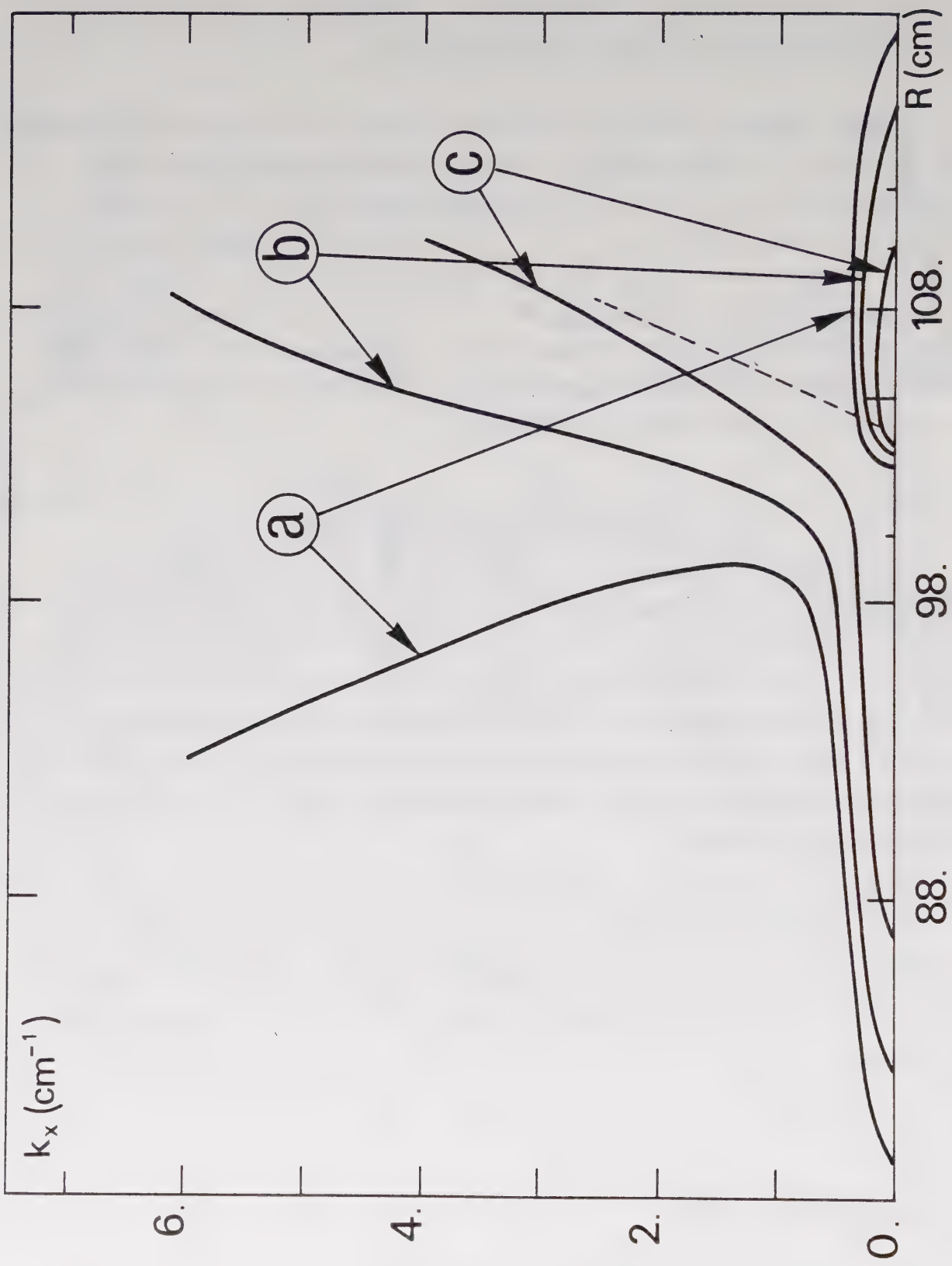



FIG. III. 9

deux conditions sur le champ électrique de l'onde sont requises : la composante de champ électrique parallèle au champ magnétique de confinement doit être suffisamment grande, et une fraction significative des électrons doit être en résonance ( $k_{//} a_e \sim \omega$ ) . La puissance absorbée par unité de volume est donnée par [4]

$$P_e = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \frac{e^2}{m_e \omega} \left(\frac{\omega}{|k_{//}| a_e}\right)^3 E_{//}^2 \exp\left(-\omega^2/k_{//}^2 a_e^2\right) \qquad \text{(III.41)}$$

L'amortissement cyclotronique ionique requière, quant à lui, une composante de champ électrique polarisée circulairement dans le sens de la rotation de Larmor des ions et une fraction non négligeable des ions en résonance $\omega - \omega_{ci} \sim k_{//} a_i$ La puissance absorbée par unité de volume est alors donnée par :

$$P_i = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{q^2}{m_i \omega} E_+^2 \left(\frac{\omega}{|k_{//}| a_i}\right) \exp\left[-(\omega-\omega_{ci})^2/k_{//}^2 a_i^2\right] \qquad \text{(III.42)}$$

Les deux mécanismes sont susceptibles d'agir simultanément. Le bilan global de l'absorption dépend donc fortement du trajet de l'onde.

Pour décrire qualitativement l'absorption de l'onde, nous allons encore une fois distinguer trois régimes. Considérons d'abord le cas d'un plasma à une seule composante ionique. Nous négligeons dans ce cas l'effet de l'onde lente qui reste confinée à la périphérie du plasma. Nous avons vu précédemment que seule l'onde rapide pouvait se propager au coeur du plasma. Cette onde est polarisée dans le plan de rotation de Larmor, la composante parallèle étant d'ordre $m_e/m_i$ par rapport à la composante perpendiculaire (cf. III.25). Pour déterminer l'efficacité du chauffage cyclotronique il nous faut évaluer la composante polarisée dans le sens de rotation des ions. Le rapport des polarisations ionique et électronique est obtenu à partir de l'équation d'onde vectorielle I.17

$$\left|\frac{E^+}{E^-}\right| = \left|\frac{E_x + i E_y}{E_x - i E_y}\right| = \frac{R}{L_H} \qquad \text{(III.43)}$$

Loin de la résonance cyclotronique ionique, on peut se contenter de prendre l'approximation plasma froid. On obtient alors

$$\left|\frac{E^+}{E^-}\right| = \left|1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}(\omega+\omega_{ci})}\right| \Big/ \left|1 + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}(\omega-\omega_{ci})}\right| \qquad \text{(III.44)}$$

Plus on se rapproche de la résonance cyclotronique, plus la composante ionique devient faible.

A la fréquence cyclotronique même, on trouve en tenant compte des effets plasma chaud [12]

$$\left|\frac{E^+}{E^-}\right|^2 = \frac{\left(\frac{\omega_{p_1}^2}{k_{//}^2 c^2} - 2\right)^2}{4\left[\left(\frac{\omega_{p_1}^2}{k_{//}^2 c^2} + 1\right)^2 + \frac{\pi\omega^2}{k_{//}^2 a_i^2}\frac{\omega_{p_i}^2}{k_{//}^2 c^2}\right]} \qquad \text{(III.45)}$$

Compte tenu des densités plasma utilisées ($n_e \sim 10^{14} cm^{-2}$), la formule (III.44) peut se mettre sous la forme :

$$\left|\frac{E^+}{E^-}\right|^2 = \frac{k_{//}^2 \rho_i^2}{4\pi} \qquad \text{(III.46)}$$

L'onde est essentiellement polarisée circulairement dans le sens des électrons. L'absorption cyclotronique ionique est très faible. On peut vérifier également que l'absorption Landau est aussi faible. Un plasma constitué d'une seule espèce ionique absorbe donc très peu la puissance de l'onde rapide.

Considérons maintenant un plasma composé de 2 espèces ioniques. Le rapport des polarisations ionique et électronique peut s'écrire à la résonance cyclotronique de l'espèce 2 :

$$\left|\frac{E^+}{E^-}\right| \sim \left|\frac{\frac{1}{\omega_{c_1}(\omega+\omega_{c_1})} + \frac{\alpha}{\omega_{c_2}(\omega+\omega_{c_2})}}{\frac{1}{\omega_{c_1}(\omega-\omega_{c_1})} - \frac{i\alpha\sqrt{\pi}}{k_{//}a_2\omega}}\right| \qquad \text{(III.47)}$$

Si $\alpha$ est beaucoup plus grand que $\alpha_p = k_{//} a_2 \omega / \sqrt{\pi}\,\omega_{c_1}(\omega-\omega_{c_1})$ alors on se retrouve dans une situation identique à celle décrite précédemment dans le cas d'un plasma à une seule composante ionique. La polarisation ionique est très faible et l'absorption de l'onde rapide sera faible. Par contre si $\alpha$ est de l'ordre ou inférieur à $\alpha_p$ , la polarisation dans le sens ionique peut rester suffisamment grande

$$\left|\frac{E^+}{E^-}\right| \sim \left|\frac{\omega - \omega_{c_1}}{\omega + \omega_{c_1}}\right|$$

L'amortissement cyclotron est alors significatif. En régime minoritaire on peut s'attendre à une absorption importante de l'onde rapide.

Il ne nous reste plus finalement que l'étude de l'absorption de l'onde lente. Celle-ci est polarisée linéairement dans le plan de rotation des ions. La composante $E^+$ est donc égale à la composante $E^-$. On doit s'attendre à une

interaction importante avec les ions dans le voisinage de la résonance cyclotronique ionique. La composante parallèle du champ électrique devient également plus importante que dans le cas de l'onde rapide. En utilisant l'équation de dispersion III.31 de l'onde lente on trouve une composante parallèle donnée par

$$\left|\frac{E_{//}}{E^{+}}\right| \sim \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \qquad \text{(III.48)}$$

On ne peut plus négliger l'amortissement Landau.

Nous avons mis en évidence au paragraphe précédent (III.5) l'importance du champ poloïdal. Son effet est double. D'une part, il augmente le $k_{//}$ de l'onde, d'autre part il est susceptible de modifier la direction de propagation de l'onde lente. Dans le voisinage du plan équatorial, l'onde lente se propage vers les champs magnétiques élevés. Au contraire, loin du plan équatorial, l'onde se propage vers les champs magnétiques faibles. Dans le premier cas, elle s'éloigne de la résonance cyclotronique de l'espèce la plus légère, dans le second cas on s'en rapproche. L'augmentation du $k_{//}$ permet un élargissement doppler important de la résonance cyclotronique. Le champ poloïdal va déterminer le dépôt de puissance en permettant soit un chauffage des électrons soit un chauffage des ions.

## III.7 - Traitement numérique

Afin d'étudier en détail le dépôt de puissance de l'onde HF, il s'est avéré nécessaire de développer un code numérique basé sur l'approche W.K.B. décrite au 1$^{er}$ chapitre. Le tenseur diélectrique complet plasma chaud est résolu en tout point du plasma. Pour décrire l'échange de puissance entre l'onde et les différentes espèces du plasma, une méthode simplifiée du tracé de rayon est utilisée. Les rayons sont définis à priori comme étant des droites parallèles au plan équatorial du plasma. Cette hypothèse est justifiée car la vitesse de groupe parallèle au gradient de champ magnétique est beaucoup plus grande que la vitesse de groupe parallèle à l'axe de rotation du tore.

En supposant une décomposition en série de Fourier dans l'espace et le temps du champ électrique, on résoud l'équation vectorielle (I.17). Le calcul permet de prendre en compte jusqu'à 7 espèces ioniques différentes.

La puissance absorbée par les ions ou les électrons par unité de volume est obtenue, dans l'hypothèse d'un amortissement faible, en intégrant le long des trajectoires les équations

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dx} P_t &= -2 k_i P_t \\ \frac{d}{dx} P_\sigma &= 2 k_i^\sigma P_\sigma \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.49)}$$

$P_t$ représente la puissance locale de l'onde et $P_\sigma$ la puissance absorbée par chaque espèce $\sigma$. La résolution numérique de l'équation de dispersion permet de connaître en chaque point $k_i$, la partie imaginaire du nombre d'onde. On obtient également les taux d'amortissement associés à chaque espèce ionique en écrivant le théorème de Poynting

$$k_i^\sigma = \frac{\tilde{P}_\sigma}{S_x} \qquad \text{(III.50)}$$

où $$\tilde{P}_\sigma = \frac{1}{4}\left(\tilde{j}_s \cdot \tilde{E}^* + \tilde{\tilde{j}}_s^* \cdot \tilde{E}\right) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \omega \tilde{E}_0^* \cdot \mathcal{D}_a^\sigma \cdot \tilde{E}_0 \qquad \text{(III.51)}$$

$$\bar{S}_x = R_e\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{E} \times \tilde{B}}{\mu_0}\right) - \frac{1}{4}\omega\varepsilon_0\left(\tilde{E}_0^* \cdot \frac{\partial}{\partial k_x}\tilde{\tilde{D}}_h \cdot \tilde{E}\right)\right\} \qquad \text{(III.52)}$$

$\tilde{j}_\sigma$ est le courant HF porté par l'espèce 1

$\mathcal{D}_a$ est la partie antihermitienne du tenseur diélectrique associée à chaque espèce (ion ou électron).

Cette méthode avait d'abord été utilisé par J. Jacquinot [13] en utilisant un tenseur diélectrique simplifié et seulement deux espèces ioniques : deuterium et hydrogène.

Nous avons ainsi développé un outil qui permet d'obtenir des informations sur le dépôt de puissance de l'onde HF.

Nous présentons ici deux exemples caractéristiques l'un en régime minoritaire, l'autre en régime de conversion de mode, qui illustrent les conditions expérimentales typiques des plasmas de TFR. Les caractéristiques plasma sont les suivantes :

- rayon plasma : r = 20 cm
- densité électronique au centre : $n_e = 10^{14}\,cm^{-3}$
- température ionique et électronique au centre : 1 kev
- courant plasma : 300 KAmpères
- nombre d'onde parallèle : $10\ m^{-1}$

Pour étudier le régime minoritaire, le plasma est un plasma de deutérium, contaminé avec 1,5 % de protons ( $\alpha$ = 0,03). Le champ magnétique au centre est de 4 T. Les profils de densité et de température sont paraboliques. Sur la figure III.10 sont représentés le nombre d'onde $k_x$ en partie réelle et imaginaire (resp. trait plein et pointillé) ainsi que la polarisation de l'onde pour un rayon dans le plan équatorial. Ainsi que l'on s'y attent, le nombre d'onde n'est pas résonant pour $\omega = \omega_{cH}$ et la polarisation dans le sens ionique est minimum. Le maximum d'absorption est décalé vers les forts champs magnétiques. Dans ces conditions, le champ poloïdal ne joue aucun rôle. L'amortissement est due uniquement aux protons. Sur la figure III.11, nous avons représenté la puissance intégrée le long du rayon pour deux trajets différents : un rayon situé dans le plan équatorial et un rayon situé à 10 cm du plan équatorial. Le sens d'intégration est dirigé vers les champs faibles. Du fait des profils de densité et de température, une puissance plus importante est absorbée près du centre (41 % contre 30 % pour un rayon de 10 cm). L'élargissement doppler est également plus important ce qui se traduit par une absorption localisée plus loin de la résonance.

Considérons maintenant le cas pour lequel la conversion de mode est importante. Le plasma est constitué de deutérium mais cette fois $\alpha$ = 0,4 ($n_H/n_D$ = 0,2). Pour localiser la résonance hybride ion-ion près du centre du plasma, le champ magnétique toroïdal est pris égal à 4,5 T. L'effet du champ poloïdal doit se faire sentir quand on s'éloigne du plan équatorial. La figure III.9 illustre parfaitement ce résultat. Nous avons représenté la relation de dispersion résolue le long de 3 cordes différentes y = 0 cm (a), y = 10 cm (b), y = 15 cm (c). Dans le plan équatorial l'onde lente se propage vers les champs magnétiques élevés. Le champ poloïdal ne joue pas. On constate également que le long de cette branche l'amortissement est faible et est essentiellement dû aux électrons. Par contre à 10 et 15 cm du plan équatorial, l'onde se propage vers la résonance cyclotronique des protons. Le long de ces branches, l'absorption Landau et l'absorption cyclotronique sont toutes les deux sensibles. Le bilan de puissance entre ions et électrons dépend alors de l'histoire complète de l'absorption, le long du rayon. Sur la fig. (III.12), la puissance intégrée le long de la trajectoire est représentée pour la corde située à 10 cm du plan équatorial. L'absorption de la puissance est localisée relativement loin de la résonance cyclotronique située à 112 cm. Ceci montre bien l'importance du champ poloïdal qui, augmentant considérablement $k_{//}$, permet une délocalisation du chauffage des ions. Le trait pointillé délimite la zone au-delà de laquelle le chauffage des protons est dominant. On peut constater

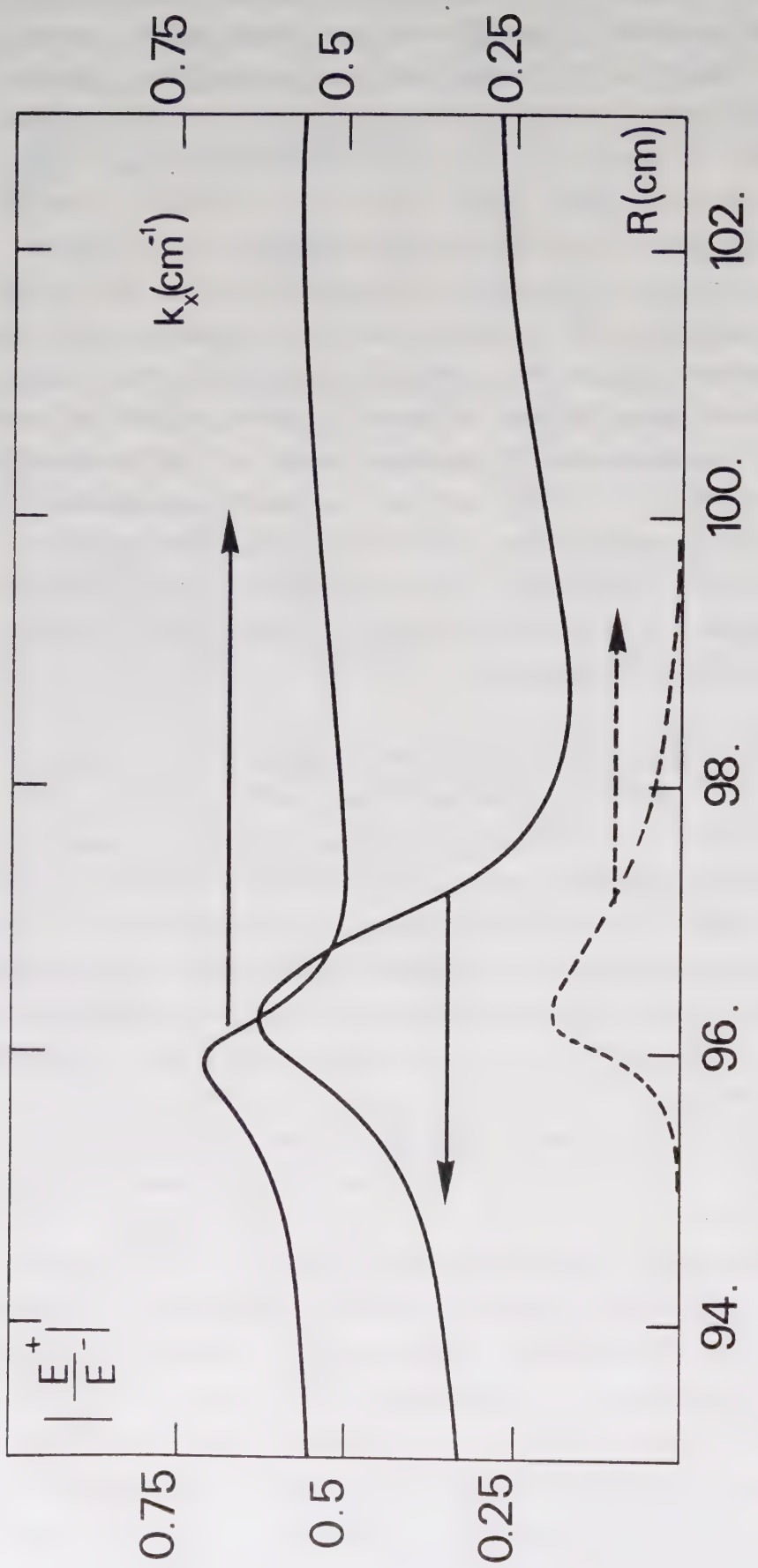

0.75
0.5
0.25
$k_x(cm^{-1})$
R(cm)
94.
96.
98.
100.
102.
$\left|\frac{E^+}{E^-}\right|$
0.75
0.5
0.25

FIG. III. 10

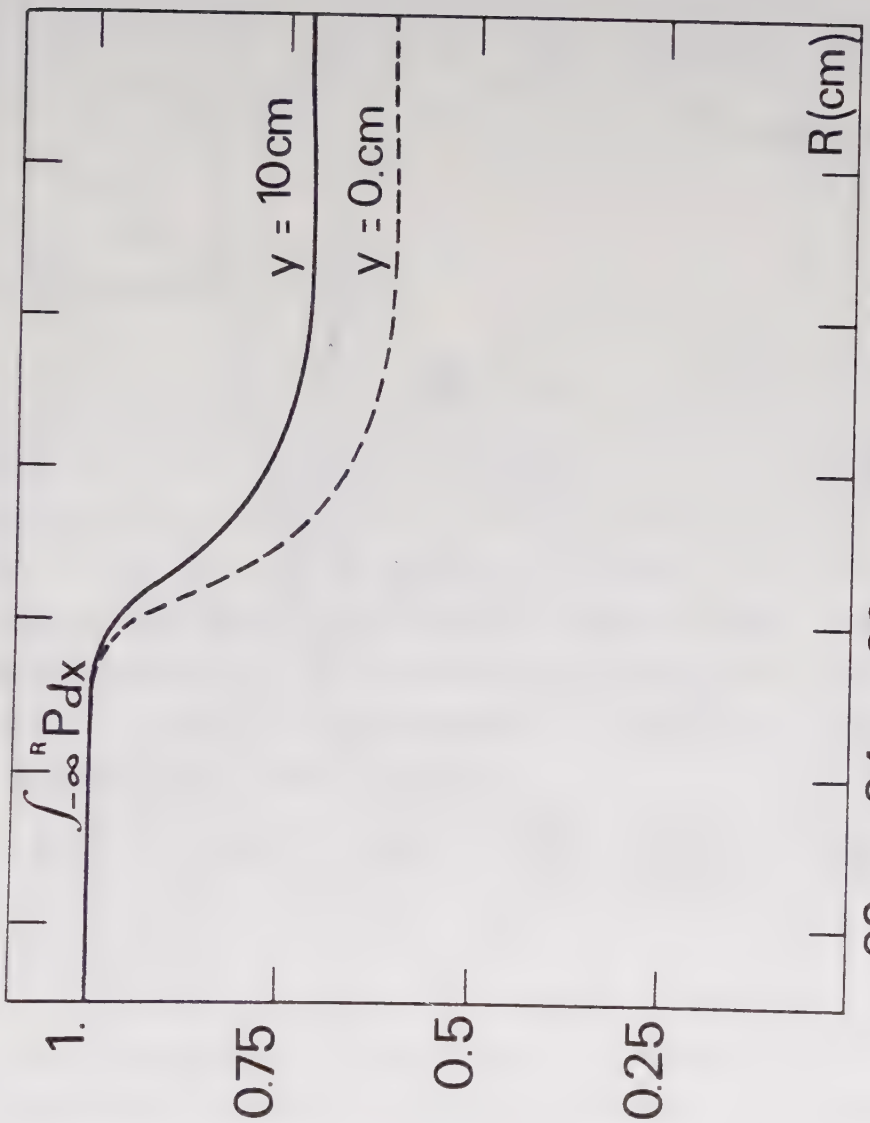



FIG III. 11

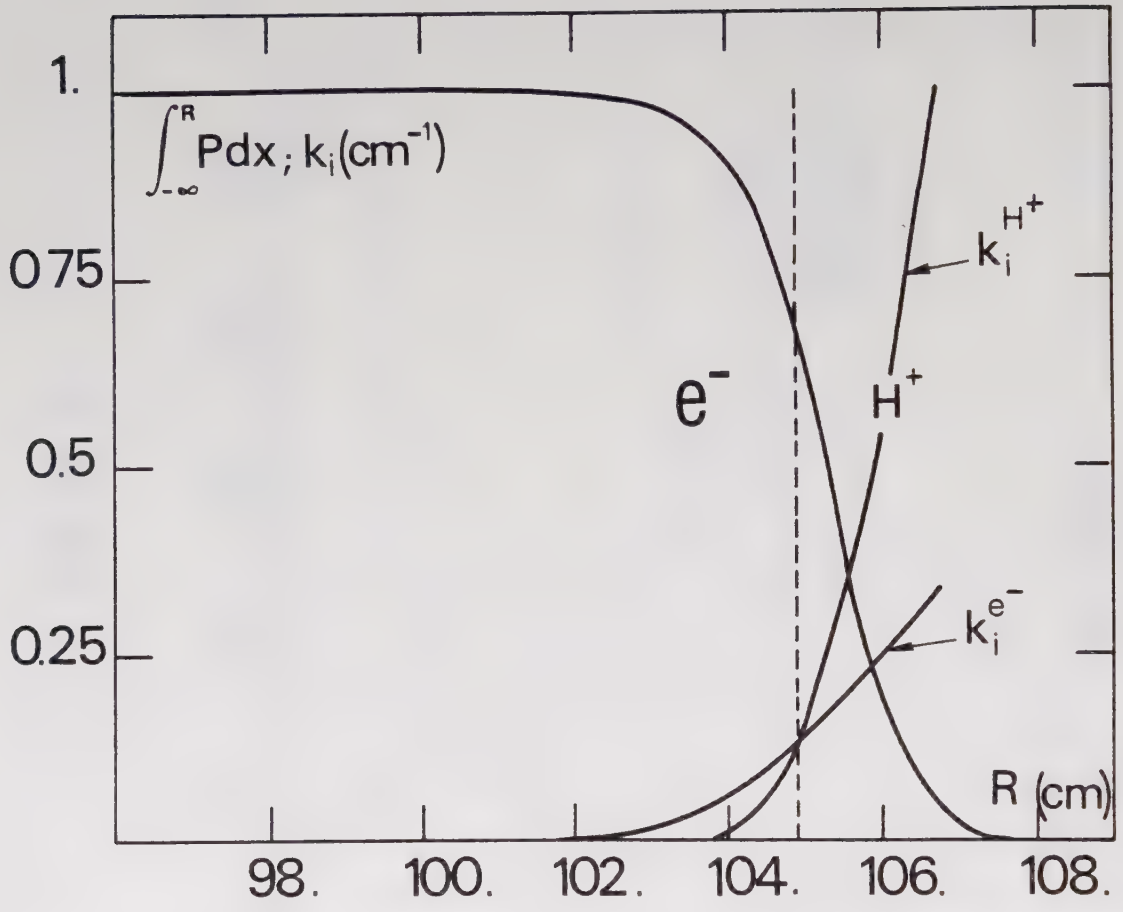

1.
0.75
0.5
0.25
$\int_{-\infty}^{R} Pdx$ ; $k_i(cm^{-1})$
$k_i^{H^+}$
$e^-$
$H^+$
$k_i^{e^-}$
R (cm)
98.
100.
102.
104.
106.
108.

FIG. III. 12

la croissance très rapide du taux d'amortissement associé aux protons.

L'étude de l'absorption en considérant un paquet d'ondes avec plusieurs composantes en $k_z$ permet d'avoir une idée approximative du dépôt de puissance de l'onde HF à travers la section du plasma. La figure III.13 montre que le centre du plasma est essentiellement chauffé grâce à l'amortissement Landau. La puissance HF est communiquée aux électrons. Dans les régions plus périphériques, le chauffage des ions va devenir le mécanisme dominant. Le champ poloïdal permettant un élargissement doppler important, le chauffage des ions se trouve fortement délocalisé.

## III.8 - Synthèse des résultats

Nous avons montré que le chauffage d'un plasma par résonance cyclotronique ionique ne pouvait pas être obtenu en injectant dans le plasma une puissance HF dont la fréquence est comparable à la fréquence cyclotronique de l'espèce ionique majoritaire. Pour un plasma constitué d'une seule espèce ionique, il faut utiliser un chauffage harmonique. Par contre, en contaminant ce plasma par une autre espèce ionique, on peut espérer le chauffer avec des fréquences comparables à la fréquence cyclotronique de l'espèce minoritaire. La figure III.14 décrit schématiquement les différents régimes possibles dans le cas d'un plasma hydrogène-deutérium.

- Pour des très faibles concentrations d'hydrogène ($\lesssim 5.10^{-4}$), l'espèce minoritaire est négligeable. Le seul mécanisme de chauffage utilise le $1^{er}$ harmonique du deutérium.

- Pour des concentrations inférieures à $\alpha_c$ (form. III.34) l'absorption par les protons est dominante. L'onde qui se propage est l'onde rapide légèrement affectée par la présence de l'hybride ion-ion.

- Pour des concentrations supérieures à $\alpha_c$, il y a conversion de mode. L'onde de Bernstein ionique et l'onde rapide se couplent à travers un mécanisme linéaire. L'onde de Bernstein ionique, qui a un très grand $k_\perp$ est soit amortie par les électrons (amortissement Landau), soit absorbée par les protons (amortissement cyclotron). Pour cette onde, le champ poloïdal qui existe dans les plasmas du type Tokamak joue un rôle prépondérant en

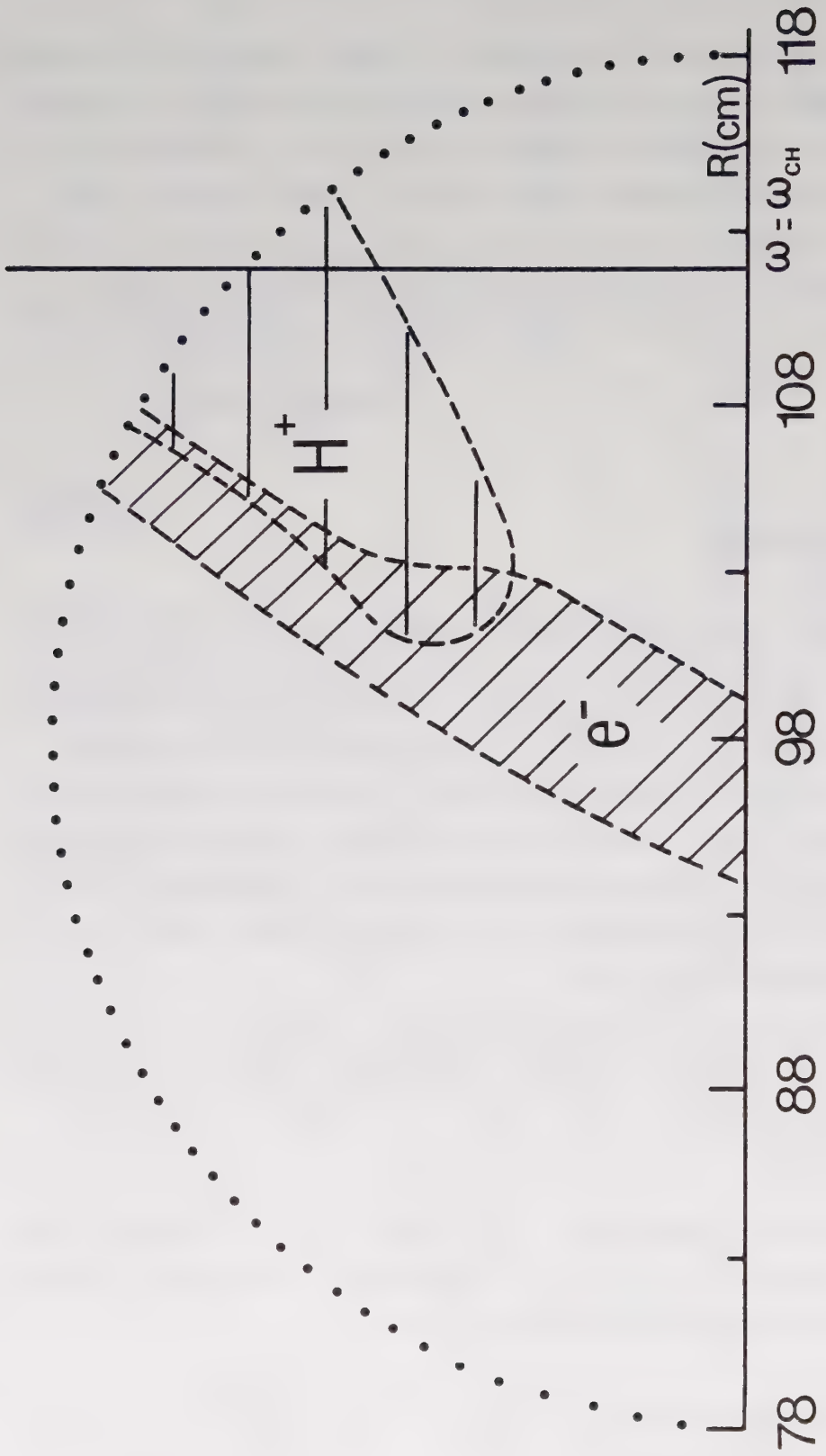
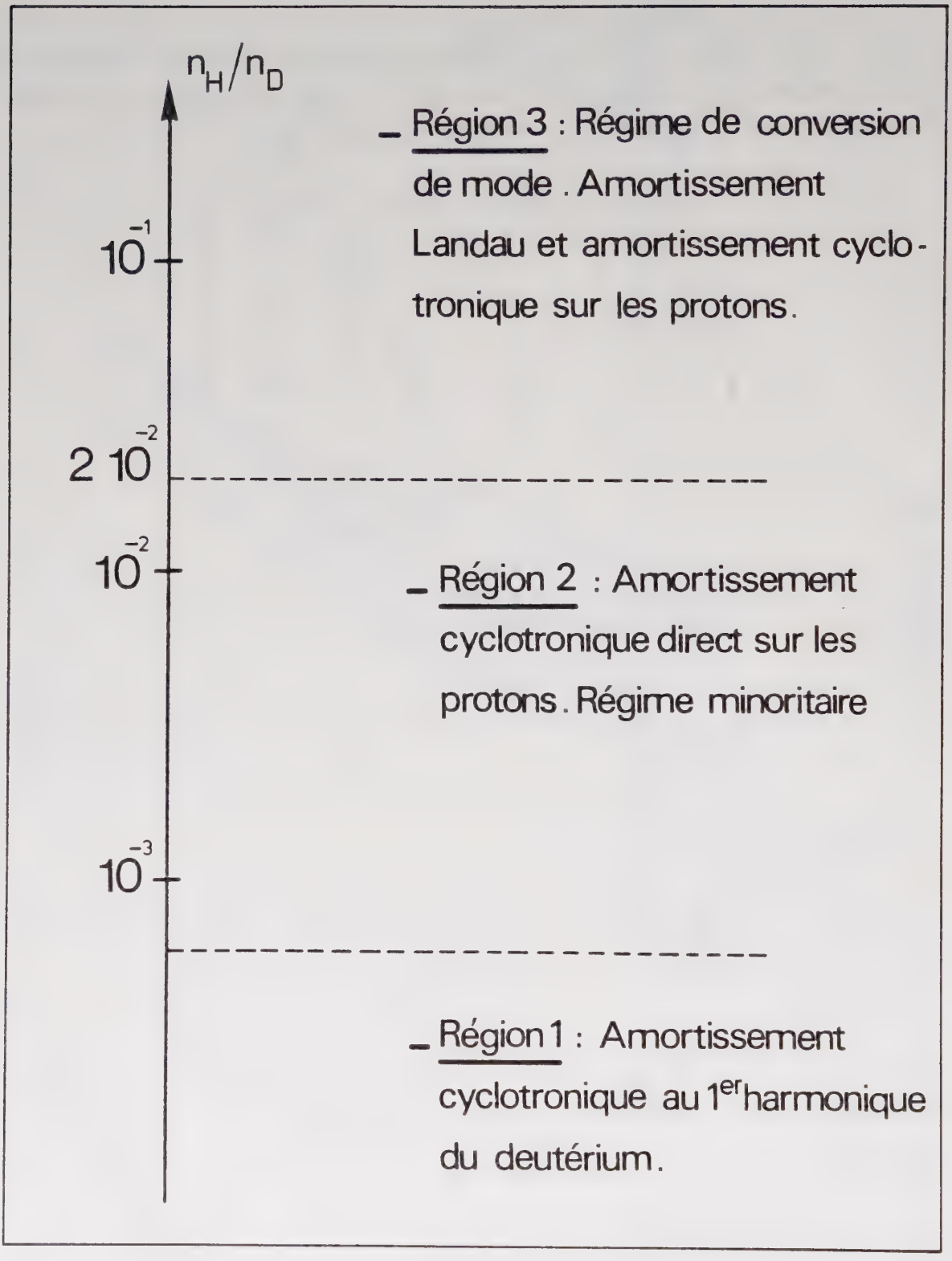



FIG. III. 13

permettant un élargissement doppler important de la résonance cyclotronique de l'hydrogène.

L'outil que nous avons développé nous a permis de mettre en évidence ces différents régimes pour le Tokamak T.F.R. Nous l'avons également utilisé pour étudier les différents schémas de chauffage possible sur JET [10,15] .




D'après J. Jacquinot [14]

FIG III.14

REFERENCES

[1] Quemada D., "Ondes dans les Plasmas" Hermann Paris (1968).

[2] Cima R., Longinov A.V., Stepanov K.N., Nucl. Fusion 15, 1157 (1975).

[3] Buchsbaum S.J., Phys. Rev. Lett. 5, 495 (1960) et Buchsbaum S.J., Phys. Fluids, 3, 418 (1960).

[4] Stix T.H., "The Theory of Plasma Waves" Mc Graw Hill, New York (1962).

[5] Perkins F.W., Nucl. Fusion 17, 1197 (1977).

[6] Jacquinot J., Varenna-Grenoble Int. Symp. I, 127 Grenoble (1978).

[7] Takahashi M.J., Journal de Physique 38 call.C6.171 (1977).

[8] Bernstein I.B., Phys. Rev. 10, 109 (1958)
Schmitt P.M., Phys. Rev. Lett. 31, 982 (1973).

[9] Jacquinot J., Cours de DEA "Physique des Gaz et des Plasmas".

[10] Jacquinot J. et Lapierre Y., 2nd Joint Varenna-Grenoble Int. Symp. of Heating in Toroïdal Plasmas, I, 541 (1980).

[11] Stix, T.H., Pallodino R.W., Phys. Fluids, 1 (1958), 446.

[12] Adam J., Samain A., Rapport EUR-CEA-FC (1971).

[13] Jacquinot J., 3rd Topical Conf. on RF Plasma Heating (Pasadena) D4-1 (1978).

[14] Jacquinot J., Varenna-Grenoble Int. Symp. (Grenoble, 1978) I, 127.

[15] Adam J., Jacquinot J., Kuus H., Rapport EUR-CEA-FC 1065 (1980).

# CHAPITRE IV

## IV.1 - Modèle Physique

On étudie la propagation de l'onde rapide électromagnétique dans un plasma inhomogène. L'onde se propage à l'intérieur d'un guide d'onde plan, limité par deux parois infiniment conductrices (fig. IV.1). Ce plasma est confiné par un champ magnétique qui varie spatialement suivant

$$\overline{B}_z = \overline{B}_o \frac{R_o}{R_o + x} \qquad (IV.1)$$

$R_o$ est la longueur caractéristique de variation du champ magnétique. Ce champ magnétique définit la direction z, parallèle aux parois. La direction x est perpendiculaire aux parois du guide. Nous faisons l'hypothèse d'un profil de densité parabolique dans la direction x.

$$n_e(x) = n_{eo}\left(1 - \frac{x^2}{r_p^2}\right) \qquad (IV.2)$$

$r_p$ définissant la dimension transverse du plasma. Les parois sont situées en $x = \pm r_w$ (avec $r_p < r_w$). Les ondes électromagnétiques sont excitées dans le guide au moyen d'antennes situées de chaque côté du plasma en $x = r_j$ ($j = 1 ; 2$). Ces antennes ont une dimension finie en z mais infinie dans la direction y, perpendiculaire au plan (x,z). Elles sont simulées par deux nappes de courant infiniment minces dans la direction x. Le courant circule dans la direction y, avec une éventuelle dépendance spatiale en z, et sa fréquence est $f = \frac{\omega}{2\pi}$

Le problème ainsi posé est homogène dans la direction z. On peut donc décomposer le courant en une intégrale de Fourier dans cette direction et raisonner indépendamment sur chacune de ses composantes de Fourier. Le spectre de Fourier du courant dans les antennes sera posé à priori. Enfin, le courant est supposé constant dans la direction y ce qui impose $k_y = 0$. L'excitation est donc donnée par l'intégrale

$$j(z) = \frac{I_o}{\ell} \int_{-\infty}^{+\infty} dk\, j(k) \exp[-i(\omega t - kz)]\, \delta(x - r_j) \qquad (IV.3)$$

$\ell$ est la dimension de l'antenne le long de z, $I_o$ le courant total circulant dans la direction y. Le champ électrique total correspondant à cette excitation est donné par une intégrale de Fourier

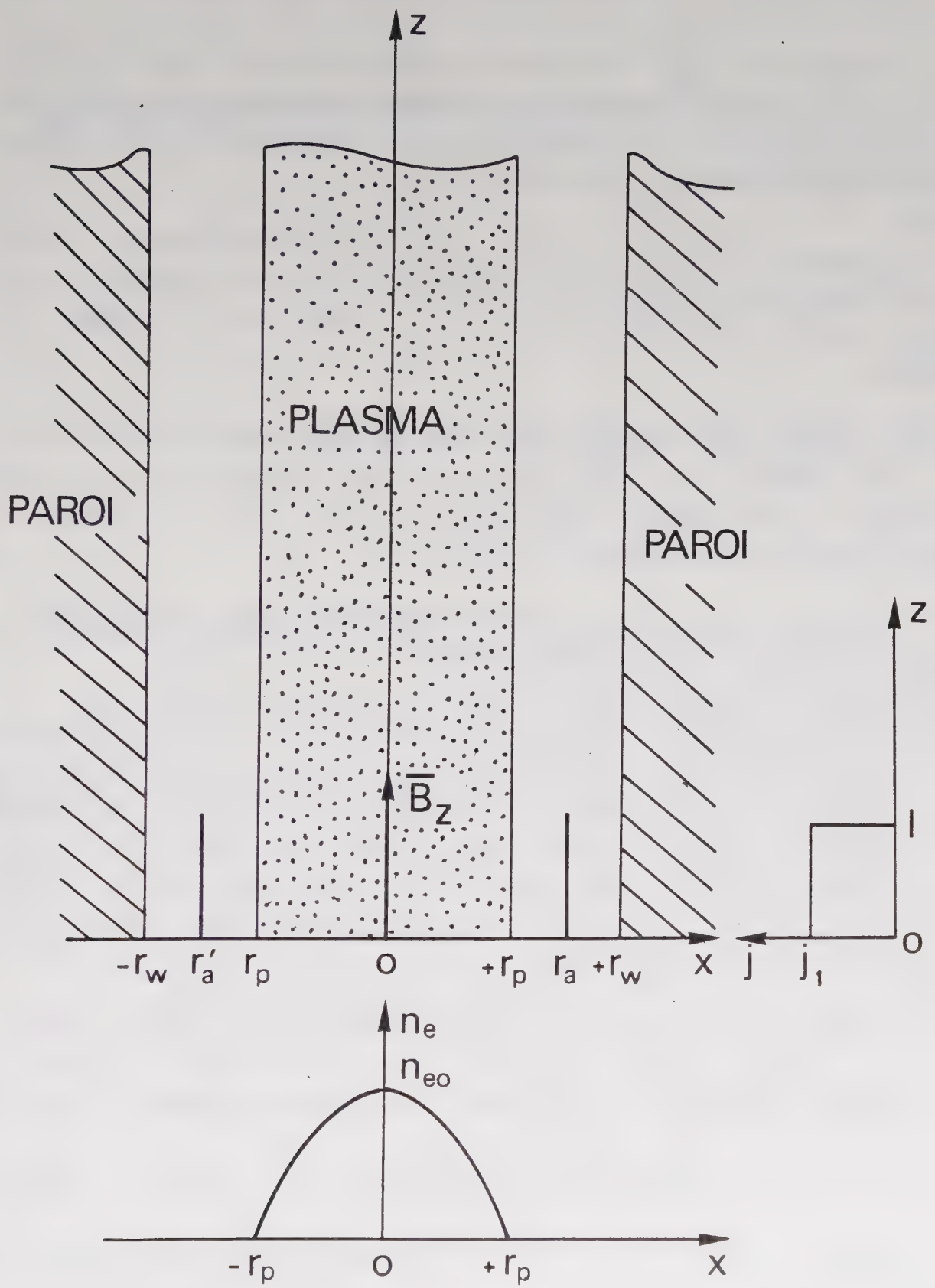

z
PAROI
PLASMA
PAROI
$\overline{B}_z$
z
I
o
$-r_w$
$r'_a$
$r_p$
o
$+r_p$
$r_a$
$+r_w$
x
j
$j_1$
$n_e$
$n_{eo}$
$-r_p$
o
$+r_p$
x

FIG. IV.1

$$\bar{E}(x,z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{E}(k,x) \exp[-i(\omega t - kz)]\, dk \qquad \text{(IV.4)}$$

Pour une fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ de l'ordre des fréquences cyclotroniques ioniques, nous avons vu au chapitre précédent que l'on pouvait négliger la masse finie des électrons (si $\omega_{pe} >> \omega$ ). La composante de champ électrique le long du champ magnétique de confinement est alors négligeable.

L'équation d'onde à l'ordre zéro en rayon de Larmor est dérivée à partir de l'équation (I.8), pour chacune des composantes du spectre de Fourier. On obtient l'équation différentielle suivante pour la composante $E_y$ du champ électrique :

$$(S - n^2)\frac{d^2}{dx^2} E_y + \frac{\omega^2}{c^2}\left[(S - n^2) - D^2\right] E_y = 0. \qquad \text{(IV.5)}$$

$n = kc/\omega$ ; S et D sont les termes usuels du tenseur diélectrique plasma froid (cf. chapitre III; formules III.3 et III.4).

Les autres composantes du champ électromagnétique sont données par le tenseur diélectrique et les équations de Maxwell

$$E_x = \frac{i D}{S - n^2} E_y \qquad \text{(IV.6a)}$$

$$B_x = -\frac{k}{\omega} E_y \qquad \text{(IV.6b)}$$

$$B_y = \frac{ik}{\omega}\frac{D}{S-n^2} E_y \qquad \text{(IV.6c)}$$

$$B_z = -\frac{i}{\omega}\frac{d}{dx} E_y \qquad \text{(IV.6d)}$$

L'équation (IV.5) est résolue avec les conditions aux limites suivantes :

- la composante tangentielle du champ électrique s'annule à la paroi :

$$E_y(\pm r_w) = 0. \qquad \text{(IV.7a)}$$

- la composante tangentielle du champ électrique est continue à travers les nappes de courant

$$E_y(r_j^+) = E_y(r_j^-) \qquad \text{(IV.7b)}$$

avec $r_j^+ = \lim_{\substack{x \to r_j \\ x > r_j}} x$ ; $r_j^- = \lim_{\substack{x \to r_j \\ x < r_j}} x$

- la composante tangentielle du champ magnétique perpendiculaire au courant est discontinue (loi de Faraday)

$$B_3(r_j^-) - B_3(r_j^+) = \mu_0 j(k) \qquad \text{(IV.7c)}$$

L'équation d'onde (IV.5) est singulière [1] pour les points définis par

$$S - n^2 = 0 \qquad \text{(IV.8)}$$

On retrouve comme étant des points singuliers de l'équation d'onde les résonances de l'onde rapide obtenue dans obtenues dans l'approximation W.K.B.

## IV.2 - Equation de Budden [2]

Cette équation d'onde, qui se retrouve aussi en physique de l'ionosphère a été étudiée en détail par K.G.Budden pour expliquer la propagation et la réflexion des ondes dans l'environnement terrestre. Dans ces conditions, cette équation peut se linéariser (champ magnétique constant ; profil de densité linéaire). L'étude des comportements asymptotiques des solutions est alors simple. Considérons donc l'équation modèle, connu sous le nom "d'Equation de Budden", obtenue après linéarisation autour de $S = n^2$ de l'équation IV.5 :

$$\frac{d^2}{dx^2} E + k_0^2 \left(1 - \frac{\varepsilon}{x}\right) E = 0. \qquad \text{(IV.9)}$$

$x = 0$ définit la résonance hybride, $\varepsilon$ la distance résonance coupure $x_s - x_h$.
En faisant le changement de variable

$$z = 2ik_0 x \qquad \text{et en posant} \qquad k = i\varepsilon k_0/2$$

cette équation se met sous la forme :

$$\frac{d^2}{dz^2} W + \left(-\frac{1}{4} + \frac{k}{z}\right) W = 0. \qquad \text{(IV.10)}$$

dont les solutions sont les fonctions de Whittaker [1]

$$W_{+k,1/2}(z) \text{ et } W_{-k,1/2}(-z)$$

La fonction $W_{k,1/2}$ est une fonction multivaluée dont la détermination principale est donnée pour

Les solutions sur l'axe réel de l'équation IV.9 sont donc

$$f_1(x) = W_{+k,1/2}(2ik_0x) \tag{IV.11}$$

$$f_2(x) = W_{-k,1/2}(-2ik_0x) \tag{IV.12}$$

Pour x réel négatif, il est nécessaire de savoir si $arg(x) = +\pi$ ou $arg(x) = -\pi$ . En effet, compte tenu de la définition de la fonction $W_{k,1/2}$, sa valeur ne sera pas la même pour $arg(z) = \pi/2$ ou $arg(z) = 3\pi/2$

Pour résoudre cette indétermination, nous allons utiliser une méthode classique qui consiste à ajouter une partie imaginaire à la fréquence [3] . D'un point de vue mathématique, cette méthode revient à prendre en compte la causalité. Nous choisissons le signe de la partie imaginaire de la fréquence de telle sorte que l'onde est une amplitude nulle pour un temps $t = -\infty$. Comme nous avons fait le choix d'une dépendance temporelle en $exp(-i\omega t)$ cette partie imaginaire est positive. Nous écrivons donc $\omega = \omega_0 + i\nu, (\omega_0 > 0, \nu > 0)$. On interprète physiquement cette méthode en disant que l'on ajoute quelques collisions au problème. La position des nouveaux zéros de l'équation IV.8 est alors déterminée dans le plan complexe $x = x_0 + i\chi$ . A titre d'exemple, nous donnons la partie imaginaire $\chi$ dans le cas d'un plasma à deux composantes ioniques quand la résonance hybride ion-ion se trouve près du centre du plasma dans des régions de forte densité. On trouve alors

$$\chi = \frac{-2\nu\omega_0[(\omega_0^2 - \omega_{c2}^2)^2 + \alpha(\omega_0^2 - \omega_{c1}^2)^2]\, R_0}{\alpha\omega_{c2}^2(\omega_0^2 - \omega_{c2}^2)^2 + \omega_{c1}^2(\omega^2 - \omega_{c1}^2)^2} \tag{IV.13}$$

$\chi$ est de signe opposé à $\nu$ . Le zéro de l'équation (IV.8) est déplacé dans le $\frac{1}{2}$ plan complexe inférieur $(\chi < 0$ .) .

La détermination qu'il nous fait choisir pour arg(x) est alors

si $R_e(x) > 0$ , $\arg(x) = 0$

si $R_e(x) < 0$ , $\arg(x) = \pi$

Les solutions $f_1$ et $f_2$ sont définies sans ambiguité. En particulier, on peut déterminer les comportements asymptotiques des solutions de l'équation IV.9 pour x très grand positif ou x très grand négatif [4] .

Pour x très grand positif, on obtient

$$f_1(x) = \exp\left[-ik_0x + i\frac{k_0\varepsilon}{2}\ln x + i\frac{k_0\varepsilon}{2}\ln(2ik_0)\right] \qquad \text{(IV.14)}$$

$$f_2(x) = \exp\left[+ik_0x - i\frac{k_0\varepsilon}{2}\ln x - i\frac{k_0\varepsilon}{2}\ln(-2ik_0)\right] \qquad \text{(IV.15)}$$

Pour x très grand négatif, on obtient

$$f_1(x) = \exp\left[-ik_0x + i\frac{k_0\varepsilon}{2}\ln|x| - \pi\frac{\varepsilon k_0}{2} + i\frac{\varepsilon k_0}{2}\ln(2ik_0)\right]$$

$$-\frac{2i\pi}{\Gamma(k)\Gamma(1-k)}\exp\left[+ik_0x - i\frac{\varepsilon k_0}{2}\ln|x| - i\frac{\varepsilon k_0}{2}\ln(-2ik_0)\right] \qquad \text{(IV.16)}$$

$$f_2(x) = \exp\left[+ik_0x - i\frac{\varepsilon k_0}{2}\ln|x| + \frac{\pi\varepsilon k_0}{2} - i\frac{\varepsilon k_0}{2}\ln(-2ik_0)\right] \qquad \text{(IV.17)}$$

Considérons le problème physique suivant : soit une structure excitatrice pour l'onde rapide située loin de la zone singulière dans une région x positif (respectivement négatif).
Cette antenne génère une onde dans le plasma qui se propage jusqu'à la zone singulière. On peut connaître la fraction de puissance qui traverse cette zone en étudiant la solution dans la région x grand négatif (resp. positif) en supposant que, dans cette région l'onde ne rencontre aucune surface réfléchissante. Dans ces conditions la solution loin de la zone singulière doit être

$$E \sim E_0 \exp[-ik_0x] \qquad (\text{resp. } E_0 \exp[+ik_0x])$$

qui correspond à une onde propagative vers les x négatifs (resp. x positifs).

Dans le 1$^{er}$ cas (antenne en $x > 0$) on a une solution asymptotique en $\exp[-ik_0x]$ pour les x négatifs par combinaison linéaire des solutions $f_1$ et $f_2$

$$f \equiv f_1 + \frac{2i\pi}{\Gamma(k)\Gamma(1-k)} e^{-\pi\varepsilon k_0/2} f_2 \qquad \text{(IV.18)}$$

soit

$$f = \exp\left[-ik_0\left(x - \frac{\varepsilon}{2}\ln|x| - \frac{\varepsilon}{2}\ln(2k_0)\right) - \frac{3\pi\varepsilon k_0}{4}\right] \qquad \text{(IV.19)}$$

Pour x grand positif, cette solution admet comme développement asymptotique

$$f = \exp\left[-ik_0\left(x - \frac{\varepsilon}{2}\ln|x| - \frac{\varepsilon}{2}\ln(2k_0) - \pi\frac{k_0\varepsilon}{4}\right]\right.$$

$$\left. + \frac{2i\pi}{\Gamma(k)\Gamma(1-k)}\exp\left[+ik_0\left(x - \frac{\varepsilon}{2}\ln|x| - \frac{\varepsilon}{2}\ln(2k_0)\right) - \frac{3\pi\varepsilon k_0}{4}\right]\right. \qquad \text{(IV.20)}$$

On peut voir d'après la formule (IV.20) que cette solution correspond à 2 ondes l'une se propageant vers les x décroissants (en $\exp(-ik_0x)$) l'autre se propagent vers les x croissants (en $\exp(ik_0x)$). Le rapport des modules de ces 2 ondes donne le coefficient de réflexion sur la singularité

$$R = \left|\frac{2i\pi\, e^{-\pi\varepsilon k_0/2}}{\Gamma(k)\,\Gamma(1-k)}\right| \qquad \text{(IV.21)}$$

En utilisant les propriétés des fonctions $\Gamma$ suivantes (5)

$$\Gamma(x - iy) = \overline{\Gamma(x+iy)}$$

et

$$\Gamma(iy)\Gamma(-iy) = \frac{\pi}{y\sinh(\pi y)}$$

on obtient alors

$$R = 1 - e^{-\pi\varepsilon k_0} \qquad \text{(IV.22)}$$

De même le rapport des modules des ondes qui se propagent vers les x décroissants de part et d'autre de la singularité donne le coefficient de transmission du champ électrique à travers la singularité soit

$$T = e^{-\pi\varepsilon k_0/2} \qquad \text{(IV.23)}$$

Considérons maintenant le cas d'une antenne située en x grand négatif. La solution pour x grand positif qui se propage vers les x croissants correspond à la solution

$$f = f_2(x) = \exp\left[ik_0\left(x - \frac{\varepsilon}{2}\ln x - \frac{\varepsilon}{2}\ln 2k_0\right) - \frac{\pi\varepsilon k_0}{4}\right] \qquad \text{(IV.24)}$$

La solution pour x grand négatif admet donc comme développement asymptotique

$$f = \exp\left[ i k_0 \left( x - \frac{\varepsilon}{2} \ln|x| - \frac{\varepsilon}{2} \ln 2 k_0 \right) + \pi \frac{\varepsilon k_0}{4} \right] \qquad \text{(IV.25)}$$

qui correspond à une onde propagative dans le sens des x croissants. Dans ce cas il n'y a pas de réflexion sur la singularité. Le coefficient de transmission à travers la singularité est donné par le rapport des modules pour x grand positif et x grand négatif soit

$$T = e^{-\pi \varepsilon k_0 / 2} \qquad \text{(IV.26)}$$

identique à celui obtenu pour une excitation côté x positif.

Nous résumons les caractéristiques de propagation associées à l'équation IV.9 dans la figure (IV.2).

Dans le cas 1 aussi bien que dans le cas 2 il apparaît clairement que l'énergie portée par l'onde incidente ne se retrouve pas intégralement sur les ondes réfléchies ou transmises. En effet, dans le cas 1, on obtient

$$1 - T^2 - R^2 = e^{-\pi \varepsilon k_0} \left( 1 - e^{-\pi \varepsilon k_0} \right) > 0 \qquad \text{(IV.27)}$$

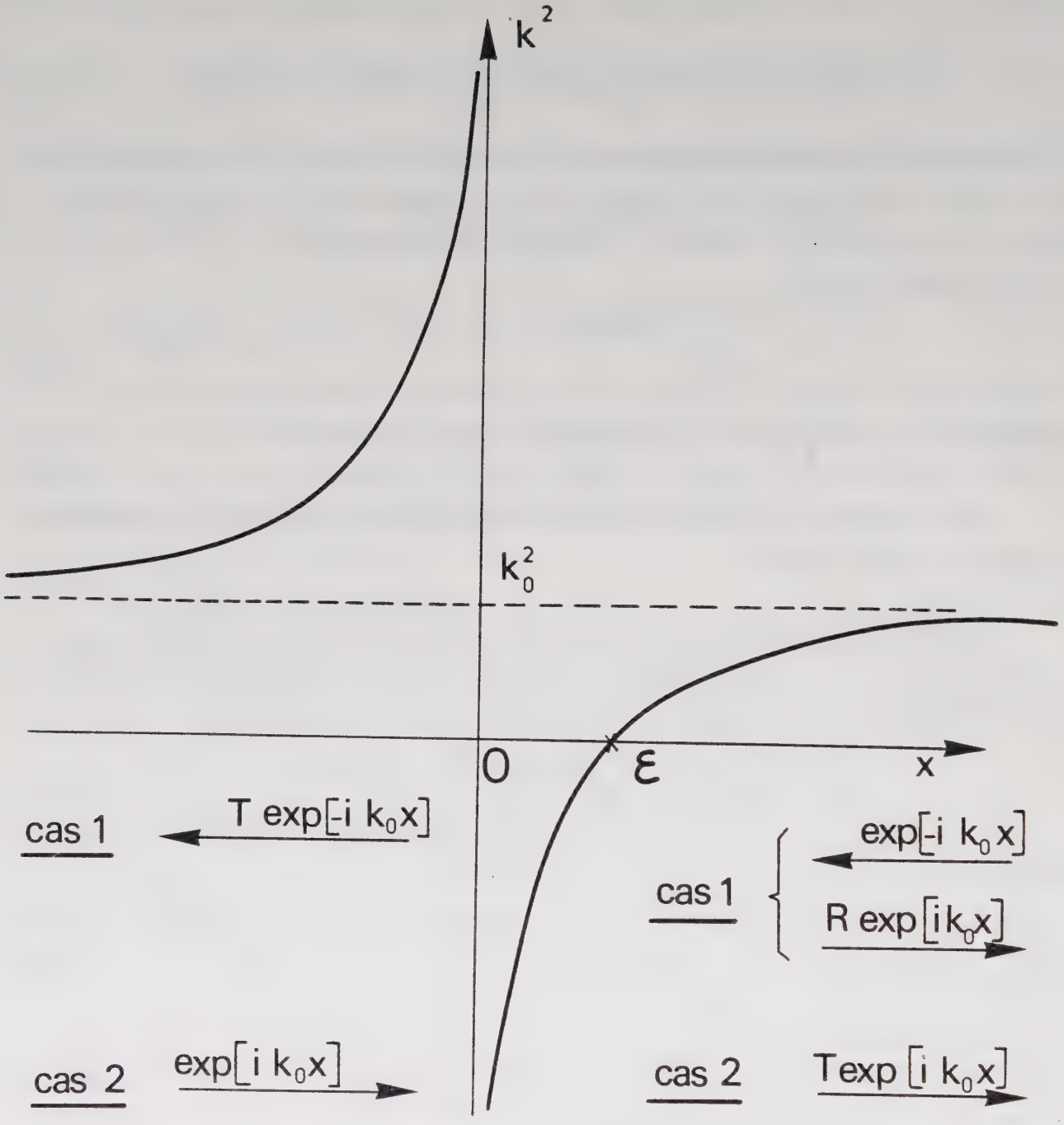
et dans le cas 2

$$1 - T^2 = 1 - e^{-\pi \varepsilon k_0} > 0. \qquad \text{(IV.28)}$$

Ce résultat est paradoxal. En effet l'équation (IV.9) dérive de l'équation d'onde plasma froid sans collision. Nous devrions donc avoir conservation de l'énergie. On peut d'ailleurs remarquer que de part et d'autre de la singularité on peut écrire

$$\frac{d}{dx} S_x = E \frac{d^2}{dx^2} E^* - E^* \frac{d^2}{dx^2} E = 0 \qquad \text{(IV.29)}$$

ce qui traduit que la divergence du vecteur de Poynting est nulle, relation caractéristique des milieux non dissipatifs [6] . Dans le paragraphe suivant nous allons nous attacher à lever ce paradoxe aussi bien dans l'approximation plasma froid, que grâce à l'aide de considération plasma chaud.




$$T = \exp\left[-\frac{\pi \varepsilon k_0}{2}\right]$$

$$R = 1 - \exp\left[-\pi \varepsilon k_0\right]$$

FIG IV.2

## IV.3 - Mécanisme de Conversion de Mode

Considérons de nouveau l'équation de Budden IV.9 dont nous avons explicité les développements asymptotiques. Nous allons maintenant étudier son comportement au voisinage de la singularité. Nous cherchons donc le comportement autour de $\xi = 0$ des solutions de l'équation

$$\frac{d^2 E}{d\xi^2} + \left(1 - \frac{\varepsilon k_0}{\xi}\right) E = 0 \qquad \text{(IV.30)}$$

Nous avons normalisé les distances à $k_0$ $(\xi = k_0 x)$

La théorie des équations différentielles linéaires [7] nous permet d'identifier le point $\xi = 0$ comme étant un point régulier, et d'exprimer analytiquement les deux solutions indépendantes sous forme de séries :

$$f_1(\xi) = \sum_0^\infty \alpha_n \xi^{n+1} \qquad \text{(IV.31a)}$$

$$f_2(\xi) = g_s f_1(\xi) \ln \xi + \underbrace{\left[-1 + \sum_1^\infty h_n \xi^n\right]}_{h(\xi)} \qquad \text{(IV.31b)}$$

La constante d'intégration de la fonction $f_1$ est $\alpha_0$ mais par contre celle de la fonction $f_2$ est $h_1$. Le coefficient $g_s$ est défini de manière univoque par la connaissance de $\alpha_0$

$$g_s = \mp \frac{\varepsilon k_0}{\alpha_0} \qquad \text{(IV.31)}$$

$\alpha_0$ doit nécessairement être différent de zéro pour que la fonction $f_1$ ne soit pas identiquement nulle. Le détail du calcul des fonctions $f_1$ et $f_2$ est reporté en annexe 2. Notons simplement que la fonction $f_1$ est continue, indéfiniment dérivable en $\xi = 0$. C'est donc une fonction bien régulière. Par contre la solution $f_2$, si elle continue en $\xi = 0$ (comportement en $\xi \ln \xi$ ), n'est pas dérivable en ce point.

Calculons le vecteur de Poynting le long de $\xi$ de part et d'autre de la singularité.

$$S_\xi = \frac{1}{2\mu_0} \mathrm{Im}\left(E \cdot \frac{d}{d\xi} E^*\right) \qquad \text{(IV.32)}$$

La solution complète de l'équation (IV.30) s'écrit

$$E(\xi) = E_1 f_1(\xi) + E_2 f_2(\xi) \qquad \text{(IV.33)}$$

On trouve

$$S_\xi = \left[\frac{E_1 E_2^* - E_1^* E_2}{4i\mu_0} + \frac{E_2 E_2^*}{4i\mu_0}\left(Ln\,\xi - Ln^*\xi\right)\right]\underbrace{\left[g_s^2 \frac{f_1^2}{\xi} + g_s f_1 \frac{dh}{d\xi} - g_s h \frac{d}{d\xi} f_1\right]}_{u(\xi)} \qquad \text{(IV.34)}$$

Les fonctions $f_1$ et h étant réelles sur l'axe réel, tous les autres termes se supprîment identiquement.

Nous avons montré précédemment que la causalité impose $Arg(\xi) = 0$ pour $\xi$ positif et $Arg(\xi) = +\pi$ pour $\xi$ négatif. D'autre part quand $\xi$ tend vers zéro, le second facteur dans l'équation IV.34 admet pour limite $g_s \alpha_1 = g_s^2/2$. On peut démontrer également que ce terme admet une dérivée identiquement nulle.

En effet dérivons le par rapport à $\xi$ :

$$\frac{d}{d\xi} u' = g_s \left\{ f_1 \left[\frac{d^2}{d\xi^2} h + g_s \left(\frac{2}{\xi}\frac{d}{d\xi} f_1 - \frac{f_1}{\xi^2}\right)\right] - h \frac{d^2}{d\xi^2} f_1 \right\} \qquad \text{(IV.35)}$$

En utilisant l'équation différentielle de la fonction h (cf. annexe 2) on peut remplacer le terme entre crochet par $-\left(1 + g_s/\alpha_0 \xi\right) h f_1$

En utilisant alors la définition de $g_s$ on trouve que la formule (IV.35) est identiquement nulle.

Le vecteur de Poynting est donc constant dans chacune des régions $x > 0$ ou $x < 0$ :

- <u>pour $x < 0$</u>

$$S_\xi = \left[2 E_2 E_2^* + 2\,Im\left(E_1 E_2^*\right)\right] \frac{\pi g_s^2}{4\mu_0} \qquad \text{(IV.36)}$$

- <u>pour $x > 0$</u>

$$S_\xi = Im\left(E_1 E_2^*\right) \frac{\pi g_s^2}{2\mu_0} \qquad \text{(IV.37)}$$

Il apparaît une discontinuité dans le vecteur de Poynting égale à :

$$\Delta S_\xi = 2 E_2 E_2^* \frac{\pi g_s^2}{4\mu_0} \qquad \text{(IV.38)}$$

de part et d'autre de la singularité. Que signifie cette discontinuité ? La composante $S_\xi$ du vecteur de Poynting représente le flux d'énergie le long de la direction de propagation $\xi$ . Ce flux d'énergie n'est pas le même de part et d'autre de la singularité.

$\Delta S_\xi$ est une quantité toujours positive. Une fraction de l'énergie électromagnétique de l'onde est donc déposée à la singularité. Celle-ci apparaît alors comme un puit énergétique. Comme le milieu est non dissipatif, ceci doit conduire à une amplification locale de l'énergie électromagnétique de l'onde. En effet, si la composante $E_y$ du champ électrique, qui est obtenue comme solution de l'équation (IV.9), est finie à la singularité, il n'en va pas de même de la composante $E_x$ ou des composantes $B_z$ et $B_y$. Ces différentes composantes sont données par les équations (IV.6). Au voisinage de la singularité définie par $S = n^2$ , $E_x$ et $B_y$ ont un comportement en $E_2\left(-\frac{1}{\xi} + g_\Delta \alpha_0 \ln \xi\right)$ et $B_z$ varie comme $E_2 g_\Delta \alpha_0 \ln \xi$ . La densité d'énergie électromagnétique $\frac{1}{2\mu_0}\tilde{B}^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_0 \tilde{E}^2$ est infinie à la singularité. Il y a un point de stagnation de l'énergie. Ceci permet de comprendre pourquoi, même en l'absence de processus dissipatifs, la résonance hybride ion-ion semble introduire une dissipation quand on étudie l'onde de part et d'autre de la singularité.

Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, la théorie plasma froid introduit une résonance à l'hybride ion-ion. L'indice perpendiculaire de l'onde devient infini. Dans ces conditions, il est clair que cette première approche n'est plus satisfaisante et il est nécessaire d'introduire des éléments plasma chaud. Du fait de ces nouveaux termes, nous avons montré que la résonance disparaît : il y a transformation continue de l'onde rapide en onde lente, onde de Bernstein modifiée ou non par l'effet de la transformée rotationnel. Cependant l'augmentation du $k_\perp$ au voisinage de l'hybride ion-ion est très rapide et similaire aux variations prédites par la théorie plasma froid. On s'en convaincra en se reportant à la figure III.6 du chapitre précédent. Les deux modèles, plasma froid ou plasma chaud, deviennent vraiment différents pour les grands $k_\perp$ mais les deux ondes rapides et lentes sont alors découplées. L'évidence mathématique de ce résultat a été établie par différents auteurs (Ngan et Swanson en 1978, Schmitt en 1979, Faulconer en 1980) [8,9,10] . Pour démontrer cet effet, ils considèrent l'équation d'onde modifiée par les effets plasma chauds :

$$\frac{d^4}{d\xi^4} E + \lambda^2 \xi \frac{d^2}{d\xi^2} E + \lambda^2 (\xi - \eta) E = 0 \qquad \text{(IV.39)}$$

A partir d'une intégration par la méthode de Laplace dans le plan

complexe [11] , ils déduisent les comportements asymptotiques des solutions. A partir de combinaisons linéaires de ces solutions, ils peuvent déduire les coefficients de réflexion et transmission de l'onde rapide à travers la résonance hybride ion-ion. Ces coefficients sont donnés par

$$T = \exp\left[-\frac{\pi}{2}(\eta - 1/\lambda^2)\right] \qquad \text{(IV.40)}$$

$$R = 1 - \exp\left[-\pi(\eta - 1/\lambda^2)\right] \qquad \text{(IV.41)}$$

On peut noter la similitude avec les coefficients donnés par Budden (form. IV.22 et IV.23). Dans la limite où $\lambda^2$ est grand, ce qui est le cas des Tokamaks actuels, les coefficients de Budden sont donc exacts au $1^{er}$ ordre en $1/\lambda^2$ . Comme on pouvait s'y attendre, la théorie plasma chaud modifie peu la propagation de l'onde rapide. Cependant la prise en compte de ces termes nous éclaire sur les processus physiques impliqués dans le phénomène. A la résonance hybride ion-ion, les ondes rapides et lentes sont indissociables. Une fraction de l'énergie de l'onde rapide est alors transférée sur la branche lente qui se propage à partir de l'hybride ion-ion.

En résumé, la théorie plasma froid prévoit une disparition de l'énergie sur la couche hybride ion-ion, ce que l'on peut voir à partir de l'étude des développements asymptotiques des solutions de l'équation d'onde. L'analyse détaillée, au voisinage de cette couche, de la structure du champ électrique de l'onde montre que cette perte d'énergie est due à une accumulation locale du champ électromagnétique, et à une stagnation de l'énergie. En fait, l'analyse de l'équation d'onde plasma chaud montre que cette énergie se retrouve sur la branche lente de l'équation de dispersion qui évacue ainsi la puissance.

L'analyse précédente nous autorise à étudier la propagation de l'onde rapide à partir des équations plasma froid. Bien que l'équation soit par essence non dissipative, nous avons montré qu'elle contenait sous une forme voilée, l'absorption de l'onde à la résonance hybride. Il est évident que l'on ne pourra pas à partir de cette équation calculer un dépôt de puissance dans le tore, mais nous avons montré au chapitre précédent comment résoudre ce problème (ou tout au moins l'approcher).

Nous allons maintenant faire une étude détaillée de l'équation de propagation IV.5, dans le cadre du modèle physique décrit au paragraphe IV.1.

Cette étude n'est pas simplement une étude académique. Elle nous permettra d'interpréter un certain nombre de résultats expérimentaux voire même d'en prédire d'autres. Il est vrai que ces résultats seront essentiellement qualitatifs. Toutefois certains comme le calcul de la longueur d'atténuation le long du tore ou l'amplitude du champ électrique dans le plasma seront plus quantitatifs. L'emploi d'un modèle plan à une dimension dans ces conditions peut sembler déraisoire. Toutefois il faut se rappeler que le but recherché n'est pas une connaissance fine des phénomènes mais plutôt une connaissance macroscopique telle que celle que l'on peut avoir par exemple quand on mesure l'onde à l'extérieur du plasma. Les éléments qui nous paraissent essentiels sont la prise en compte correcte des effets dus à la conversion de mode. Or si l'on se reporte à la figure III.8, on constate que la géométrie de la résonance hybride est bien une géométrie plane, au moins quand elle se trouve près du centre du plasma. Un modèle plan n'est donc pas déraisonnable. Nous n'hésitons cependant pas à appliquer notre modèle à des cas où la résonance hybride se trouve à la périphérie du plasma. Bien que les résultats soient alors sujets à caution, il est néanmoins instructif de les comparer à l'expérience.

## IV.4 - Plasma à une seule composante ionique

Dans ce paragraphe nous considèrerons un plasma d'hydrogène pur. Nous avons vu précédemment que dans un tel plasma, la proximité de la fréquence cyclotronique ne conduit à aucune absorption. La seule absorption possible provient alors de la résonance hybride, localisée dans les régions de densité faible.

Nous avons résolu l'équation d'onde IV.5 en tenant compte des conditions aux limites IV.7. Nous présentons tout d'abord sur la fig. IV.3 le spectre du champ électrique (composante $E_y$) sous l'antenne qui est située dans la région des champs magnétiques faibles. Nous n'avons représenté en fait que la composante imaginaire de ce champ électrique. On remarque sur ce spectre trois résonances bien marquées pour $k_z$ = 12 $m^{-1}$, 17,8 $m^{-1}$ et 22,4 $m^{-1}$. Ce spectre est obtenu pour un champ magnétique de 4,0 T et une densité électronique de $6.10^{13}$ particulier par $cm^3$. Afin de ne pas surcharger la figure, nous n'avons pas représenté la partie réelle du spectre. Nous avons simplement représenté avec une échelle dilatée, la partie réelle autour de la valeur k = 12 $m^{-1}$. Ceci nous suggère de représenter le spectre à l'aide d'une expression analytique de

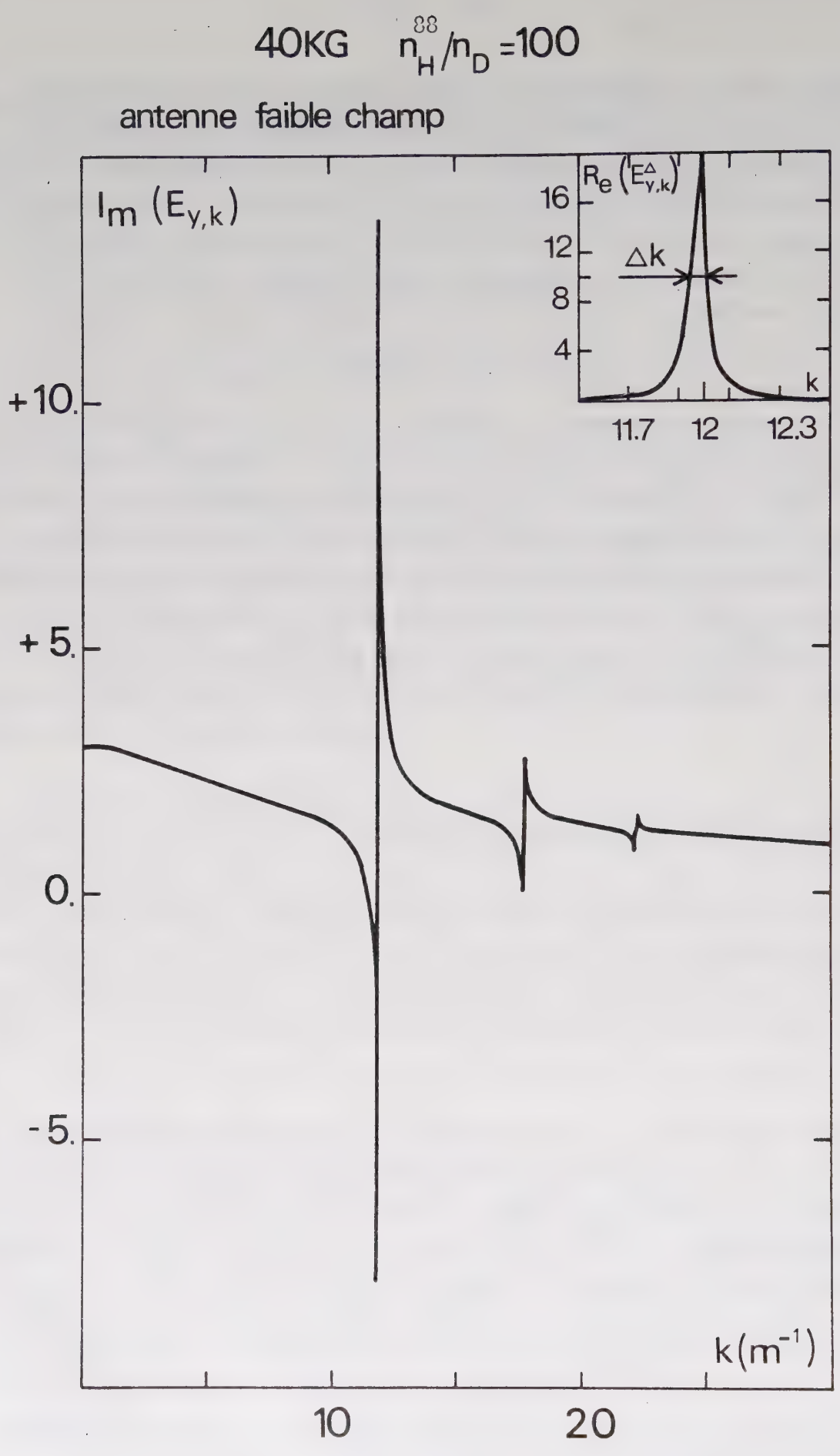

40KG $n_H^{88}/n_D$ =100
antenne faible champ
$Im\ (E_{y,k})$
+10.
+5.
0.
-5.
10
20
$k(m^{-1})$
$Re\ (E^{\Delta}_{y,k})$
16
12
8
4
$\Delta k$
k
11.7
12
12.3

FIG. IV.3

la forme :

$$E_y \cong E_y^{\circ}(k) + \frac{i\,\mathcal{E}(k_o)}{k - k_o - i\,\mathcal{E}(k_o)} \qquad \text{(IV.42)}$$

où $E_y^{\circ}(k)$ est une fonction lentement variable. Sa transformée de Fourier inverse en k est par contre très étroite. Cette fonction $E_y^{\circ}(k)$ est purement imaginaire.

Le champ électrique réel est obtenu en prenant la transformée de Fourrier inverse de la formule IV.42 (cf. équation IV.4). Ce champ électrique peut s'écrire :

$$E_y(z) = J_n(z) - \pi\,\mathcal{E}(k_o)\exp\left[i\,(k_o + i\mathcal{E}(k_o))\,z\right] \qquad \text{(IV.43)}$$

Le premier terme du membre de droite de l'égalité IV.43 représente en fait un champ électrique évanescent. Ce champ électrique représente la puissance réactive stockée dans l'antenne. Il est d'ailleurs localisé à proximité de l'antenne. Le second terme, quant à lui, représente la puissance réellement rayonnée. C'est une onde propre qui se propage depuis l'antenne vers les z grands, positifs. Le problème étant symétrique en z, nous n'avons considéré que des valeurs de k positives. Il est clair que le spectre est symétrique par rapport à k = 0. Le champ électrique est donc composé de deux composantes + $k_o$ et - $k_o$ se propagent respectivement vers z positif ou z négatif. L'inégalité IV.43 nous permet également de donner un sens à $\mathcal{E}(k_o)$ qui apparaît comme l'inverse d'une longueur d'atténuation. En se reportant à la figure IV.3, on peut déduire $\mathcal{E}(k_o) \sim 0{,}05\ m^{-1}$. Pour ce mode la longueur d'atténuation est donc typiquement 20 mètres. En hydrogène pur on doit donc s'attendre à voir se propager des modes propres avec une longueur d'onde bien définie qui s'atténuent sur des distances grandes. Chaque mode correspond à une structure de champ électrique définie.

Nous avons illustré ces différentes structures à l'aide des courbes IV.5, 6 et 7. Sur ces figures est représentée la dépendance spectrale de la composante de Fourrier correspondant au mode $E_y$ pour $k = k_o$. Les paramètres plasma sont une densité de $8.10^{13} cm^{-3}$ et un champ magnétique de 40 KG.

Les valeurs de $k_o$ sont respectivement 21,6 $m^{-1}$ pour la courbe a, 16,4 $m^{-1}$ pour la courbe b, 8,4 $m^{-1}$ pour la courbe c. Ces trois modes propres de cavité correspondent à un nombre d'oscillations radiales n de 2, 3 ou 4. Le plasma imposant la longueur d'onde radiale, ne peuvent se propager dans le

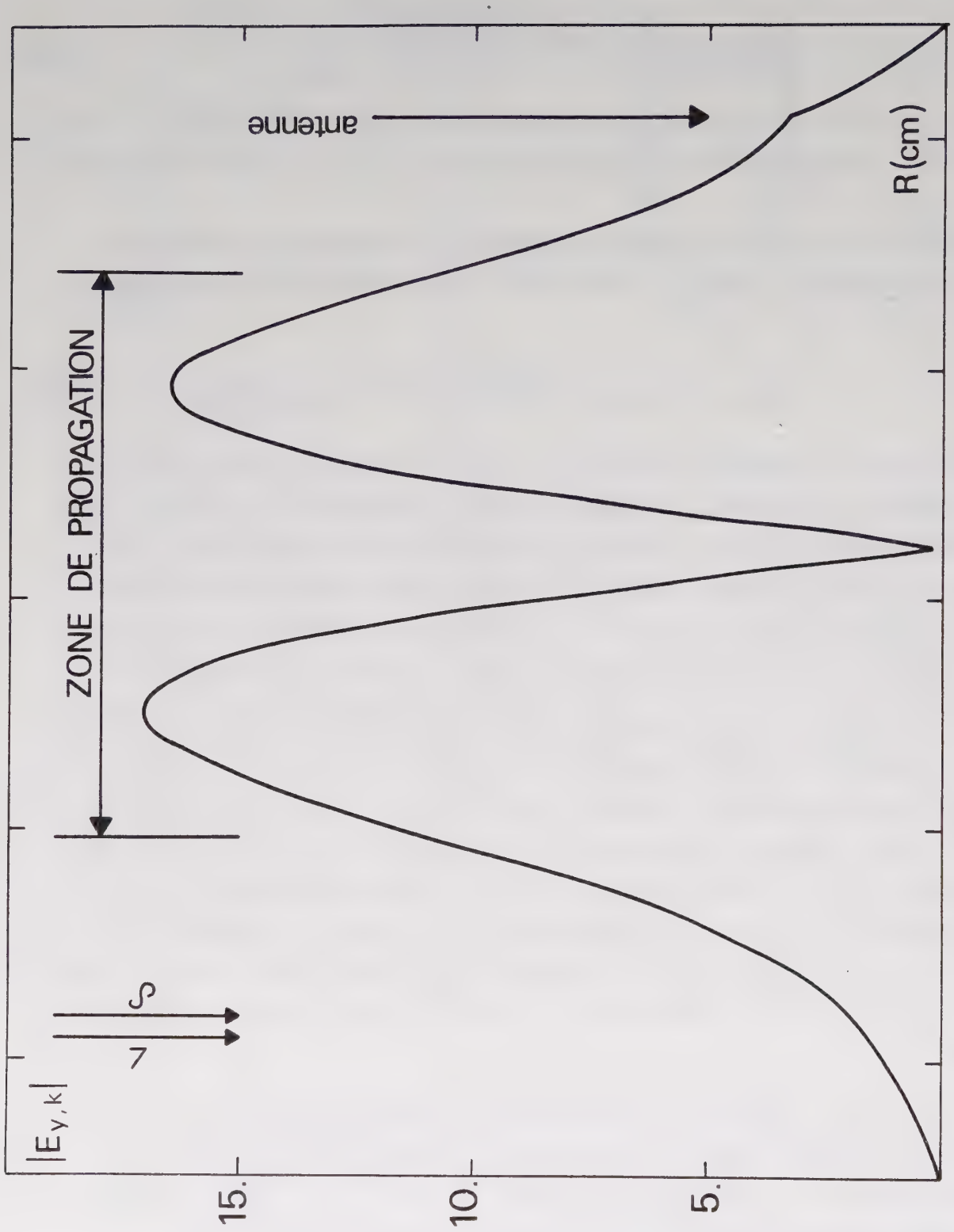



FIG. IV. 5

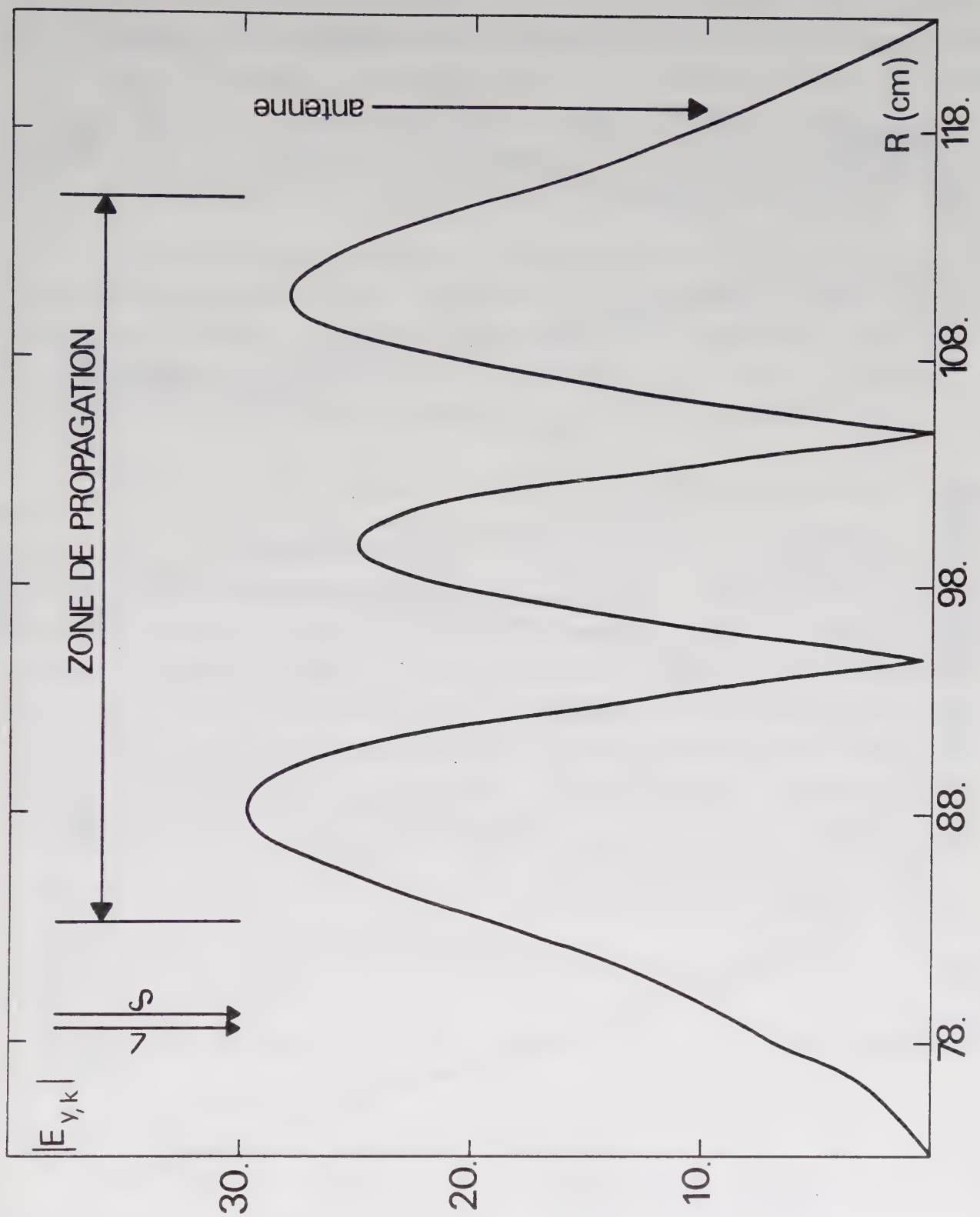

30.
20.
10.
$|E_{y,k}|$
S
y
ZONE DE PROPAGATION
antenne
78.
88.
98.
108.
118.
R (cm)

FIG IV.6

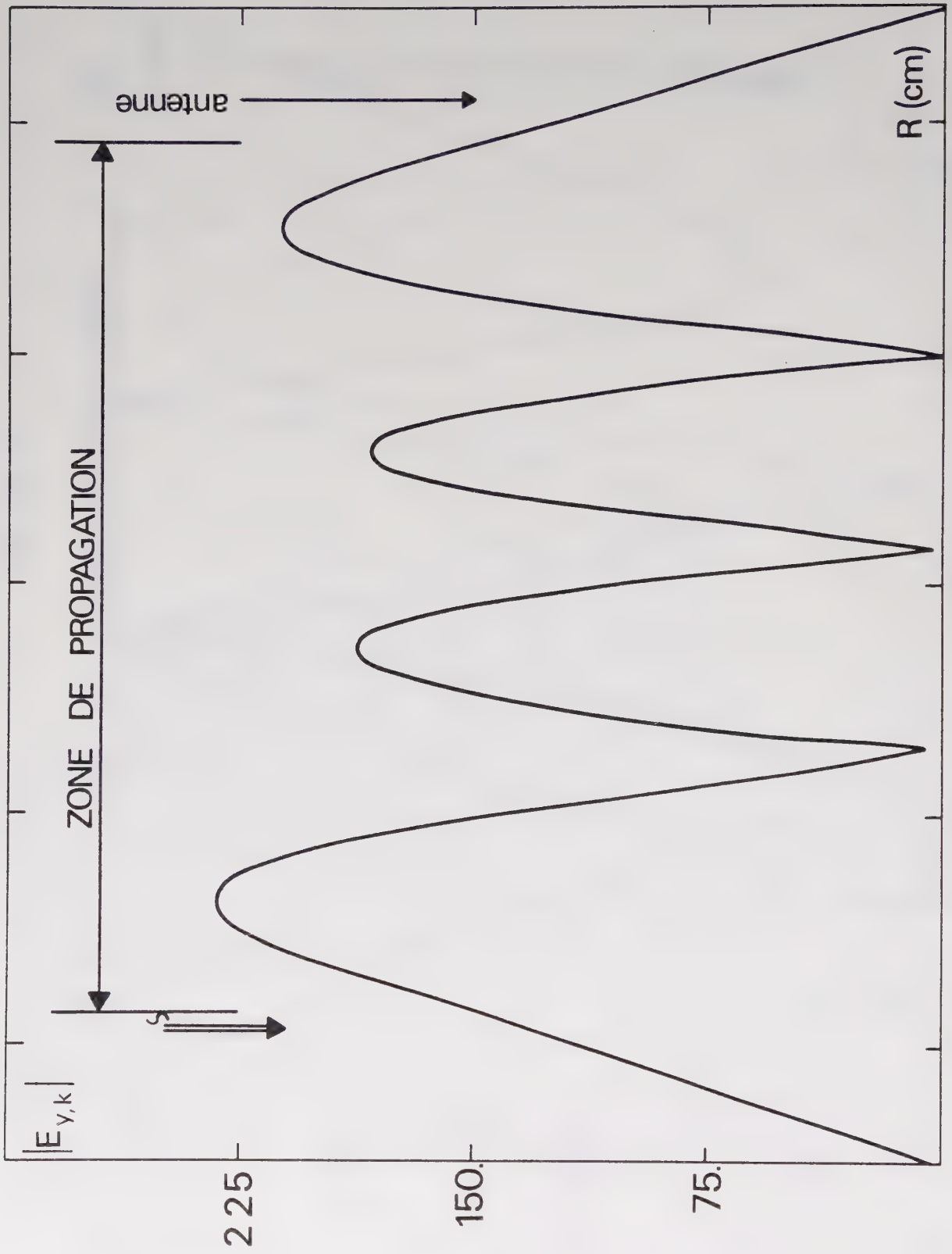

antenne
ZONE DE PROPAGATION
R (cm)
78
88.
98.
108.
118
75.
150.
225
$|E_{y,k}|$

FIG IV.7

guide que les ondes qui satisfont les conditions aux limites. On retrouve bien les caractéristiques essentielles de la propagation des guides d'ondes faiblement dissipatifs. Une deuxième remarque s'impose : plus le nombre d'onde parallèle k croît, plus le niveau de champ électrique dans le plasma est faible. En effet, plus k est grand plus la zone de propagation dans le plasma se réduit. La coupure donnée par l'équation III.38 pénètre vers les régions de densités plus élevée. Le couplage antenne plasma diminue donc de manière importante.

Il est intéressant d'étudier l'influence de la densité sur les conditions de propagation. Nous nous intéresserons essentiellement à l'évolution en densité de la longueur d'onde parallèle. On peut alors établir des courbes de dispersion comme celle donnée figure IV.8. Pour un mode n donné, la longueur d'onde parallèle diminue quand la densité augmente (cf. relation III.5).

Nous nous sommes placés pour le moment dans une géométrie plane, infinie le long du champ magnétique. Nous avons pu alors calculer les longueurs d'atténuation. Si l'on compare ces longueurs d'atténuation à la circonférence du tore (TFR) on constate que cette dernière est beaucoup plus courte que la longueur d'atténuation ($2\pi R_0$ = 6,2 m). J. Adam et J. Jacquinot [12] ont étudié comment calculer le champ électrique réel dans le cas d'un Tokamak. Ils ont comparé le tore à un cylindre infini dans lequel des antennes identiques sont placées avec une périodicité $Z_A = 2\pi R_0$ = circonférence du tore. Chaque antenne genère donc une onde qui se propage suivant le schéma indiqué ci-dessus. Le champ total est obtenu en sommant sur l'ensemble des contributions dues à chaque antenne. Nous ne retiendrons dans la formule IV.43 que la contribution due au mode propre excité par l'antenne situe en $Z_A^n = 2\pi n R_0$ en négligeant le champ évanescent

$$E_y^n(z) = \pi \mathcal{E}(k_0) \exp\left[i\left(k_0 + i\varepsilon(k_0)\right)(z + 2\pi n R_0)\right] \qquad \text{(IV.44)}$$

Le champ électrique total en un point z est donné par

$$E_y(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} E_y^n(z) = \pi \mathcal{E}(k_0) \frac{\exp\{i[k_0 + \varepsilon(k_0)]z\}}{1 - \exp\{i2\pi R_0[k_0 + \varepsilon(k_0)]\}} \qquad \text{(IV.45)}$$

La relation (IV.45) montre que l'amplitude du champ est maximum pour $k_0 = \frac{n}{R_0}$ où n est un entier.

En géométrie torique, l'amplitude du champ électrique dans la cavité n'est pas indépendante de $k_0$. Elle va même être fortement modulée quand les

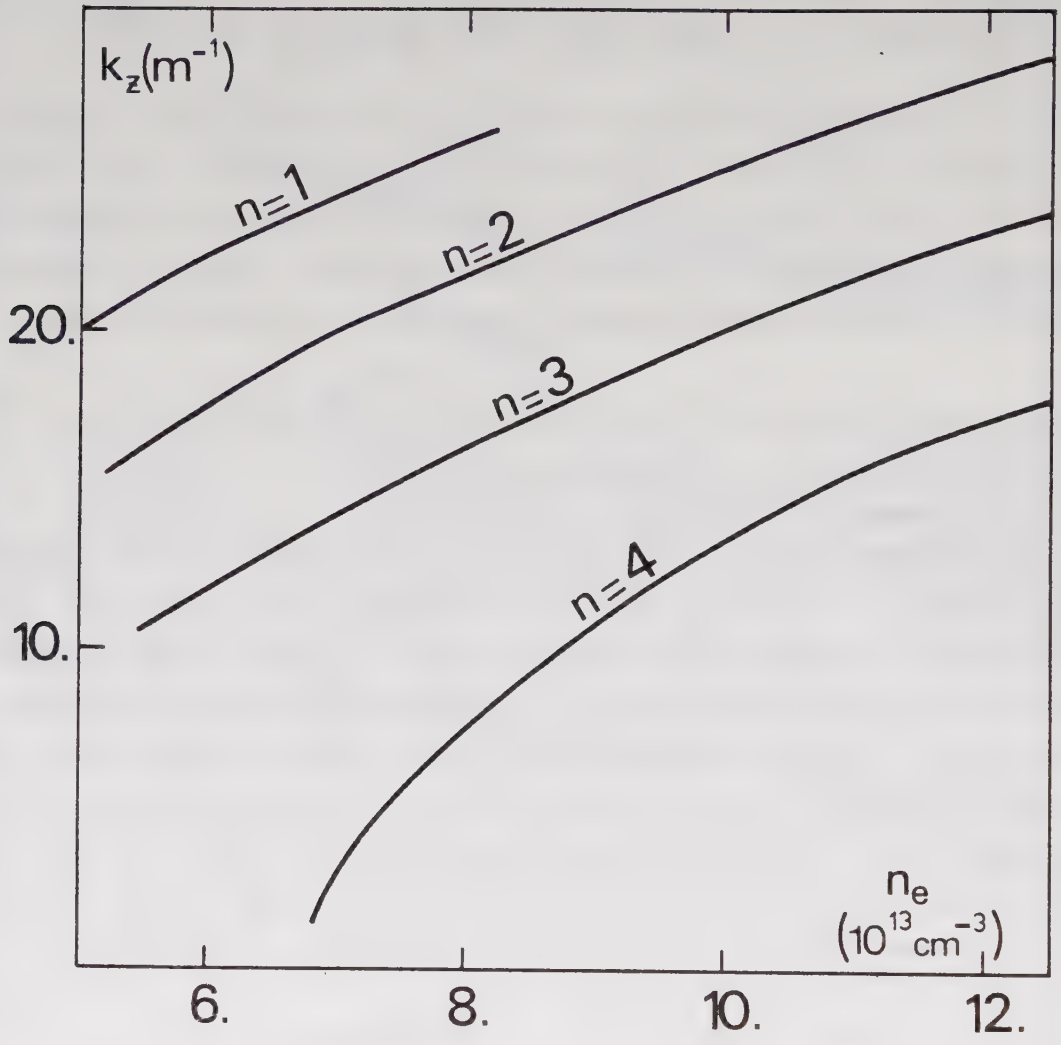



FIG . IV . 8

paramètres plasma (essentiellement la densité) varient car alors $k_o$ évolue en suivant la courbe de dispersion (fig. IV.8). Ce phénomène est lié à une longueur d'absorption longue devant la circonférence du tore.

## IV.5 - Plasma à deux composantes ioniques - Conversion de mode

Nous considérons maintenant un plasma constitué de deux espèces ioniques. Nous spécialiserons notre étude au cas des ions deutérium et hydrogène. La fréquence de l'onde est proche de la fréquence cyclotronique de l'hydrogène qui sera toujours considérée comme espèce minoritaire ($n_H/n_D < 1$). Dans un tel plasma, la couche hybride ion-ion peut être localisée à un grand rayon quelconque en jouant sur la concentration d'hydrogène du plasma (en supposant fréquence et champ magnétique fixe) (cf. équation III.37).

Sur la courbe IV.9 nous avons représenté la valeur des différents coefficients de transmission, réflexion et absorption en fonction du paramètre $k_o \varepsilon$ défini au paragraphe IV.2 (IV.22 et 23). En se référant aux valeurs que l'on peut trouver au chapitre précédent (par exemple fig. IV.4 et IV.12), le paramètre $\varepsilon k_o$ peut facilement atteindre des valeurs supérieures à 1. Dans ces conditions, on constate que le coefficient de transmission est extrêmement faible (inférieur à 10 %). La puissance absorbée, elle,peut être soit très importante ($\gtrsim 0.9$) pour une onde se propageant vers les champs magnétiques faibles, soit très faibles ($\lesssim 0.1$) pour une onde se propageant vers les champs magnétiques élevés.

On s'attend donc à une disymétrie importante suivant la localisation de l'antenne.

Nous donnons ci-dessus deux exemples calculés avec les paramètres de T.F.R.. Ils illustrent les effets importants que l'on peut déduire du modèle. On considère un plasma dont les paramètres sont les suivants :

$$R_o = 98 \text{ cm} \; ; \; r_p = 21 \text{ cm} \; ; \; r_w = 25 \text{ cm} \; ; \; f_o = 60 \text{ MHz}$$
$$B_o = 4.4 \text{ T et } n_{e_o} = 10^{14} \text{cm}^{-3}$$

La concentration relative hydrogène sur deutérium est fixée égale à $n_H/n_D = 0.2$ (soit $\alpha = 0.4$).

$\mathcal{E} = 3cm, k_0 \sim 0.5cm^{-1}$

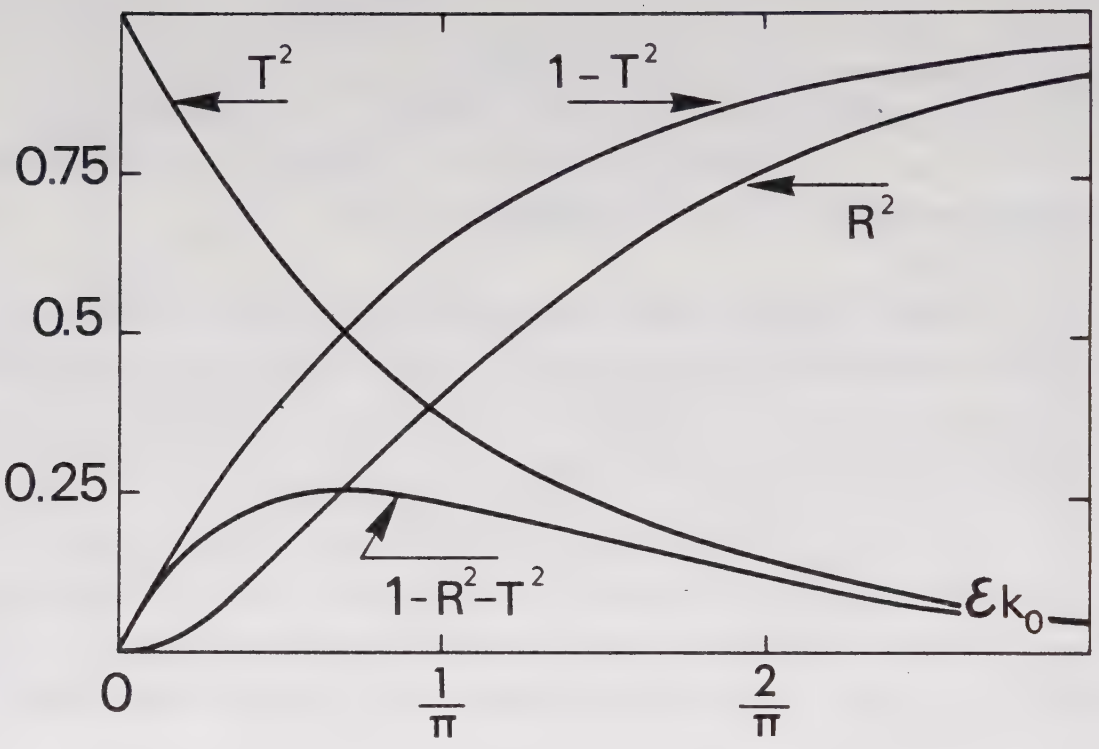



FIG IV. 9

Les antennes que nous considérons sont des nappes de courant de 6 cm de large suivant z. (l = largeur de l'antenne). Le spectre de Fourier de la densité de courant est donné par

$$j(k) = \frac{I_o}{2\pi} \frac{\sin kl/2}{kl/2} \qquad \text{(IV.46)}$$

qui correspond à une densité de courant uniforme, le courant total étant $I_o$. Les figures IV.10 et 11 représentant le spectre de Fourier du champ électrique (composante $E_y$) sur l'antenne soit pour une excitation depuis les champs magnétiques forts ($x = r_1 = -22$ cm) (figure IV.10), soit pour une excitation depuis les champs magnétiques faibles ($x = r_2 = +22$ cm) (figure IV.11). Ces deux spectres sont manifestement complètement différents.

Considérons tout d'abord le 1$^{er}$ cas (antenne côté fort champ magnétique). Si l'on essaye d'approximer ce spectre par une relation identique à la formule IV.42 (en négligeant la perturbation autour de $k = 8m^{-1}$), on trouve alors $\mathcal{E} \sim 11\ m^{-1}$ ce qui correspond à une longueur d'atténuation de 10 cm le long du tore. L'onde rapide est très vite atténuée dans sa propagation le long du champ magnétique. En calculant la transformée de Fourier inverse pour différentes sections du plasma, on peut connaître la structure exacte du champ électrique dans le plasma. Celle-ci est représentée sur la figure IV.12. On voit très nettement sur cette figure la décroissance très rapide du champ électrique à partir de l'antenne à la fois le long de x et le long de z. On constate également que le plasma présente deux régions bien distinctes : d'une part la région $x < 0$, d'autre part la région $x > 0$. Dans la région $x < 0$, l'onde est très vite amortie dans sa propagation le long de z. Cet effet est encore plus visible quand on regarde la structure de la composante $E_x$ du champ électrique (fig. IV.13). On ne distingue aucune longueur d'onde radiale caractéristique au contraire de ce que l'on observe sur la fig. IV.12 dans la région $x > 0$.

Considérons maintenant le 2$^{e}$ cas (antenne côté faible champ magnétique). Le spectre montré sur la figure IV.11 est beaucoup plus proche de celui que l'on a obtenu dans le cas de l'hydrogène pur. La largeur du spectre résonant, centré autour de $k_o = 8\ m^{-1}$, est $\mathcal{E}(k_o) \sim 0.5\ m^{-1}$ soit une longueur d'atténuation de 2 m le long du champ toroïdal. Ce spectre est caractéristique d'une résonance de cavité. La structure du champ électrique illustre parfaitement ce résultat (figure IV.14). Dans la région $x > 0$, le champ électrique présente une structure d'onde stationnaire parfaitement définie. La variation le long de z de l'amplitude maximum correspond à la faible atténuation dans cette direction.

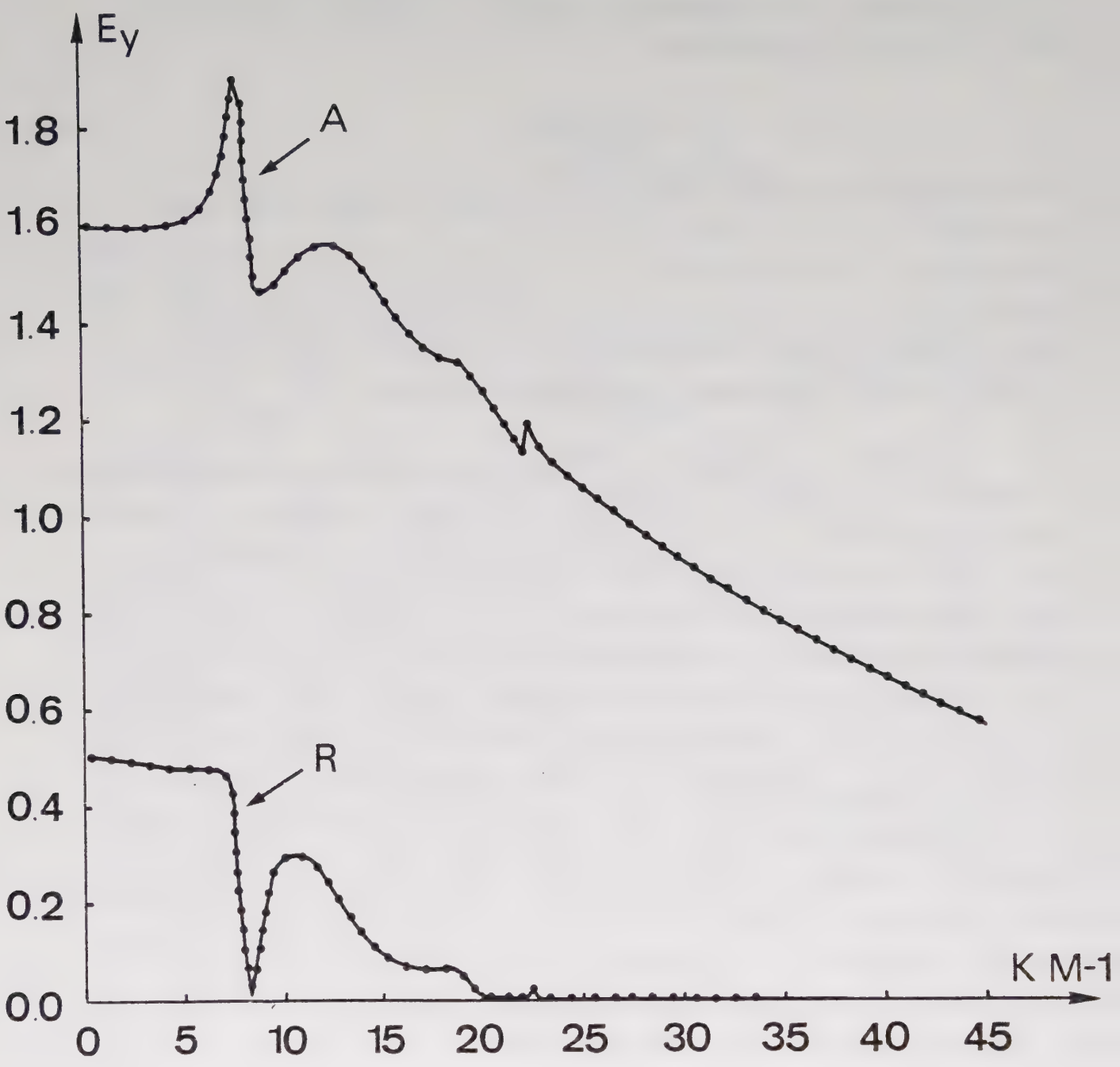



FIG.IV 10

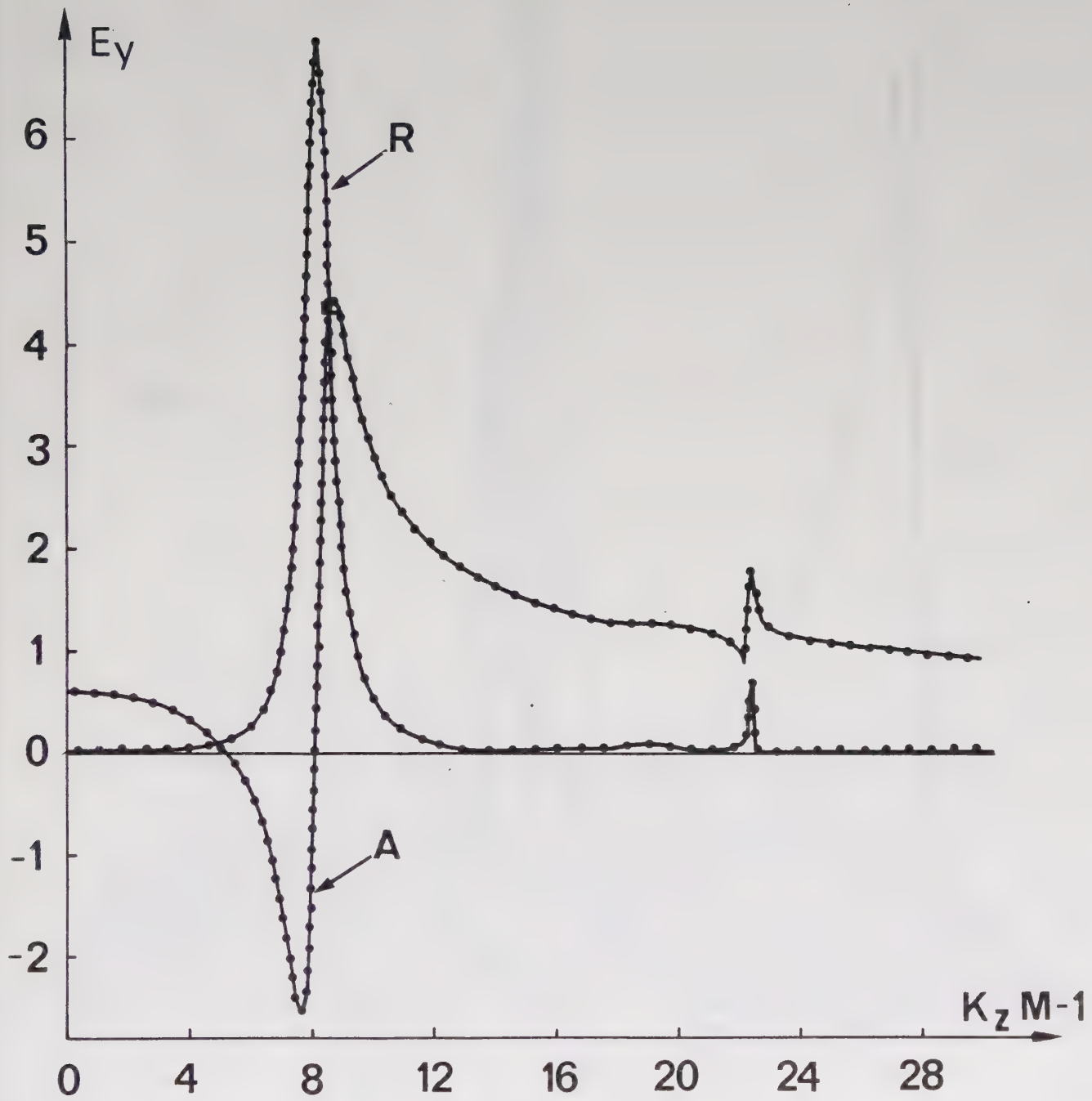



FIG. IV 11

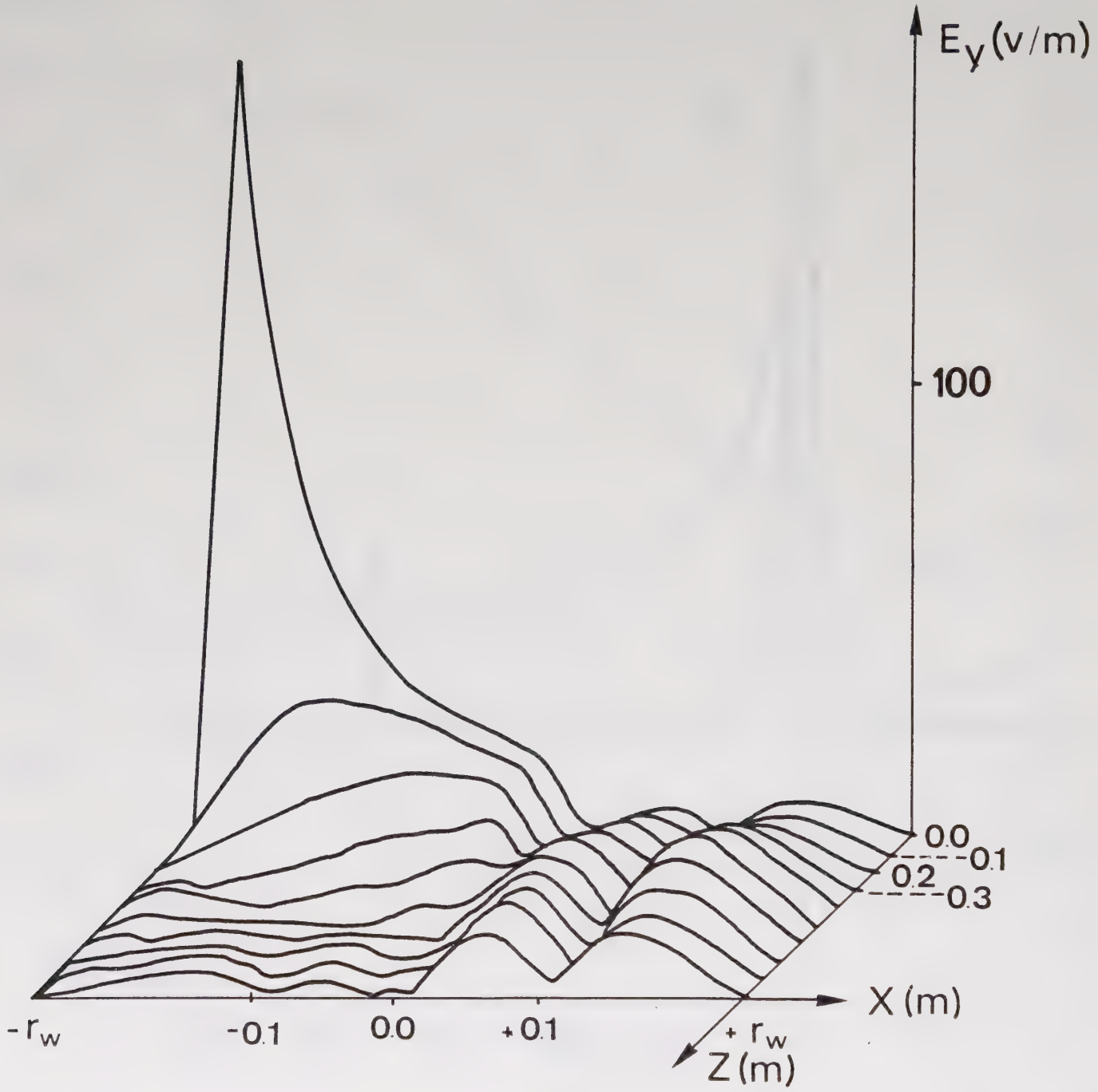



FIG. Ⅳ . **12**

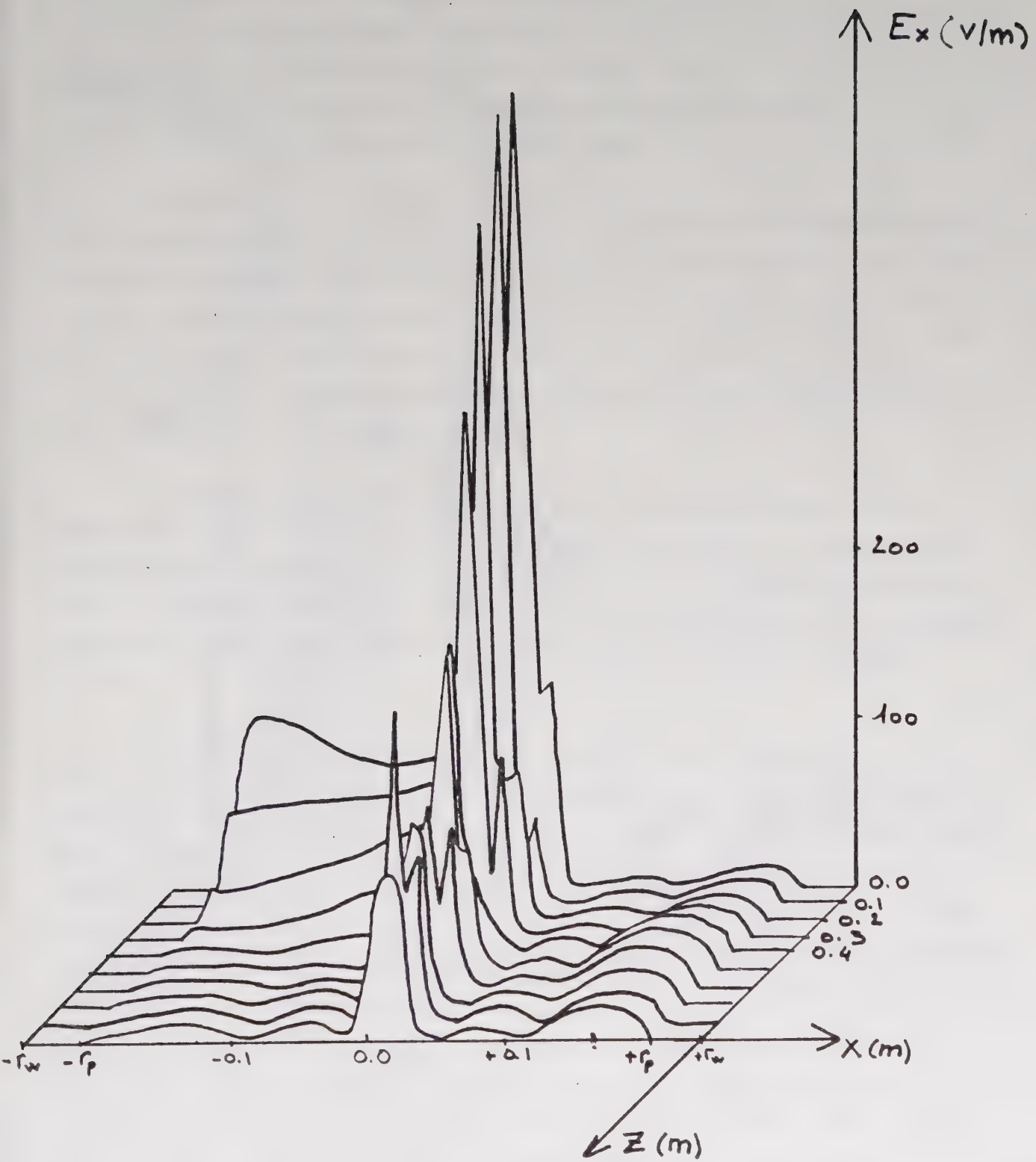



FIG IV. 13

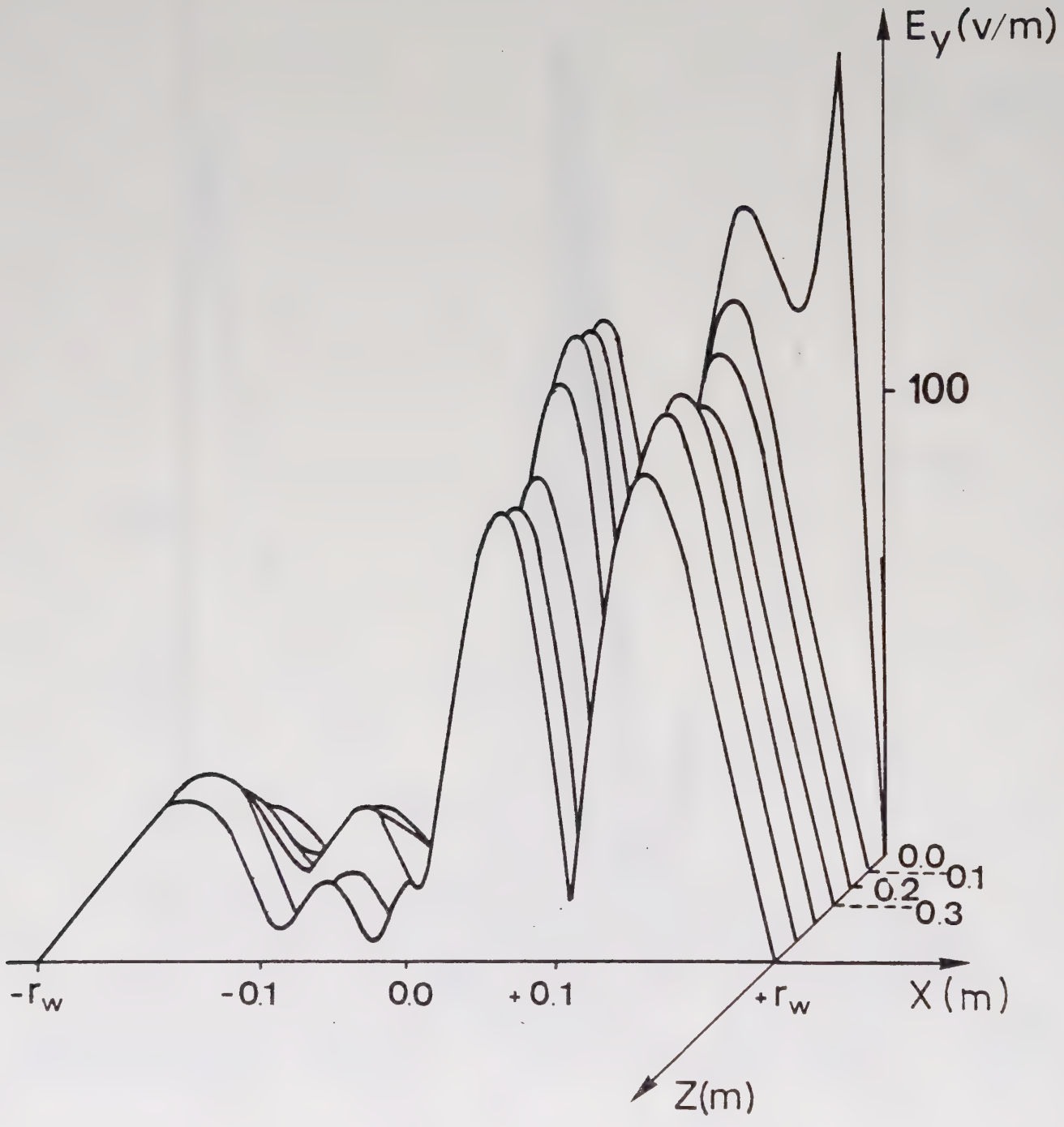


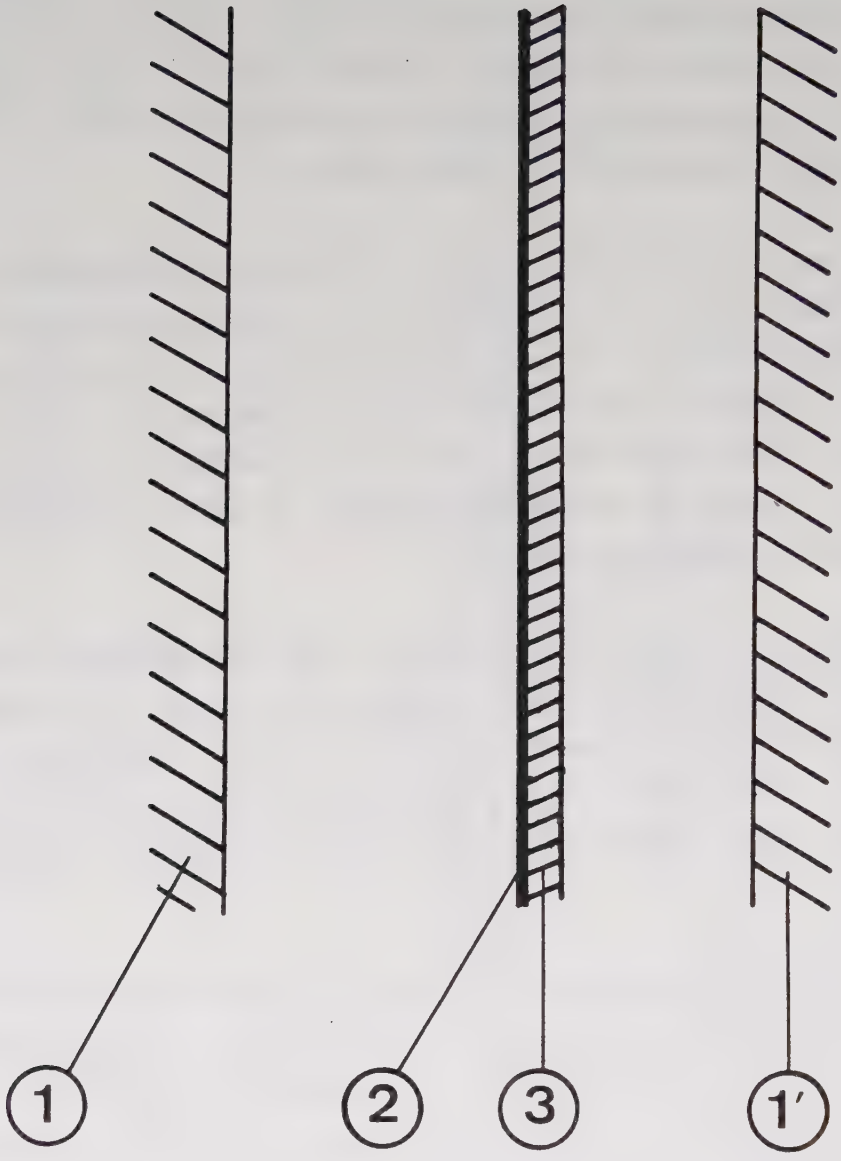

FIG. IV.14

Dans la région $x < 0$, le champ électrique présente toujours cette structure de mode propre stationnaire mais à un niveau de champ électrique environ 3 fois plus faible. Ces évolutions spatiales, du champ électrique (aussi bien la composante $E_y$ que la composante $E_x$) illustrent parfaitement l'effet de la conversion de mode sur la propagation de l'onde rapide.

Nous avons vu précédemment lors de l'étude des développements asymptotiques des solutions de l'équation d'onde, que la couche hybride ion-ion se comporte différemment suivant le sens de propagation de l'onde. Dans tous les cas une partie de l'énergie électromagnétique est transmise à travers cette couche. Mais par contre l'une de ses faces est un miroir (qui peut être presque parfait) l'autre un absorbant excellent. On peut se représenter cette couche en faisant l'analogie suivante.

Considérons un guide plan, comme celui que nous décrivons dans le modèle mais nous remplaçons le plasma par une double paroi : l'une des faces est métallique d'épaisseur variable, mais de l'ordre de l'épaisseur de peau pour la fréquence considérée. L'autre face est constituée d'un milieu fortement absorbant (figure IV.15). Nous définissons ainsi deux cavités faiblement couplées.

Supposons que nous excitions une onde, à l'aide d'une antenne située dans la cavité limitée par les deux parois métalliques. Il va se développer un mode propre dans cette cavité identique à celui que l'on observe dans la figure IV.14. Toutefois une certaine quantité d'énergie pourra être transférée à travers la paroi mince et la couche absorbante et se propager dans la seconde cavité. Si l'onde est excitée maintenant dans la seconde cavité, elle rencontre tout d'abord le matériau absorbant. Si l'absorption est suffisamment forte, pratiquement l'antenne va rayonner dans un milieu semi infini [13] . Toutefois la faible fraction d'énergie électromagnétique qui peut traverser les deux parois (absorbante et réflectrice) va pouvoir exciter dans l'autre cavité un mode propre. Les caractéristiques de l'onde excitée dans cette cavité seront déterminées par les conditions aux limites imposées par la paroi externe du guide et par la surface réfléchissante séparant les deux cavités. Si l'on se reporte à la figure IV.11 on observe effectivement dans la région $x > 0$, une structure bien définie, correspondant au mode propre mentionné plus haut. Ce mode ne s'atténue que faiblement lors de sa propagation le long du champ magnétique.




① et ①' : parois métalliques

② : couche absorbante

③ : couche reflectrice

FIG IV.15

REFERENCES

[1] Whittaker E.T., Watson G.N., Modern Analysis (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1965).

[2] Budden K.G., Radio Waves in the Ionosphere (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1961).

[3] Quemada D., Ondes dans les Plasmas Hermann, Paris (1968).

[4] Abramovitz M. and Stegun I.A., Handbook of Mathematical Function pp 503-537, U.S. Gov. Printing Office (1964).

[5] Ibid° pp. 253-295.

[6] Stix T.H., The Théory of Plasma Waves, Mc Graw-Hill, New York (1962).

[7] Goursat E., Differential Equations, Dover Publ., New York (1945) (Chapitre III : Linear Differential Equation).

[8] Ngan Y.C., Swanson D.G., Phys. Fluids, 20, 1920 (1977).

[9] Schmitt J.P.M., Communication privée.

[10] Faulconer D.W., Phys. Lett. A, 75, 355.

[11] Landau L.D. et Lifshitz E.N., Quantum Mechanics, (Pergamon Press, Londres, Paris, 1958).

[12] Adam J., Jacquinot J., Rapport EUR-CEA-FC 886 (1977).

[13] Adam J., Rapport EUR-CEA-FC 1004 (1979).

# CHAPITRE V

# ETUDE EXPERIMENTALE DE LA PROPAGATION

# ETUDE EXPERIMENTALE DE LA PROPAGATION

## V.1 - Antennes

La pierre angulaire de toute méthode de chauffage par onde haute fréquence est la structure de couplage. A l'heure actuelle, il apparaît clairement que le choix de la méthode employée sur les grosses machines (JET, TORE-S ...) est déterminé par la facilité avec laquelle la puissance peut être transférée au plasma. Si l'on analyse les différentes méthodes de chauffage HF en utilisant un critère basé sur le couplage antenne plasma, on constate que le chauffage cyclotronique ionique prend très nettement l'avantage sur les autres méthodes.

Nous classons les méthodes de chauffage par ordre de fréquence croissante. Considérons tout d'abord le TTMP ("Transit Time Magnetic Pumping") [1] . La physique de ce chauffage semble bien comprise et les résultats expérimentaux obtenus sur Petula ont montré un excellent accord entre la théorie et l'expérience. Malheureusement un inconvénient majeur de cette méthode est dû à la mauvaise qualité du couplage.

Sur le Tokamak de Grenoble , PETULA, l'efficacité du couplage était de 2 à $3.10^{-3}$ (soit pour coupler 10 KW, il faut un générateur capable de débiter 3 à 5 MW !). On peut espérer une meilleure efficacité sur les grandes machines mais on ne peut guère obtenir plus de 25 %. La raison de ce mauvais couplage provient du fait que l'on doit exciter des oscillations forcées dans le plasma, les ondes de basse fréquence ($\sim$ 150 KHz) étant non propagatrive pour les paramètres usuels des Tokamaks.

Une deuxième méthode de chauffage HF est actuellement développée sur le Tokamak TCA de Lausanne [2] . Il s'agit du chauffage par onde d'Alfven ($f \sim 2$ MHz). Il est encore trop tôt pour tirer des conclusions définitives sur cette méthode. Toutefois il semble que l'efficacité du chauffage soit faible. La raison de cette faible efficacité est la même que celle évoquée précédemment. Il faut exciter des modes forcés dans le plasma qui sont absorbés sur une surface résonante ou la vitesse d'Alfven est égale à la vitesse de phase du mode.

Toujours par fréquence croissante la troisième méthode de chauffage est le chauffage cyclotronique ionique. Nous reviendrons plus tard en détail sur

cette fréquence. Notons toutefois que le rendement de l'antenne peut atteindre 80 %.

A des fréquences plus élevées (∿ 1 GHz), on peut espérer chauffer le plasma à la résonance hybride basse. D'excellents résultats ont été obtenus sur WEGA [4] et sur JFT2 [5] . En particulier sur JFT2 une puissance de 300 KW a pu être couplée au plasma avec une bonne efficacité de chauffage. Cependant, la montée en puissance s'avère difficile. La maitrise des claquages au niveau du guide d'onde de couplage est mauvaise, et ceci limite sévèrement les puissances maximales accessibles.

Enfin la dernière fréquence utilisée est la fréquence cyclotronique électronique. Les expériences préliminaires déjà faites sont très encourageantes en ce qui concerne les propriétés de couplage. Le développement de ce chauffage passe par le développement des sources de puissances (Gyrotrons) qui n'existent pas encore actuellement pour des très hautes fréquences (∿ 120 GHz).

Nous allons maintenant étudier en détail les antennes utilisées pour le chauffage cyclotronique en nous basant essentiellement sur ce qui a été fait dans T.F.R.. Le principe du couplage est le même dans toutes les expériences. Le but est de transférer le maximum de puissance sur l'onde magnétosonique rapide qui se propage vers l'intérieur du plasma. Pour ce faire, on utilise une structure rayonnante qui doit émettre une onde électromagnétique de champ électrique essentiellement poloïdal. Il s'agit de minimiser autant que faire ce peut la composante de champ électrique parallèle au champ magnétique de confinement. En effet cette composante de champ électrique excite le mode lent qui se propage à la périphérie du plasma et conduirait à un chauffage au bord, fortement néfaste (mauvais confinement, production d'impureté) (cf. chapitre III).

D'une manière générale, les antennes sont constituées d'une ligne de transmission à bandes parallèles (fig. V.1). L'alimentation se fait à travers une ligne coaxiale. Afin que le maximum de puissance soit déposé près du plan équatorial du plasma, les antennes utilisées sur T.F.R. pour coupler le maximum de puissance sont courcicuitées à leur extrêmité libre afin de créer un ventre de courant. La distribution de courant le long du conducteur central est déterminée par la vitesse de phase de l'onde dans l'antenne ; les caractéristiques géométriques de celle-ci sont alors essentielles pour déterminer la self-inductance et la capacité par unité de longueur. Différentes géométries ont été testées sur T.F.R. avec des résultats très variables (cf. figure V.2).

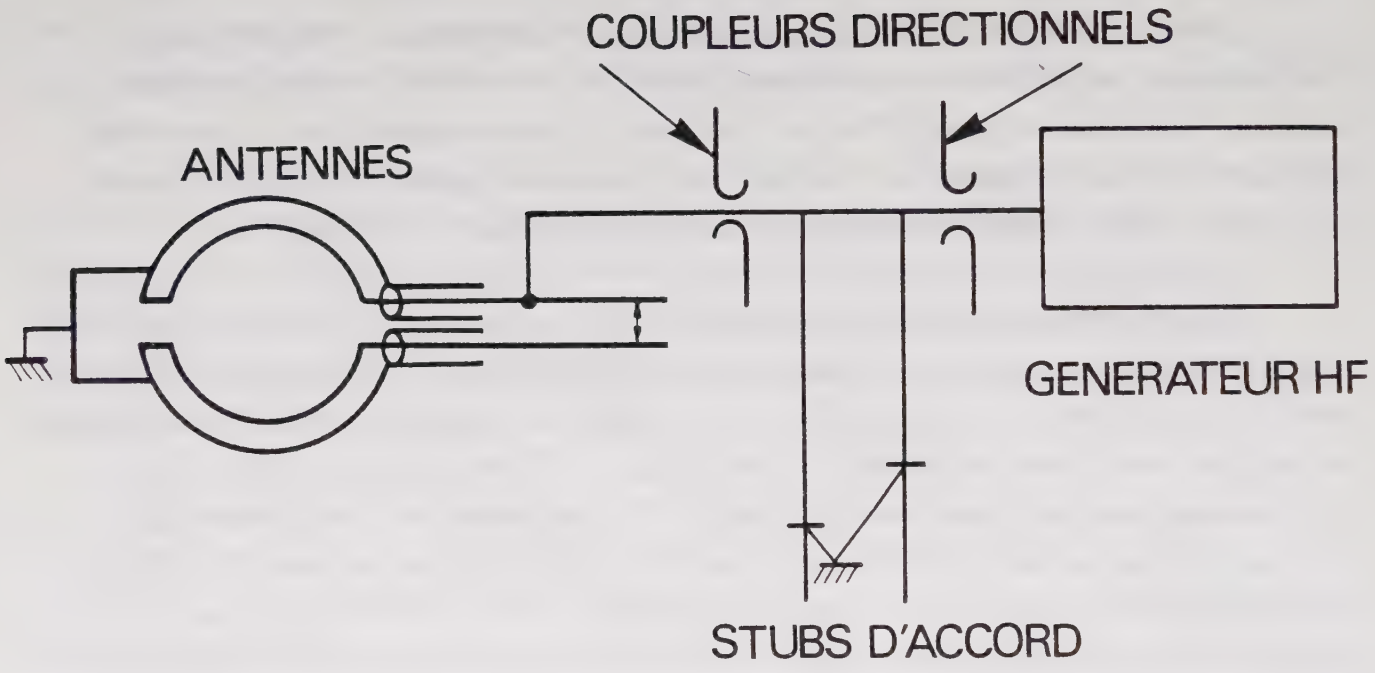
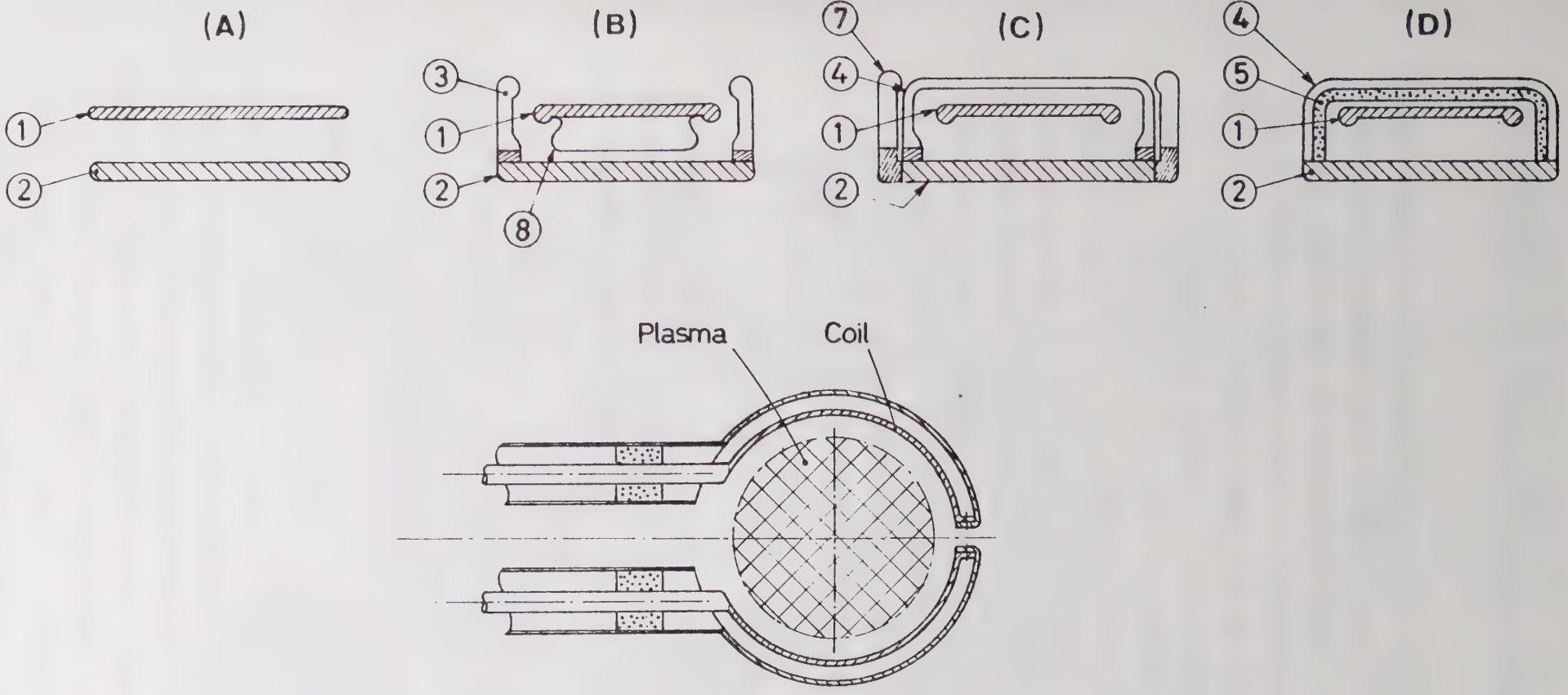

COUPLEURS DIRECTIONNELS
ANTENNES
GENERATEUR HF
STUBS D'ACCORD

FIG V. 1




(A) Antenne nue : conducteur central (1) , conducteur de retour (2)

(B) Antenne avec protections latérales (3) et capacité interne (8)

(C) Antenne avec écran électrostatique (4)

(D) Antenne avec écran électrostatique et protection isolante (5)

FIG. V. 2

Nous ne donnons pas ici les résultats qui ont été publiés à la conférence de Nagoya [6] .

Cependant il est apparu que la meilleure configuration d'antenne est la structure C de la figure V.2. Elle est constituée d'une structure mécanique rigide qui entoure le plasma dans une section droite du tore. Cette structure mécanique constitue également le conducteur de retour pour le courant HF. Le conducteur central est courcicuité sur le support mécanique du côté intérieur au tore afin que le ventre de courant soit de ce côté. Enfin un élément très important complète l'antenne. Il s'agit d'un écran électrostatique. Il a deux rôles : d'une part augmenter la capacité linéique de l'antenne pour diminuer son impédance caractéristique, d'autre part il est construit de telle sorte que la composante de champ électrique parallèle au champ magnétique de confinement ne puisse pas sortir de la structure de couplage [7] . Ceci prévient autant que faire ce peut, le couplage direct à l'onde lente dans les régions de faibles densités. L'écran électrostatique est donc constitué d'une suite de lamelles placées perpendiculairement au conducteur central mis au même potentiel que le conducteur de retour mais ne présentant pas de continuité électrique dans la direction poloïdale. Le courant HF doit nécessairement revenir par la structure mécanique décrite précédemment.

La dernière version d'antennes utilisées sur T.F.R. est représentée sur la figure V.3. Pour pouvoir coupler le maximum de puissance, la structure mécanique a été optimisée pour pouvoir laisser le maximum d'accessibilité dans les queusots d'observation.

Nous n'avons décrit pour le moment que des structures de couplage, qui rayonnent essentiellement de l'intérieur du tore. Ce choix a été fait sur T.F.R. pour étudier le régime de conversion de mode. Un choix identique a été fait par les Belges sur une expérience de petite taille ERASMUS [8] ainsi que très récemment sur JFT2 [9] . Toutefois d'autres structures de couplage, ont été essayées sur T.F.R.. L'élément rayonnant se trouve cette fois-ci du côté faible champ magnétique, sur l'extérieur du tore. En particulier les premières expériences réalisées sur T.F.R. l'ont été avec une antenne identique à celle montrée sur la figure V.4. Ces expériences ont été effectuées à très faible puissance ($< 1$ KW). Nous avons réutilisé cette antenne pour étudier la propagation de l'onde. Enfin, un dernier type d'antenne a été essayé (figure V.5), qui préfigure les antennes qui seront utilisées sur JET. L'étude détaillée des antennes et de leurs propriétés de couplage se trouve dans la thèse de

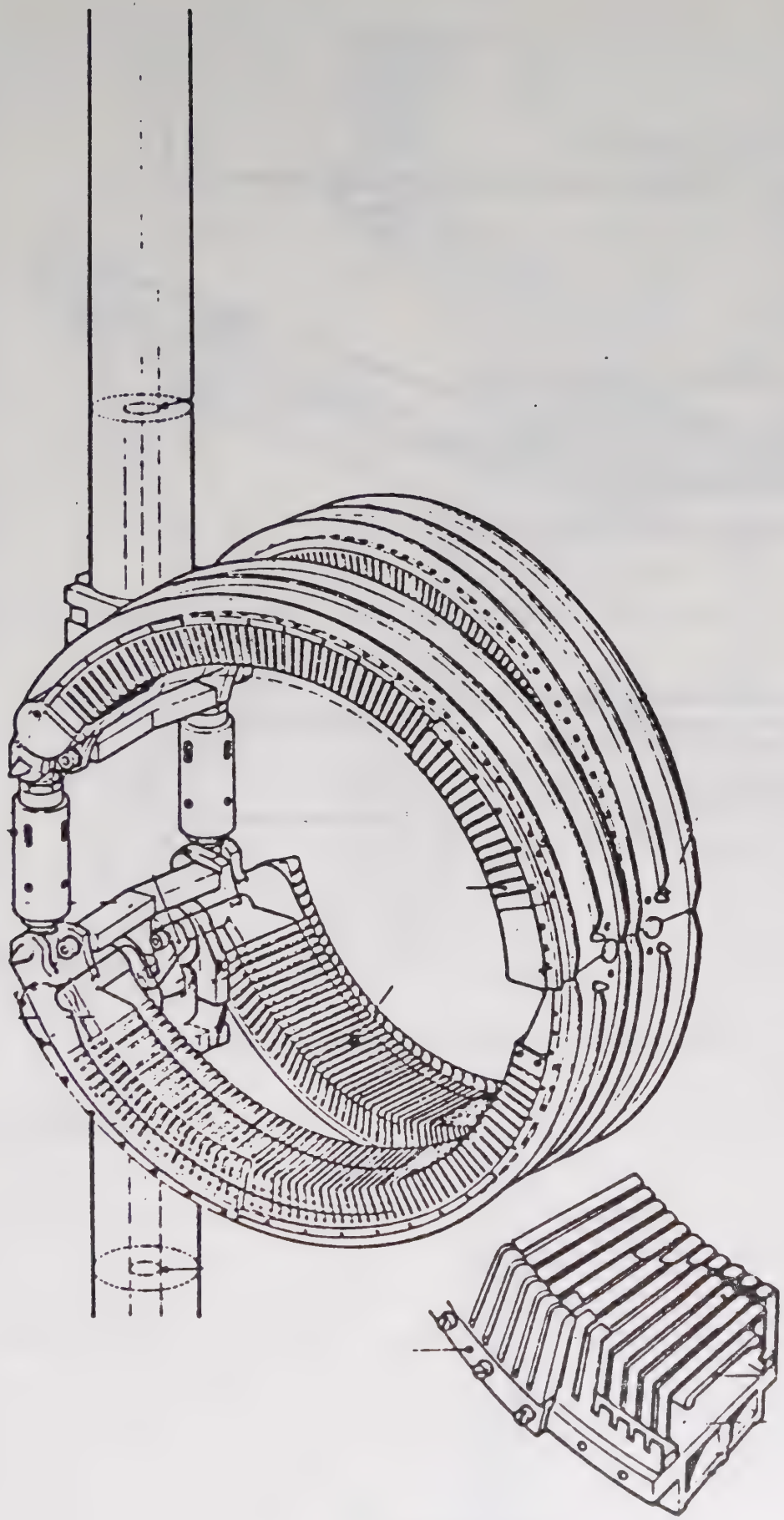


FIG .V. 3

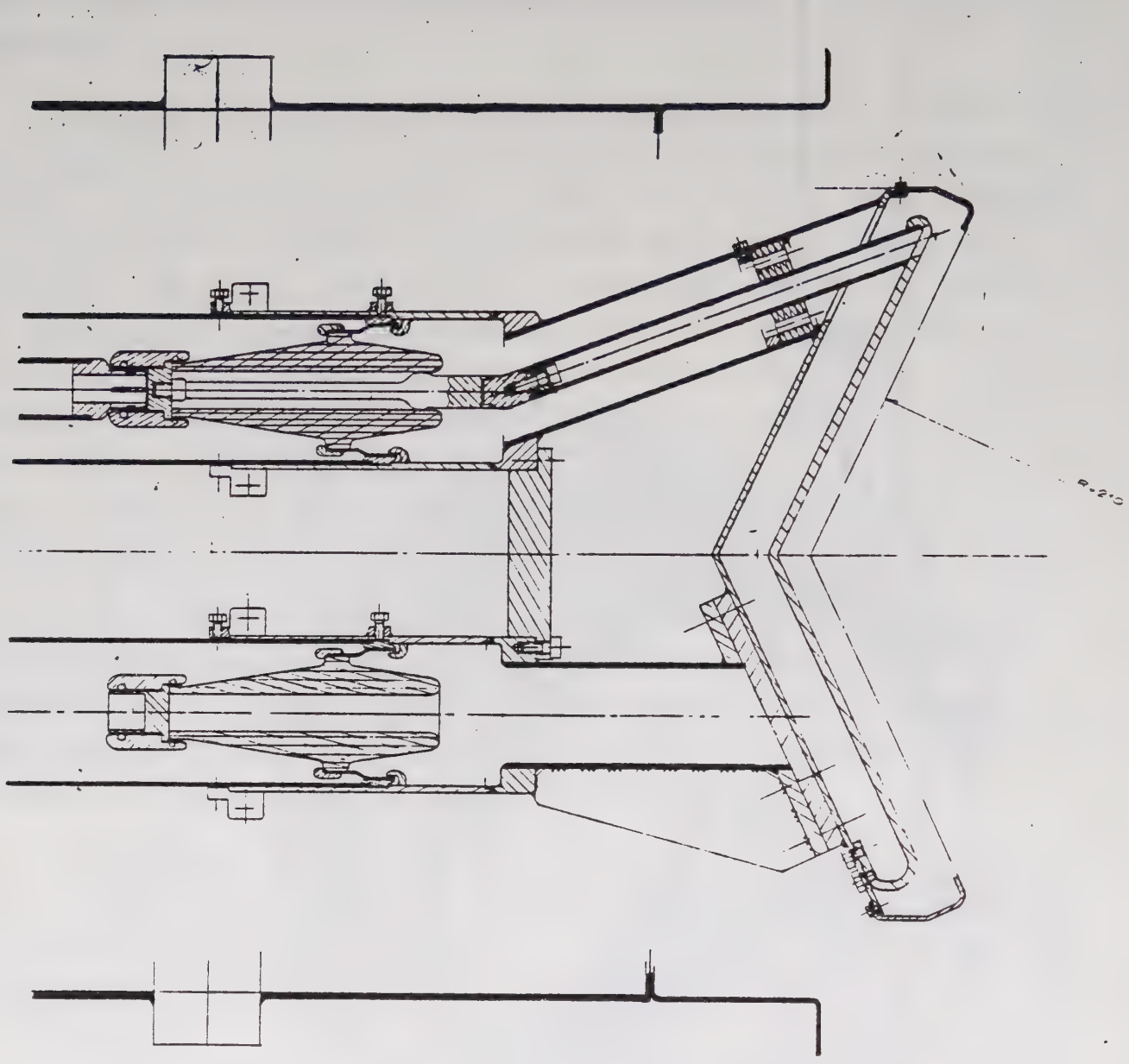
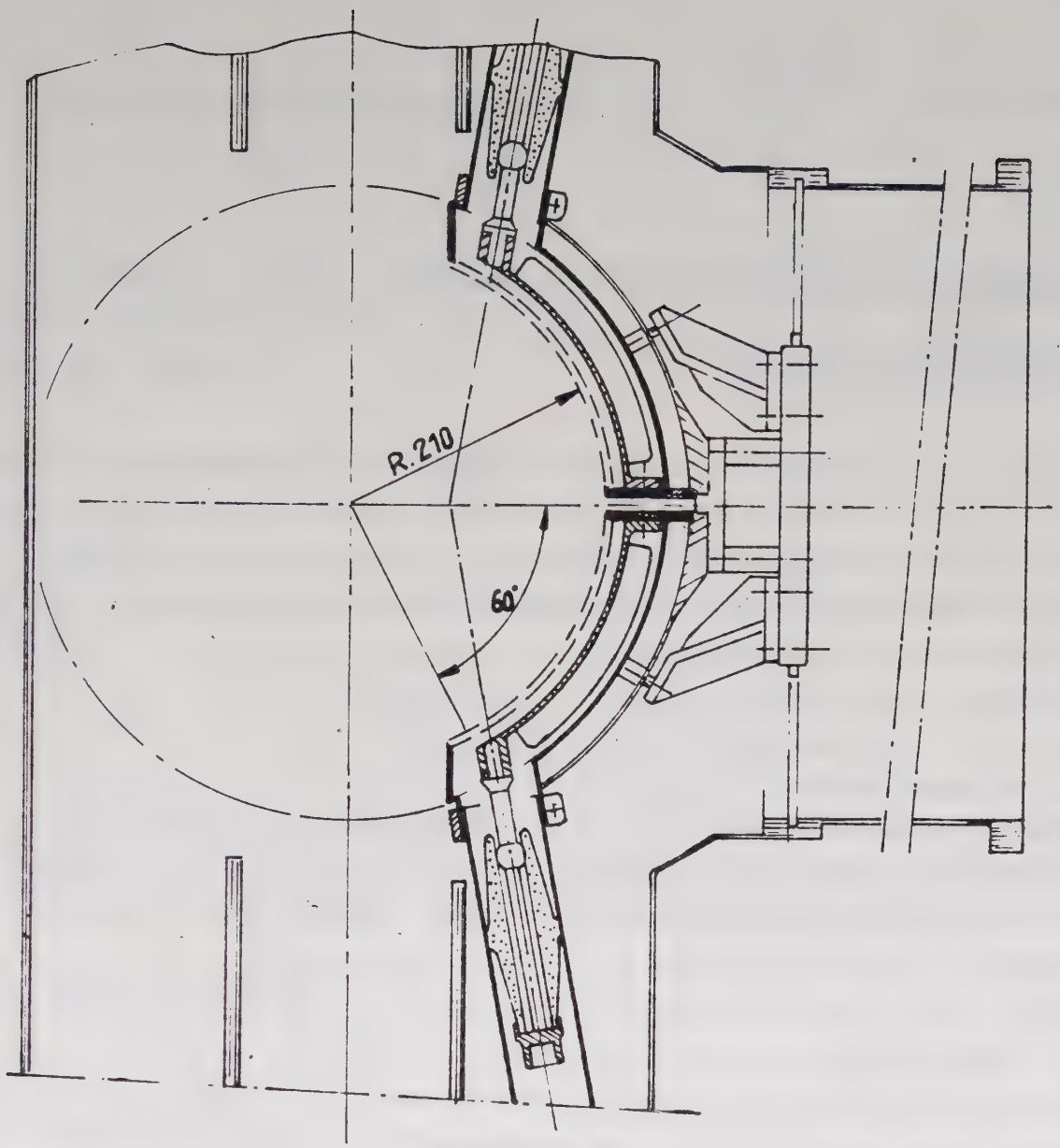


FIG .V . 4




QUEUSOT 5

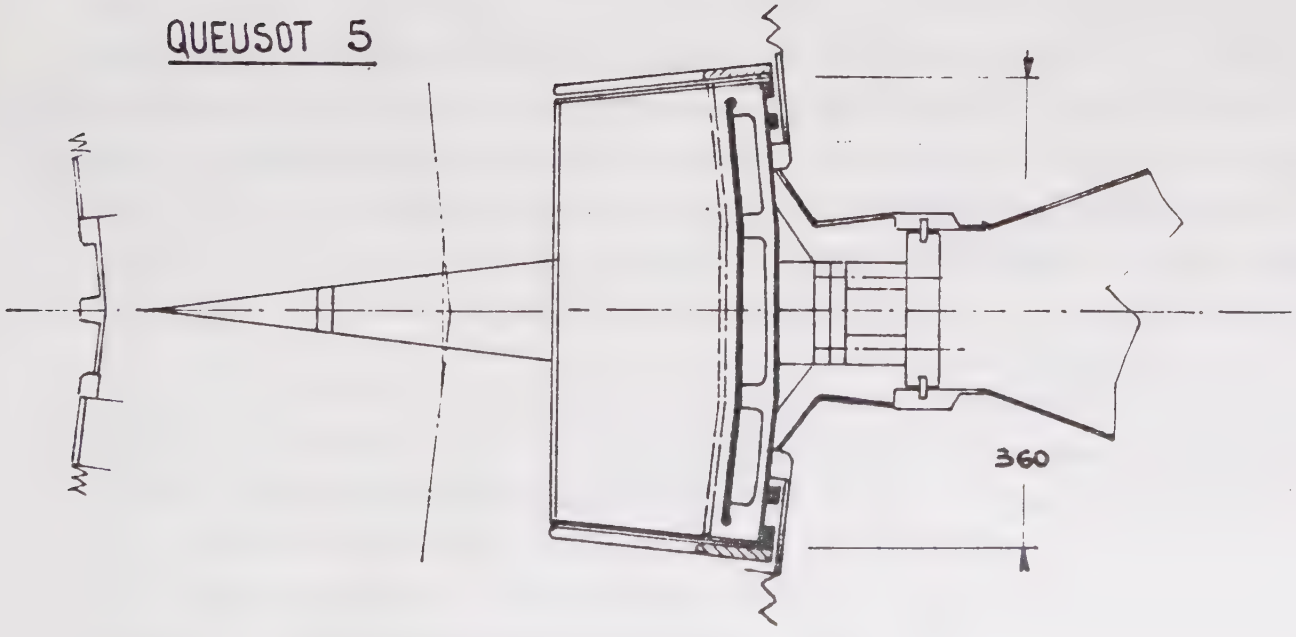



FIG.V.5

B. Pegourié [10] .

## V.2 - Diagnostics de la propagation et du couplage

### V.2.1 - Résistance de couplage

Nous avons mentionné précédemment le fait que le chauffage cyclotronique permet un excellent couplage entre le plasma et la structure excitatrice. Il est en effet possible de mesurer quantitativement ce couplage. Les différentes antennes utilisées sur T.F.R. sont alimentées suivant le schéma montré figure V.1. Un générateur HF (de puissance ou non) alimente les antennes à l'aide d'une ligne coaxiale. Le générateur présente une impédance de sortie $Z_o$ réel (en général 50 Ω). L'antenne présente elle une impédance complexe $Z_A$. Afin de minimiser la puissance réactive débitée par le générateur, il est nécessaire de transformer l'impédance d'antenne $Z_A$ en une impédance la plus proche possible de l'impédance caractéristique du générateur. Ceci est réalisé par l'intermédiaire des stubs, qui sont des tronçons de lignes coaxiales courcicuitées à une extrêmité, montés en parallèle sur la ligne d'alimentation. La position du court-circuit est variable et permet l'adaptation [10] . On peut ainsi minimiser le taux d'onde stationnaire sur la ligne entre les stubs et le générateur. La puissance effectivement dissipée dans la charge (antenne + plasma) est obtenue en mesurant la puissance de l'onde progressive qui se propage du générateur vers la charge ainsi que la puissance de l'onde qui se propage depuis la charge vers le générateur. En effet, la distribution de la puissance dans une ligne coaxiale est obtenue par interférence entre une onde incidente $V_+$ et une onde réfléchie V- [11]. La mesure de la puissance incidente ou de la puissance réfléchie est faite à l'aide de coupleurs directionnels. Nous définissons maintenant l'efficacité du couplage à l'aide du concept de résistance de couplage. Nous considérons le tronçon de ligne d'impédance $Z_0$ entre les stubs et l'antenne. L'antenne présente une impédance $Z_A$, à priori différente de $Z_0$ (en particulier elle a une composante imaginaire). Une certaine fraction de la tension incidente est réfléchie sur la charge $Z_A$. Il s'établit une onde stationnaire dans la ligne d'alimentation caractérisée par son taux d'onde stationnaire. La distribution de courant le long de la ligne présente des noeuds et des ventres. La résistance de couplage est la résistance série qu'il faudrait placer à un ventre de courant pour dissiper effectivement toute la puissance débitée par le générateur. Si $P_0$ est la puissance effectivement dissipée dans la charge $Z_A$,

la résistance de couplage est donnée par :

$$R_c = 2 \frac{P_o}{I_M^2} \qquad (V.1)$$

Si $V_+$ représente l'amplitude de l'onde progressive incidente et $V_-$ l'amplitude de l'onde progressive réfléchie sur l'impédance $Z_A$, le courant maximum dans la ligne a pour expression :

$$I_M = \frac{V_+ + V_-}{2} \qquad (V.2)$$

La mesure de ces deux tensions permet donc de calculer la résistance de couplage

$$R_c = 2 Z_o^2 \frac{P_o}{(V_+ + V_-)^2}$$

La relation (V.3) montre que l'on a intérêt à maximiser la résistance de couplage pour diminuer la tension sur la ligne, à puissance dissipée constante. Ce paramètre nous permet de qualifier l'efficacité du couplage.

V.2.2 - Sondes Magnétiques

Afin d'étudier la propagation de l'onde à l'intérieur du tore, nous avons utilisé des boucles magnétiques mesurant la composante de champ magnétique de l'onde alignée avec le champ toroïdal (composante $B_z$).

L'évolution de l'amplitude du signal reçu sur ces sondes ainsi que la mesure de la phase du signal entre la sonde et une référence fixe nous permet de calculer la longueur d'atténuation de l'onde le long du tore ainsi que ses caractéristiques de progagation. La connaissance quantitative du champ magnétique n'a pu être obtenue avec cette méthode car il est très difficile de mesurer le couplage effectif entre la sonde et le plasma.

Les sondes magnétiques ont été construites suivant le même principe que les antennes (cf. figure V.6). Ce sont des boucles en court circuit qui mesurent les variations de flux magnétique à travers leur surface. Elles sont protégées comme les antennes par un écran électrostatique.

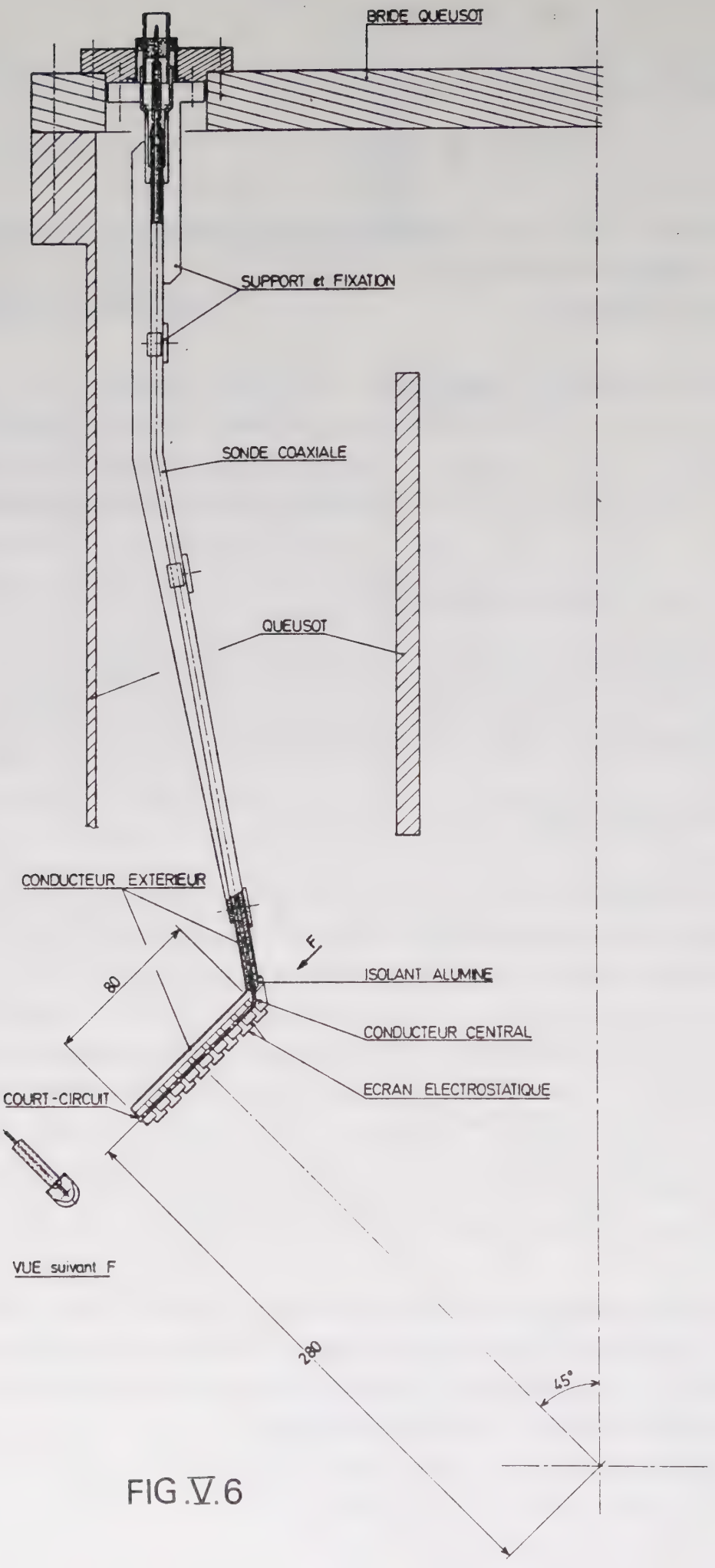

BRIDE QUEUSOT
SUPPORT et FIXATION
SONDE COAXIALE
QUEUSOT
CONDUCTEUR EXTERIEUR
F
ISOLANT ALUMINE
80
CONDUCTEUR CENTRAL
ECRAN ELECTROSTATIQUE
COURT-CIRCUIT
VUE suivant F
280
45°

FIG. V.6

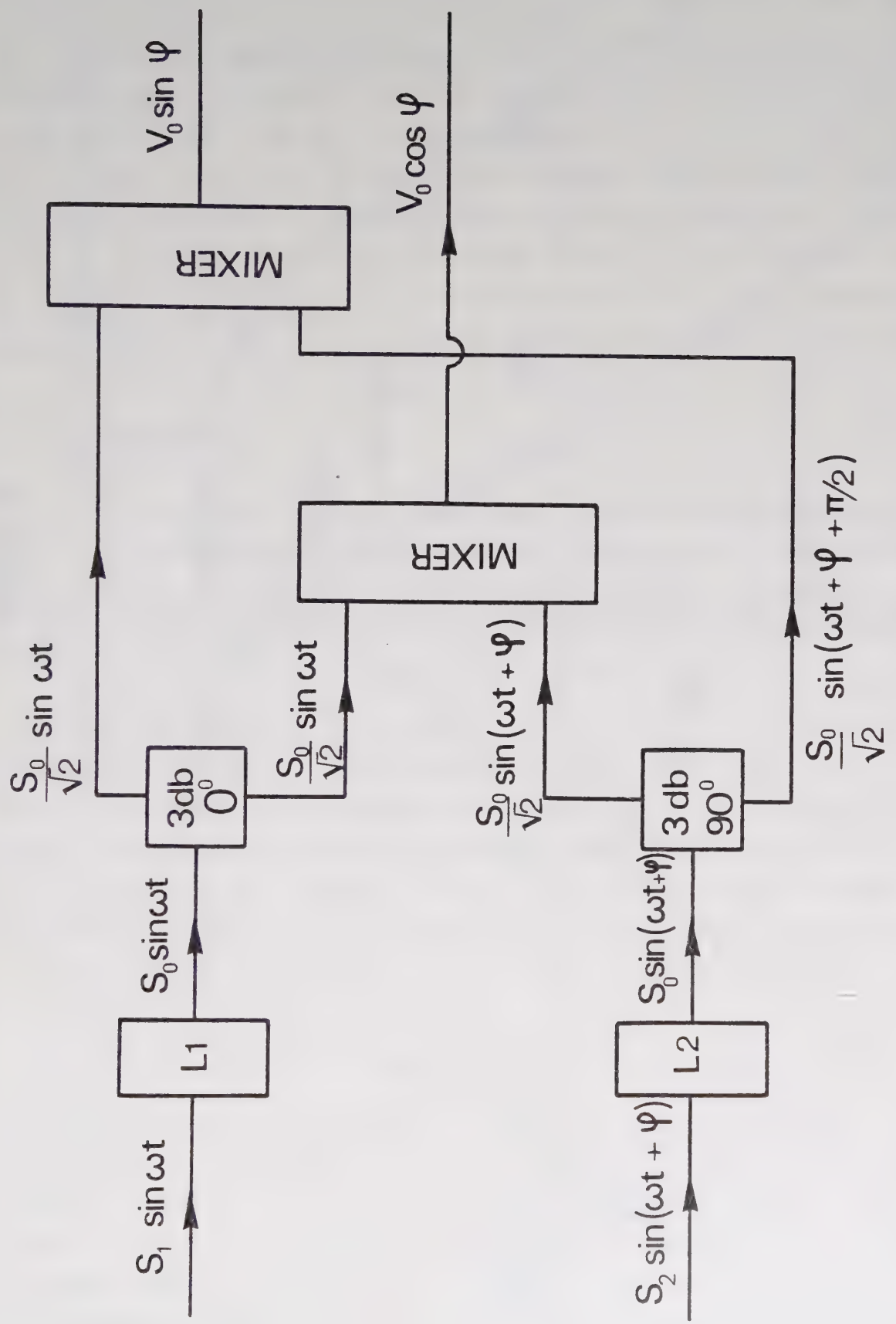

$S_1 \sin \omega t$
L1
$S_0 \sin \omega t$
3db 0°
$\frac{S_0}{\sqrt{2}} \sin \omega t$
$\frac{S_0}{\sqrt{2}} \sin \omega t$
MIXER
$V_0 \sin \varphi$
$S_2 \sin(\omega t + \varphi)$
L2
$S_0 \sin(\omega t + \varphi)$
3 db 90°
$\frac{S_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \varphi)$
$\frac{S_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \varphi + \pi/2)$
MIXER
$V_0 \cos \varphi$

FIG V.7

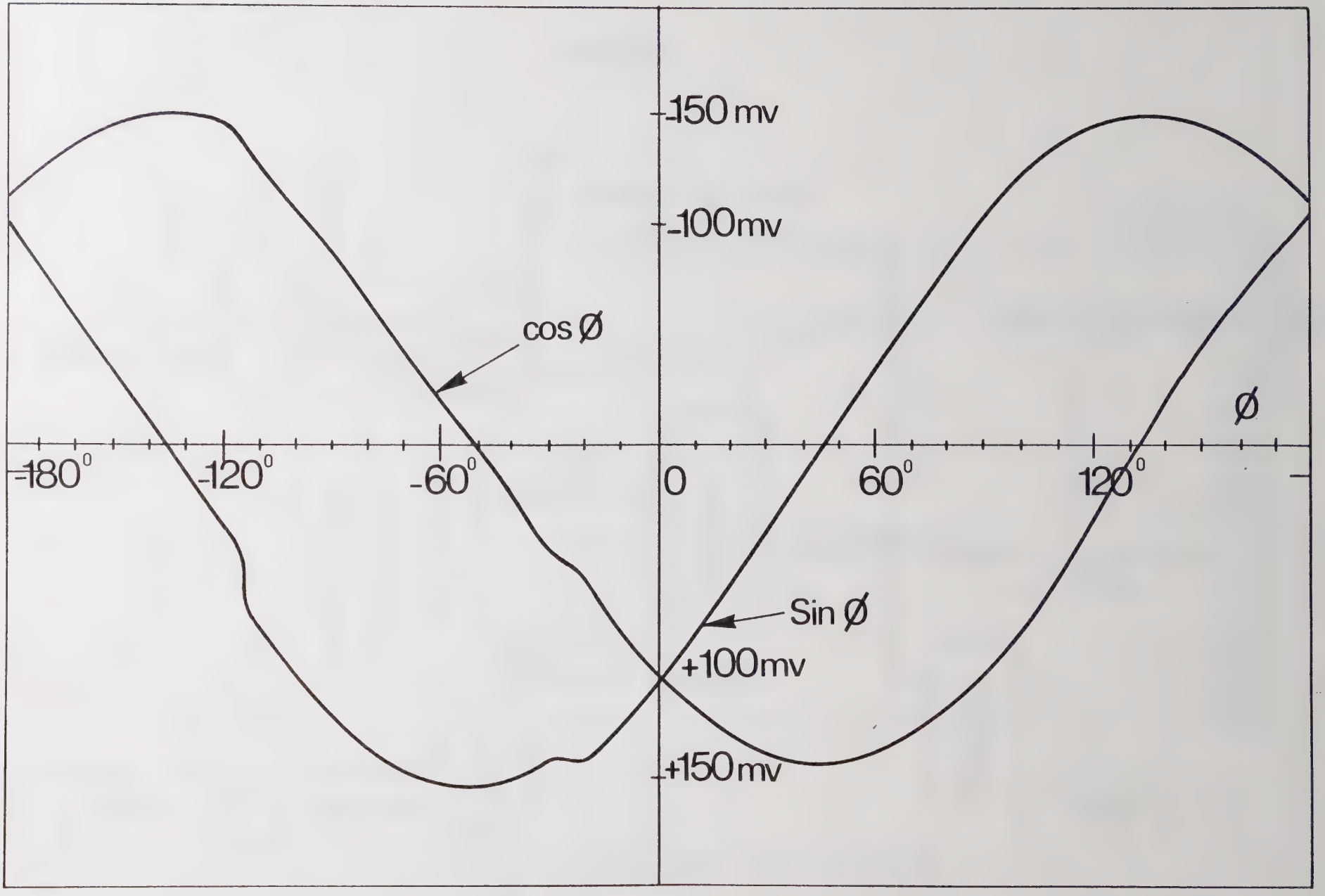



FIG V 8

Le phasemètre, quant à lui, mesure les différences de phase entre deux signaux au moyen de circuits analogiques. Les deux signaux sont tout d'abord ramenés à un niveau constant par l'intermédiaire de deux limiteurs L1 et L2. Ces limiteurs ont une dynamique de 60 db. Ce sont en fait des amplificateurs logarithmiques. Le signal de sortie varie de 1 db pour un signal incident compris entre 1mVet 1 Volt. Les deux signaux une fois limités sont divisés en deux par des coupleurs 3 db. L'une des deux voies sort deux signaux en phase, l'autre deux signaux en quadrature. Ces quatre signaux sont ensuite mélangés pour obtenir le sinus et le cosinus de la phase (cf. schéma figure V.7). La valeur des signaux de sortie en fonction de la phase est montrée figure V.8. Un tel phasemètre permet des mesures relatives à environ 5° près. Le second avantage est d'avoir une détermination de la phase entre 0° et 360°.

### V.2.3 - Diffusion $CO_2$

Afin de mesurer le champ électrique à l'intérieur même du plasma, on a utilisé une technique de diffusion. Le plasma est éclairé à l'aide d'un faisceau laser $CO_2$ [12] continu et l'on analyse la diffusion vers l'avant de la lumière du laser par les fluctuations de densité électronique associées à l'onde électromagnétique. Le principe de la mesure est le suivant.

Soit un ensemble de N particules dans un volume V. Chaque particule i est animée d'une vitesse $V_i(t)$, dépendante du temps. Cette vitesse est la somme vectorielle de la vitesse thermique et éventuellement d'une composante de vitesse associée au mouvement cohérent des particules soumises à l'action d'une onde électromagnétique. Nous supposons de plus que la longueur d'onde associée à l'onde électromagnétique $\lambda_M$ est beaucoup plus grande que la longueur de Debye. $\lambda_{De}$ . Dans ces conditions la densité des particules peut s'écrire :

$$n(r,t) = n_0(r) + \tilde{n}_e(r,t) \qquad (V.4)$$

$n_0(r)$ représente la densité moyenne des particules. Comme on a supposé $\lambda_{De}/\lambda_M \ll 1$ $n_0(r)$ peut être prise constant indépendant du temps. En effet, les fluctuations de densité thermiques ont une longueur d'onde caractéristique plus courte que la longueur de Debye, qui représente l'échelle pour laquelle le plasma est macroscopiquement neutre. Si l'on éclaire le plasma à l'aide d'une onde électromagnétique de longueur $\lambda_i$ , on va obtenir un couplage à 3 ondes. Les électrons qui constituent des petits dipoles rayonnent. Sous l'action du faisceau laser leur vitesse est modifiée par un terme :

$$\tilde{\vec{v}}(t) = \frac{e}{m\omega_i}\,\vec{E_i}\,\exp\left[-i(\omega_i t - \vec{k}_i.\vec{r})\right] \qquad (V.5)$$

où $E_i$, $\omega_i$, $k_i$ sont respectivement le champ électrique, la pulsation et le vecteur d'onde du rayonnement laser.

Le courant macroscopique associé est :

$$\tilde{\vec{j}} = \left[n_o(r) + \tilde{n}_e(r,t)\right] e\,\tilde{\vec{v}}(t) \qquad (V6)$$

La relation V.6 montre le terme de couplage $\tilde{n}_e\,\tilde{\vec{v}}$ qui donne naissance à une onde diffusée de pulsation $\omega_r = \omega_i + \omega_d$ et de vecteur d'onde $\vec{k}_r = \vec{k}_i + \vec{k}_d$ où $\omega_d$ et $\vec{k}_d$ sont la pulsation et le vecteur d'onde du champ électromagnétique à étudier. Si $|k_d| \ll |k_i|$ et $\omega_d \ll \omega_i$ le rayonnement diffusé fait un angle $\theta$ avec le faisceau incident donné par

$$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{k_d}{2k_i}$$

Dans le cas du laser $CO_2$, $k_i = 5.93\ 10^3\ cm^{-1}$. Pour un angle d'observation typique de $2.10^{-3}$ rd, la valeur du nombre d'onde $k_D$ est $k_D \simeq 12\ cm^{-1}$. Le dispositif expérimental FREMIR monté sur T.F.R. permet de mesurer des nombres d'ondes compris entre 7 $cm^{-1}$ et 15 $cm^{-1}$. On peut donc espérer par ce dispositif mesurer l'onde lente, car son nombre d'onde peut atteindre ces valeurs (cf. chapitre III).

## V.3 - Analyse expérimentale de la propagation

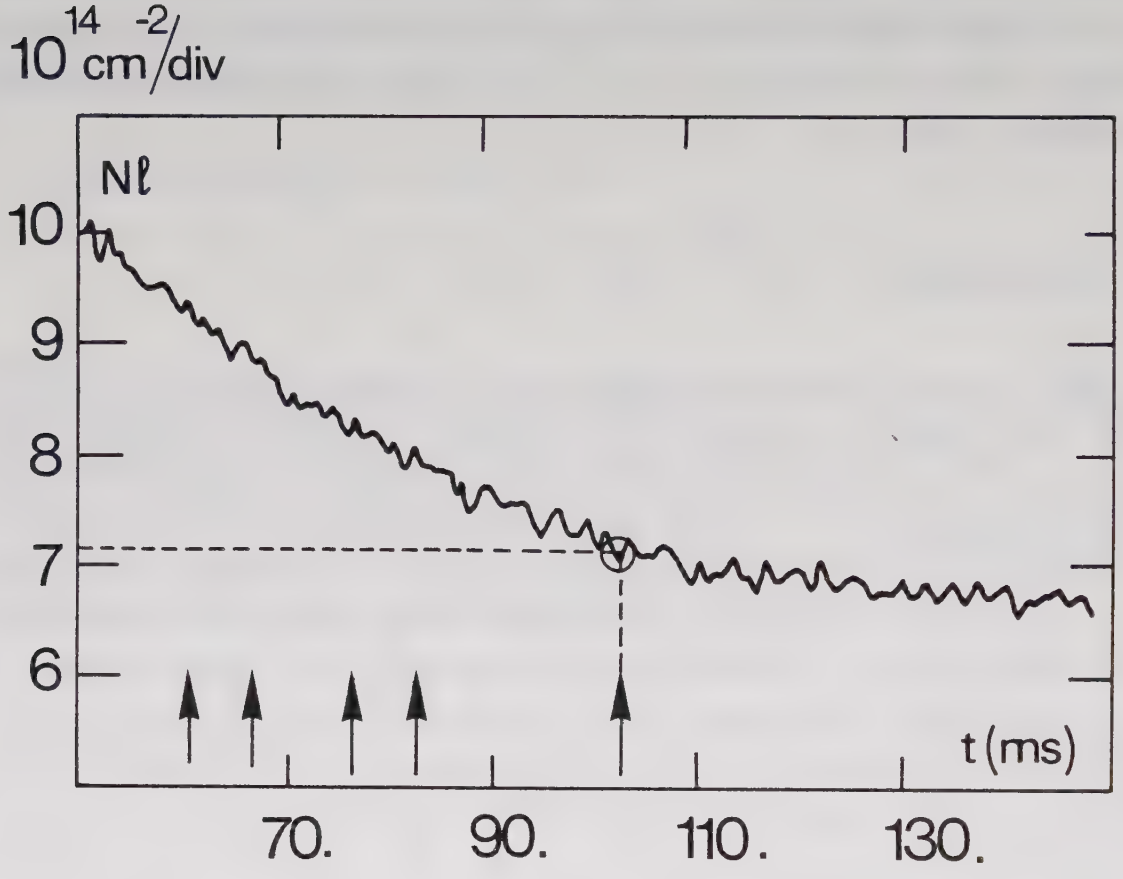
Nous allons détailler maintenant des expériences de propagation qui ont été effectuées sur T.F.R. à faible puissance ($P \lesssim 100$ Watts). L'antenne utilisée est celle montrée sur la figure (V.4). La structure d'excitation est donc située du côté extérieur du tore. Elle est située dans le queusot 6. Une boucle magnétique permet de mesurer le courant qui circule dans l'antenne et sert de référence de phase. Une seconde boucle magnétique, comme celle montrée figure V.7, mesure le champ magnétique de l'onde à un queusot de distance ($\sim$ 1 mètre dans la direction toroïdale). Cette sonde est également située sur l'extérieur du tore.

Différentes conditions de plasma ont été étudiées. En particulier la composition isotopique et le champ magnétique ont été changés. Essentiellement nous nous attacherons à décrire des expériences à faible densité en hydrogène pur, pour un champ magnétique de 4,0 T ainsi que des expériences réalisées avec des rapports hydrogène/deutérium de $5.10^{-2}$ et 0,2 pour des champs magnétiques variant entre 3 T et 5 T.

V.3.1 - Hydrogène pur

Dans ces expériences en hydrogène pur, la densité varie entre $4.10^{13}cm^{-3}$ et $1,2.10^{13}cm^{-3}$ pendant le pulse HF. Les figures V.9, 10 et 11 montrent l'évolution du signal reçu sur la sonde en fonction du temps. Sur chaque figure nous avons reporté également la variation de densité correspondante. Les signaux de sonde montrent une succession de résonances et d'anti-résonances qui se succèdent pour des valeurs bien définies de densité. Cette succession de résonances et d'anti-résonances est caractéristique de l'existence des modes toroïdaux. Ceci permet de bien mettre en évidence la très faible absorption de l'onde rapide pour un plasma d'hydrogène pur. On peut remarquer que les trois conditions de densité se recoupent autour de $N1 = 7.10^{14}cm^{-2}$. Pour cette valeur de densité, on trouve bien un mode qui existe sur les trois oscillogrammes. Nous avons montré au chapitre précédent que la succession des modes résonants correspond à la quantification du nombre d'onde toroïdal. On peut donc espérer, à l'aide de mesures de phase entre l'antenne et la sonde confirmer ce résultat. Nous avons effectué ces mesures de phase. La figure V.12 montre l'évolution de la phase quand la densité varie entre $2,6.10^{13}cm^{-3}$ et $10^{13}cm^{-3}$ (cas de la figure V.11). On constate que la phase varie extrêmement rapidement avec la densité. La différence de phase entre deux pics successifs n'est pas de 45° comme on pourrait s'y attendre si un seul mode se propageait. Elle est plutôt de l'ordre de 200°. L'évolution de la phase permet donc de conclure que le schéma simple qui consiste à ne prendre pour un mode donné qu'une seule onde ne permet pas de rendre compte de l'expérience [13] . Il en est de même si l'on suppose un régime d'onde stationnaire composé par deux ondes ayant des vecteurs d'onde égaux mais de signe opposé dans la direction du champ magnétique.

Deux interprétations restent toutefois possibles. Adam et Jacquinot [14] ont montré que, en présence d'une composante de champ magnétique poloïdal, il n'y avait plus symétrie des relations de dispersion pour des valeurs de $k_z$



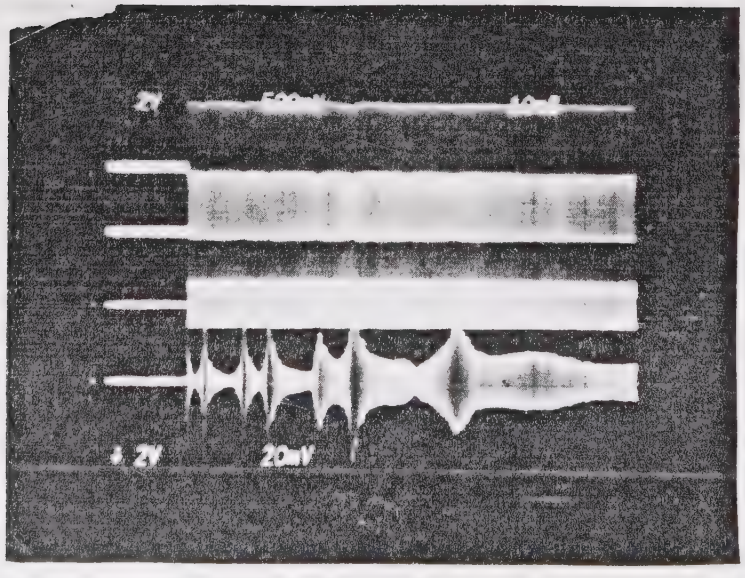
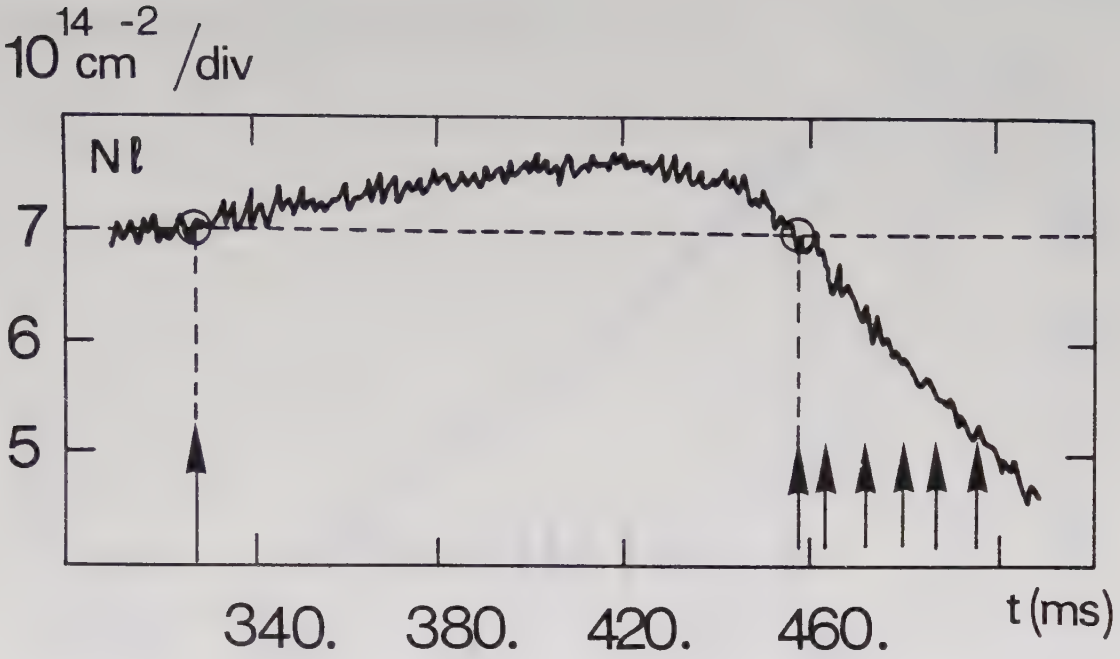



FIG V 9



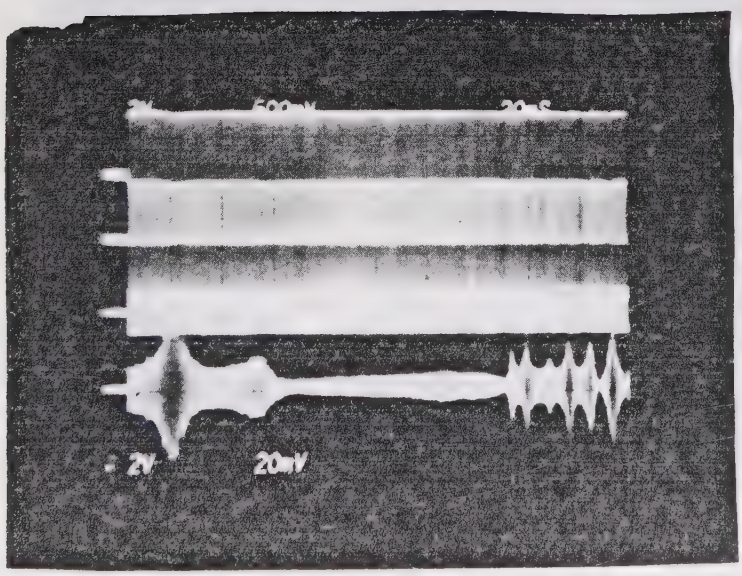
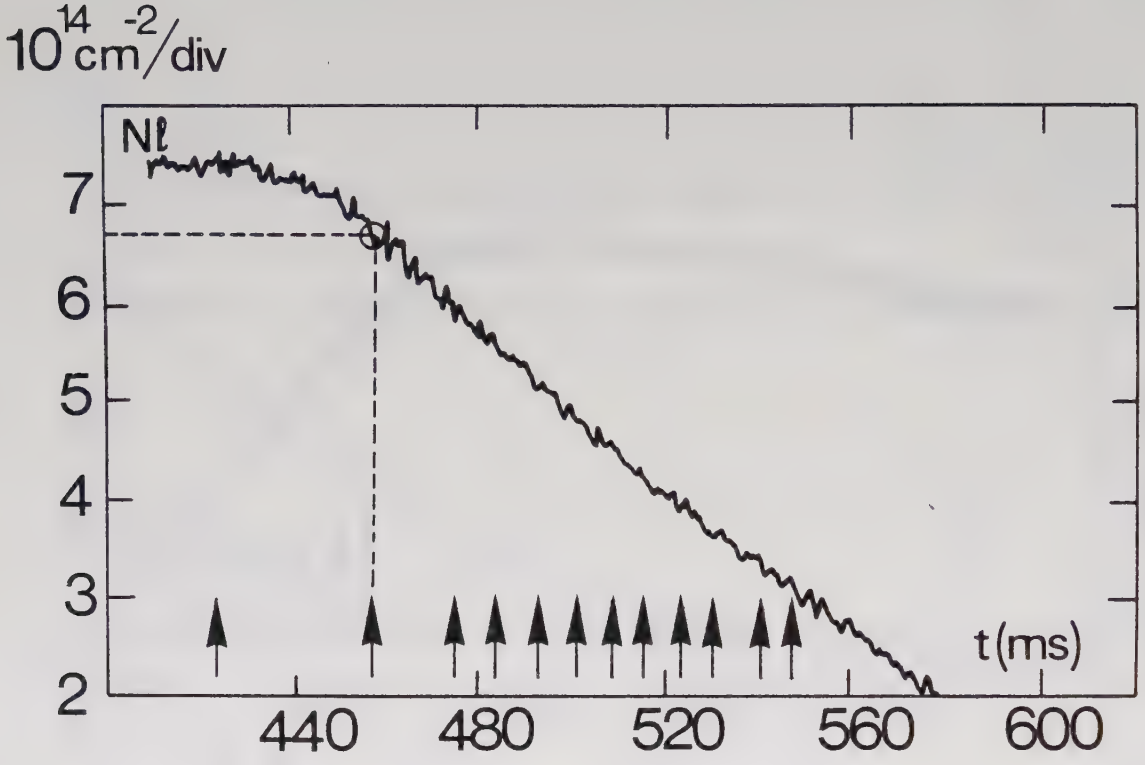




FIG V. 10



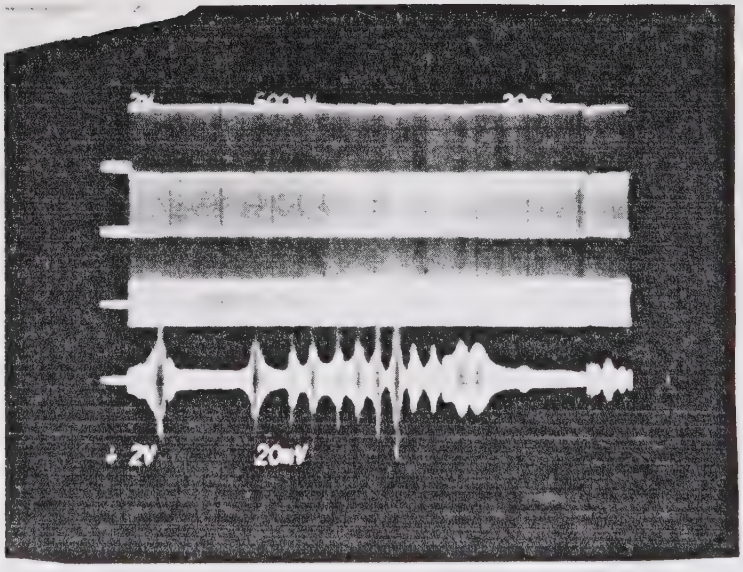




FIG V.11

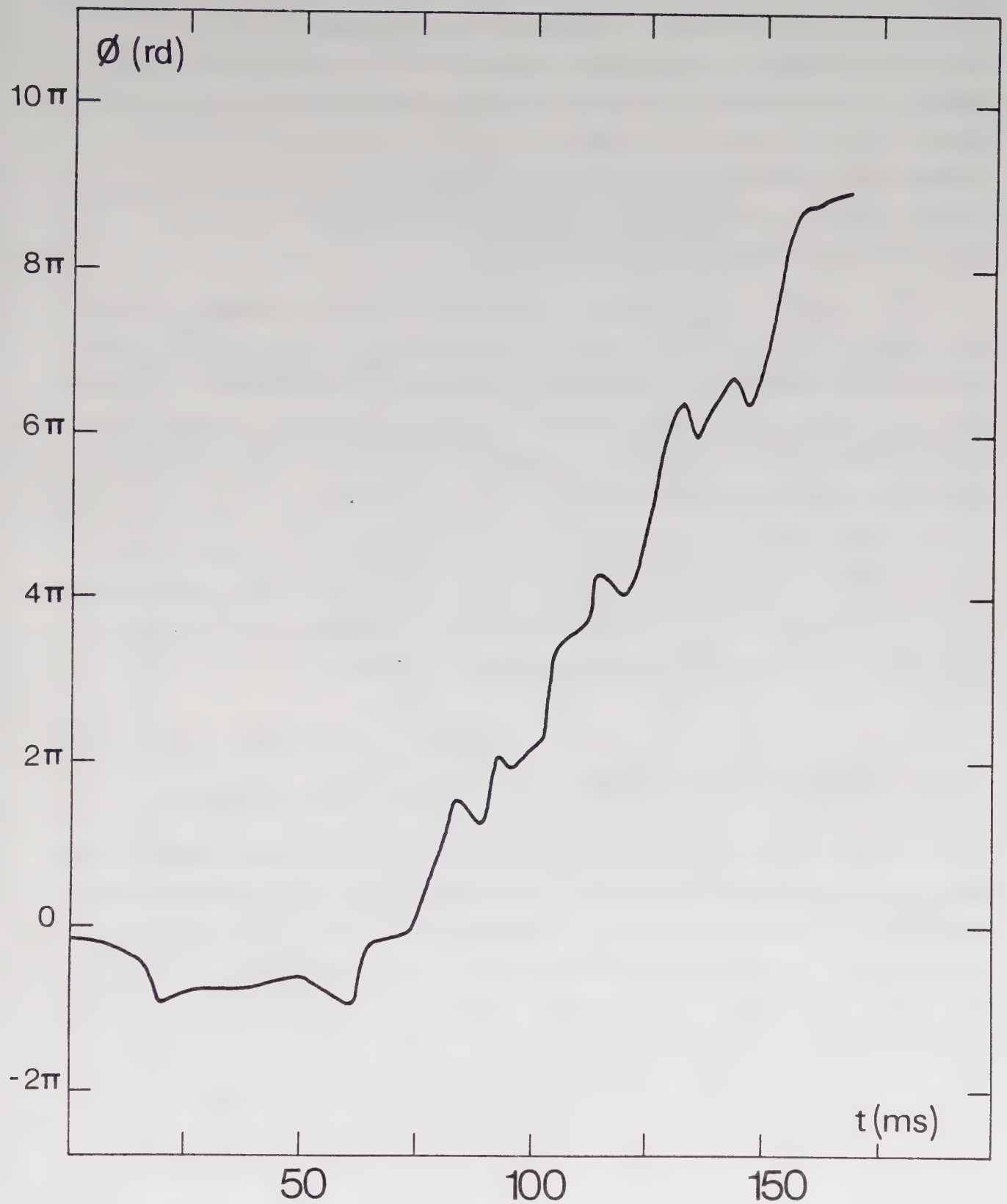



FIG V. 12

opposées. Autrement dit, le champ poloïdal lève l'incertitude sur le signe de $k_z$. L'écart entre les deux courbes de dispersion est typiquement $\Delta k \sim 0.4\ m^{-1}$. Dans cette hypothèse, les variations de phases que l'on attend peuvent être beaucoup plus importante. La seconde hypothèse est similaire. Pour une densité donnée, il peut exister simultanément différentes solutions possibles de l'équation de dispersion correspondant par exemple à différentes longueurs d'ondes radiales. La superposition de ces différents modes peut également conduire à des variations de phase importantes.

Il ressort de cette étude de la phase qu'il est extrêmement difficile, voire même impossible, de reconstruire expérimentalement les relations de dispersion des différents modes propres de la cavité. L'information que l'on peut tirer est essentiellement qualitative et concerne la longueur d'atténuation. Mais ces expériences en hydrogène pur permettent de bien mettre en évidence la difficulté qui existe pour chauffer un plasma au fondamental de son espèce majoritaire. L'onde est très peu absorbée. La puissance réactive à l'intérieur du tore est importante. De plus un générateur de puissance n'accepterait pas de voir de brusques variations de couplage, dues à la succession des résonnances et des anti-résonances. Cela pourrait conduire à des claquages sur la ligne d'alimentation, ou à la détérioration du générateur lui-même.

### V.3.2 - Mélange hydrogène-deutérium

Nous allons nous intéresser maintenant au cas d'un plasma composé d'un mélange de deutérium et d'hydrogène. Une première série d'expériences a été effectuée pour une concentration d'hydrogène faible ($n_H/n_D \lesssim 0.05$). Durant l'impulsion HF, la densité électronique variait typiquement entre $7.10^{13} cm^{-3}$ et $10^{14} cm^{-3}$ (cf. figure V.13). Le champ magnétique a été changé de choc en choc entre 3 T et 5 T. L'évolution des signaux de sondes au cours du temps est montrée sur la figure (V.14). Pour les variations de champ magnétique considérées, la position de la résonance cyclotronique de l'hydrogène change entreR = 75 cm et R = 124 cm. On explore donc tout le plasma (rappelons que le grand rayon de T.F.R. est $R_o$ = 98 cm et le petit rayon du plasma 19 cm).

Pour un champ magnétique de 50 KG, le signal de sonde montre clairement une succession de pics correspondant aux modes toroïdaux. Comme la densité électronique est plus élevée que dans les expériences en hydrogène pur on constate un plus grand nombre de résonance, correspondant à un plus grand nombre de

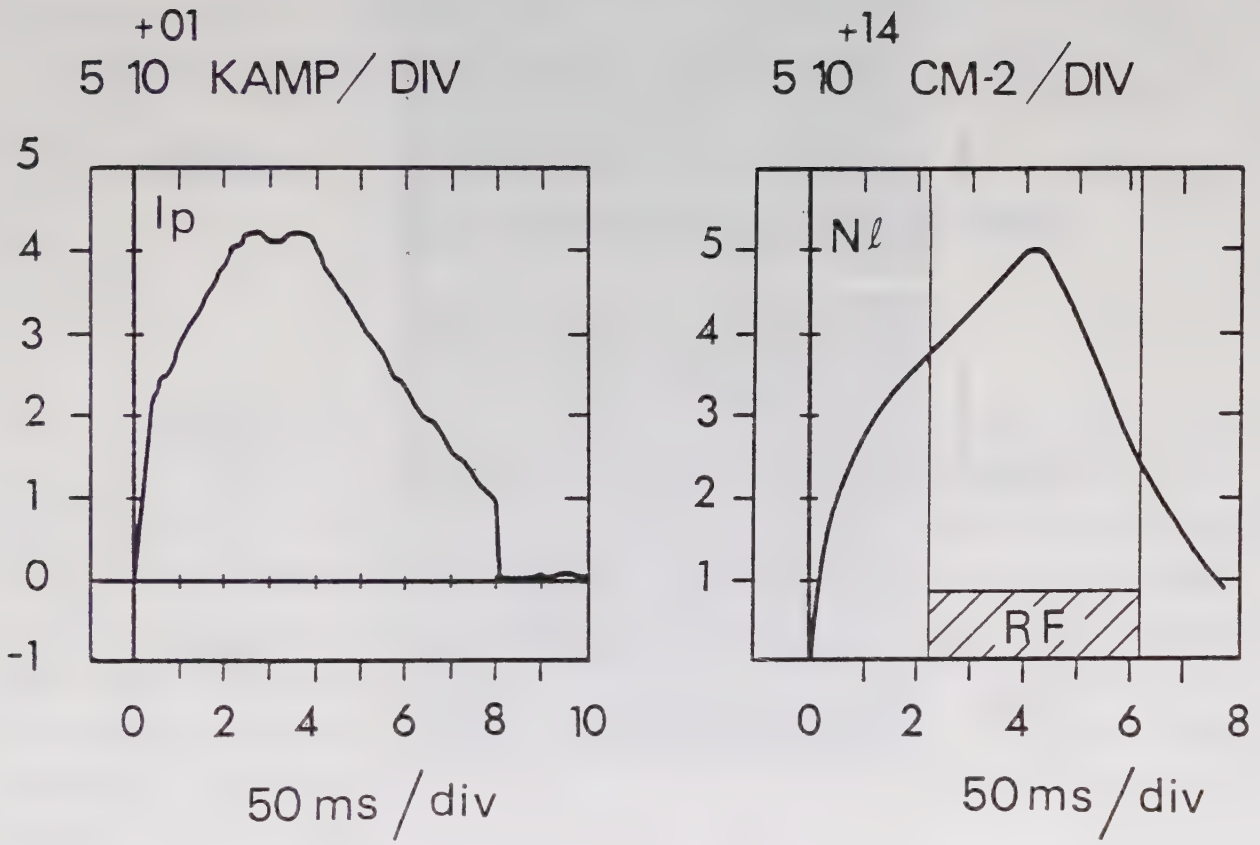

+01
5 10 KAMP/ DIV
5
4
3
2
1
0
-1
Ip
0 2 4 6 8 10
50 ms / div
+14
5 10 CM-2 /DIV
5
4
3
2
1
Nℓ
RF
0 2 4 6 8
50 ms / div

FIG.V.13

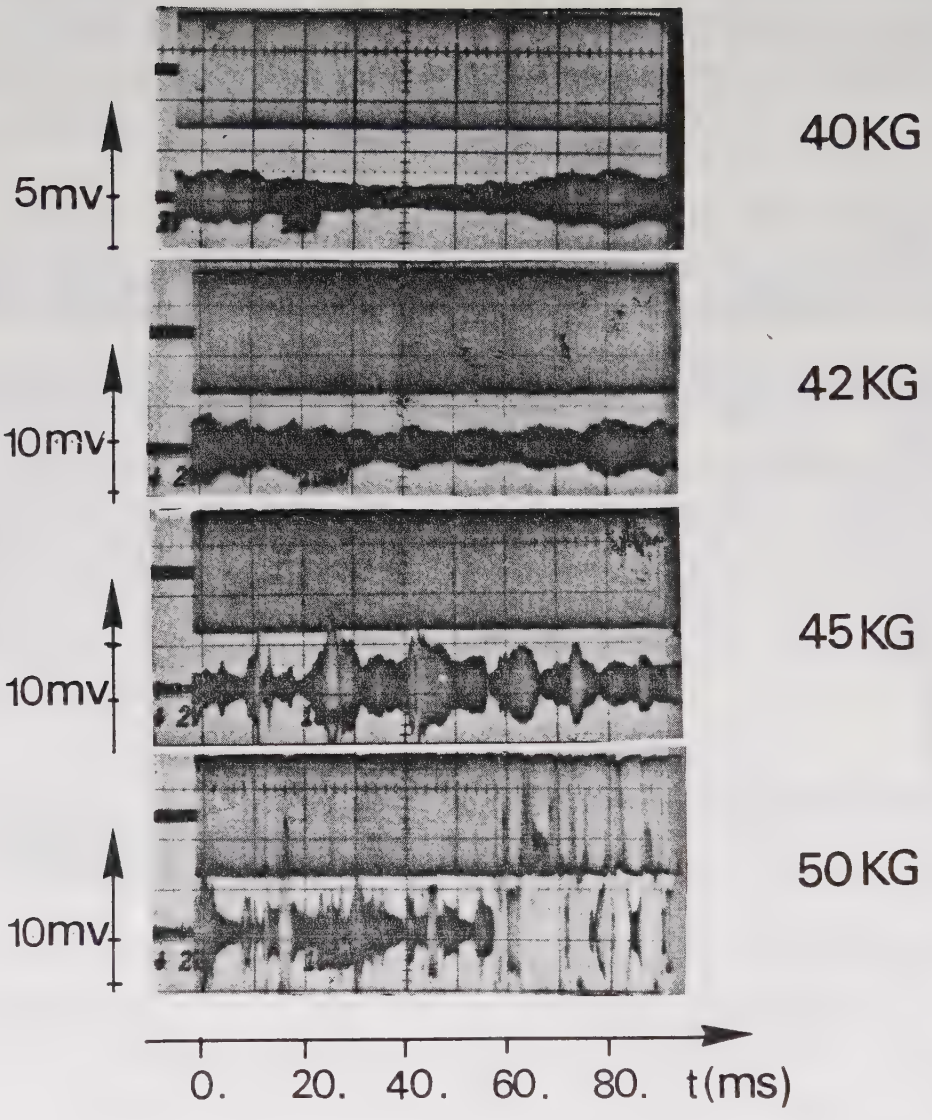



FIG.V.14

modes possibles. Au fur et à mesure que le champ magnétique décroît, ces modes s'amortissent et le signal sur la sonde devient de plus en plus plat, et de plus en plus faible. Le signal est minimum pour un champ magnétique de 4 T, et ne représente plus aucune modulation avec le temps. Les modes toroïdaux ont disparu.

Nous avons reporté sur la figure V.15 l'amplitude maximum reçue par la sonde pour les différents champs magnétiques étudiés. Cette courbe présente un minimum très net pour un champ magnétique de 4 T qui correspond à une zone d'absorption centrale dans le plasma. Pour ce champ magnétique, la résonance cyclotronique est localisée à un grand rayon de 99,5 cm. La résonance hybride est située à 96 cm et la coupure $R_s$ à 97 cm. Les coefficients de Budden ont alors pour valeurs :

$$R \simeq 0.56$$
$$T \simeq 0.25$$
$$P \simeq 0.19$$

La puissance absorbée à la traversée de la résonance hybride est relativement importante. Pour un champ magnétique de 4,2 T on voit apparaître une légère modulation du signal de sonde. On peut interpréter cette modulation comme la succession des différents modes radiaux. Du fait de la variation de densité la propagation se modifie en suivant les relations de dispersion des différents modes radiaux (caractérisé par le nombre de noeuds de l'onde stationnaire dans une section droite du plasma). Ceci est encore plus évident pour un champ magnétique de 4,5 T où commencent à se superposer à ces modes radiaux des modes toroïdaux de faible Q (facteur de surtension de la cavité).

Considérons maintenant des expériences avec une concentration d'hydrogène plus élevée. Comme dans le cas précédent, la figure V.16 montre l'évolution au cours du temps du signal reçu sur les sondes. Nous n'avons pas représenté d'oscillogrammes pour un champ de 5,0 T ; les expériences réalisées à ce champ magnétique montrent des modes toroïdaux très résonants. Nous nous sommes intéressés plus particulièrement à des champs mangétiques compris entre 3,8 T et 4,5 T.

Une remarque s'impose à la vue des oscillogrammes. Contrairement à ce que l'on avait observé dans le cas d'une faible concentration d'hydrogène, le minimum de signal sur les sondes n'est pas obtenu pour un champ de 4,0 T, mais pour un champ de 4,5 T. Qui plus est, à 4,0 T et de manière encore plus évidente

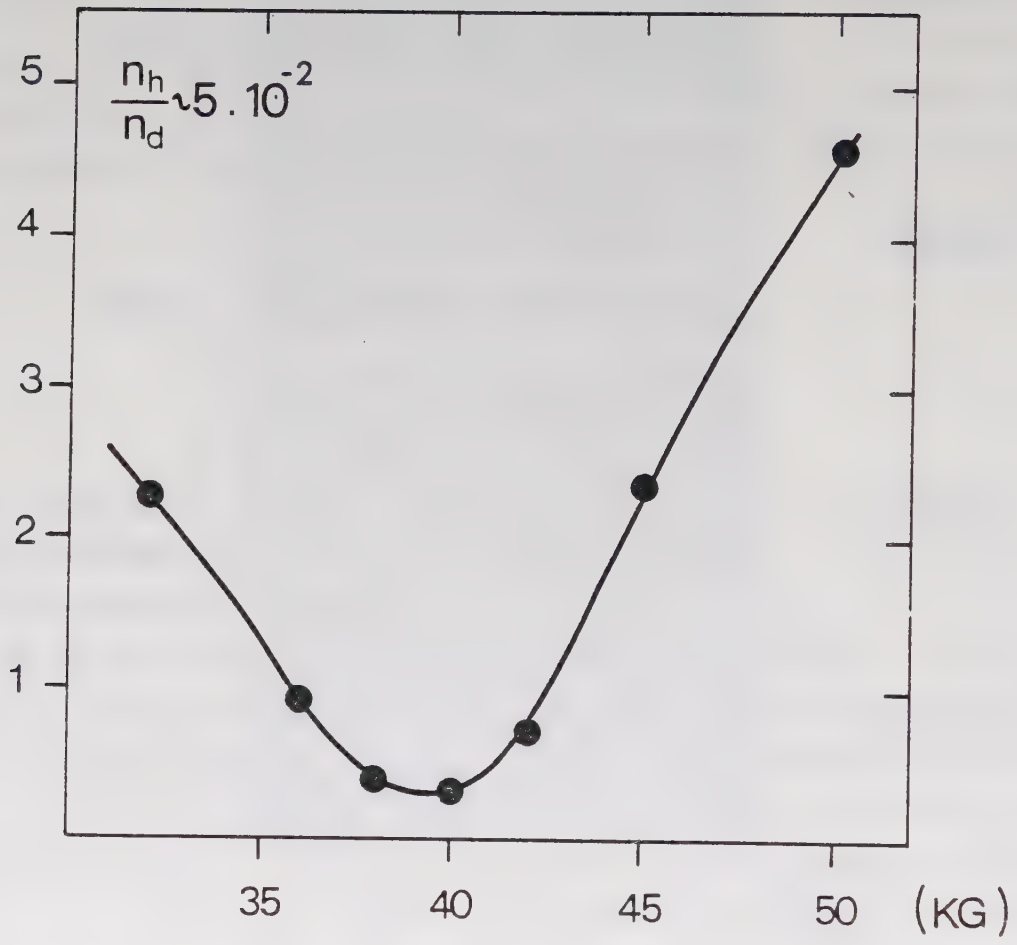



FIG.V.15

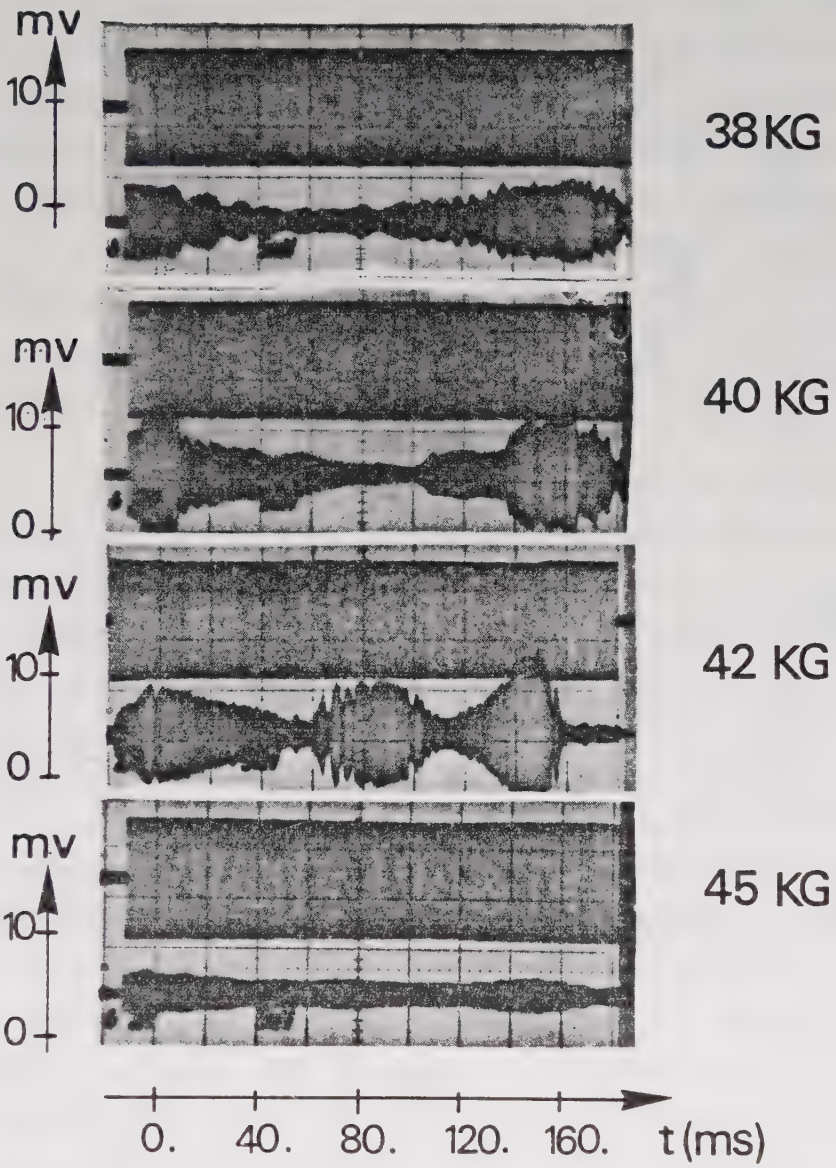

mv
10
0
38 KG
mv
10
0
40 KG
mv
10
0
42 KG
mv
10
0
45 KG
0.
40.
80.
120.
160.
t (ms)

FIG. V. 16

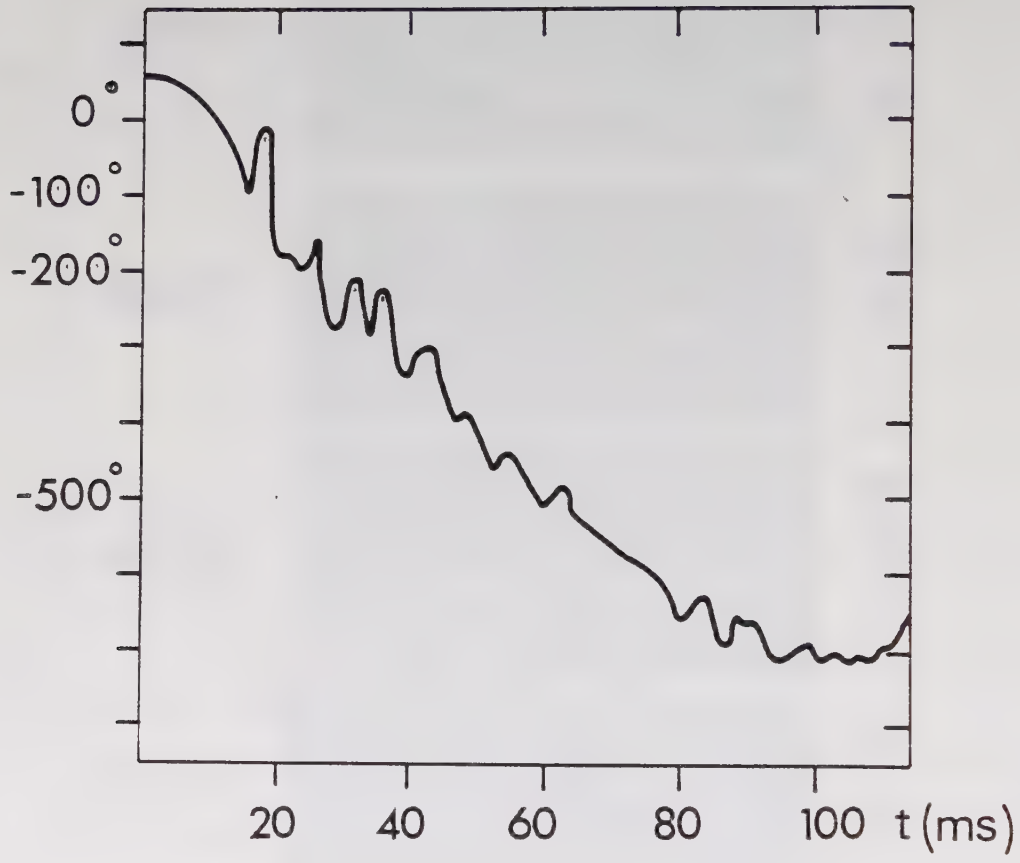



FIG. V. 17

à 4,2 T on observe des modes toroïdaux, qui se superposent à une modulation importante mais beaucoup plus lente de l'amplitude. L'analyse de la phase pour ce choc à 4,2 T montre une très nette modulation caractéristique de l'existence de modes toroïdaux (fig. V.17).

Il apparaît également sur la figure V.18, qu'un maximum partiel du signal est obtenu sur la sonde pour un champ magnétique compris entre 40 KG et 4,2 T. Ce résultat complète celui obtenu en 1976 [13] . A cette époque, en effet, des expériences avaient été réalisées sur TFR 400 pour étudier la propagation pour des fréquences proches du $1^e$ harmonique de la fréquence cyclotronique du deutérium ( $\omega = 2\ \omega_{cD}$ ). Les signaux de sondes avaient montré une très nette disymétrie de la localisation de l'absorption par rapport à la position de la résonance cyclotronique. L'absorption maximum semblait se produire de manière assez uniforme pour des champs magnétiques compris entre 38 KG et 45 KG. Ce résultat avait été interprété [15] en supposant que le plasma était contaminé avec 20 % d'hydrogène. Dans ces conditions, le mécanisme prépondérant est le couche hybride ion-ion et non plus la résonance cyclotronique. L'élément nouveau apporté ici est ce maximum partiel entre 4,0 T et 4,2 T. Son interprétation a déjà été abordée au chapitre IV. En effet nous avons assimilé la résonance hybride à un mur virtuel dans le cas d'une onde qui se propagerait depuis les champs faibles (cf. chapitre IV). On peut trouver des conditions de densité, champ magnétique et composition isotopique du plasma pour lesquelles, il va se développer entre la résonance hybride et la paroi côté faible champ une onde stationnaire très faiblement amortie. En utilisant le modèle de propagation décrit précédemment avec les paramètres des décharges étudiées, il apparaît effectivement que pour une densité supérieure à $10^{14} cm^{-3}$, la longueur d'atténuation dans la direction toroïdale est très grande (supérieure à 6 mètres) et autorise l'existence de modes toroïdaux pour lesquels la plus grande partie de la puissance est confinée du côté faible champ (fig. V.19). Le calcul montre également que le couplage antenne-plasma est très faible à 4,5 T ; ceci explique le faible niveau reçu sur les sondes. On peut comprendre aisément pourquoi le couplage est minimum à 4,5 T et maximum autour de 4,2 T.

En effet pour une densité donnée, la longueur d'onde radiale de l'onde rapide dépend peu du champ magnétique. Elle est sensiblement la même à 4,2 T et 4,5 T. Par contre la position de la résonance hybride à changer d'environ 6 cm. En se reportant à la figure V.19, on voit que, pour un champ magnétique de 4,5 T, le mur virtuel se trouverait à un ventre de champ électrique. La cavité est désaccordée. Le couplage est mauvais.

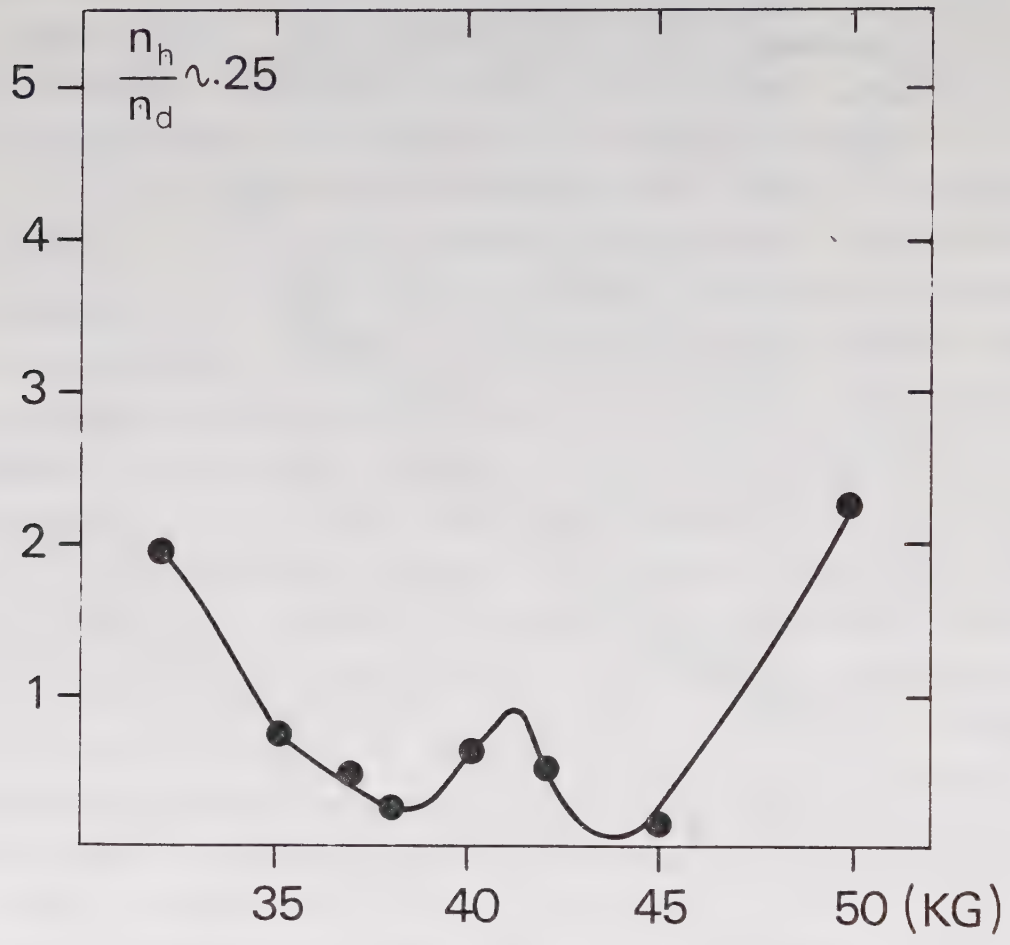



FIG. V.18

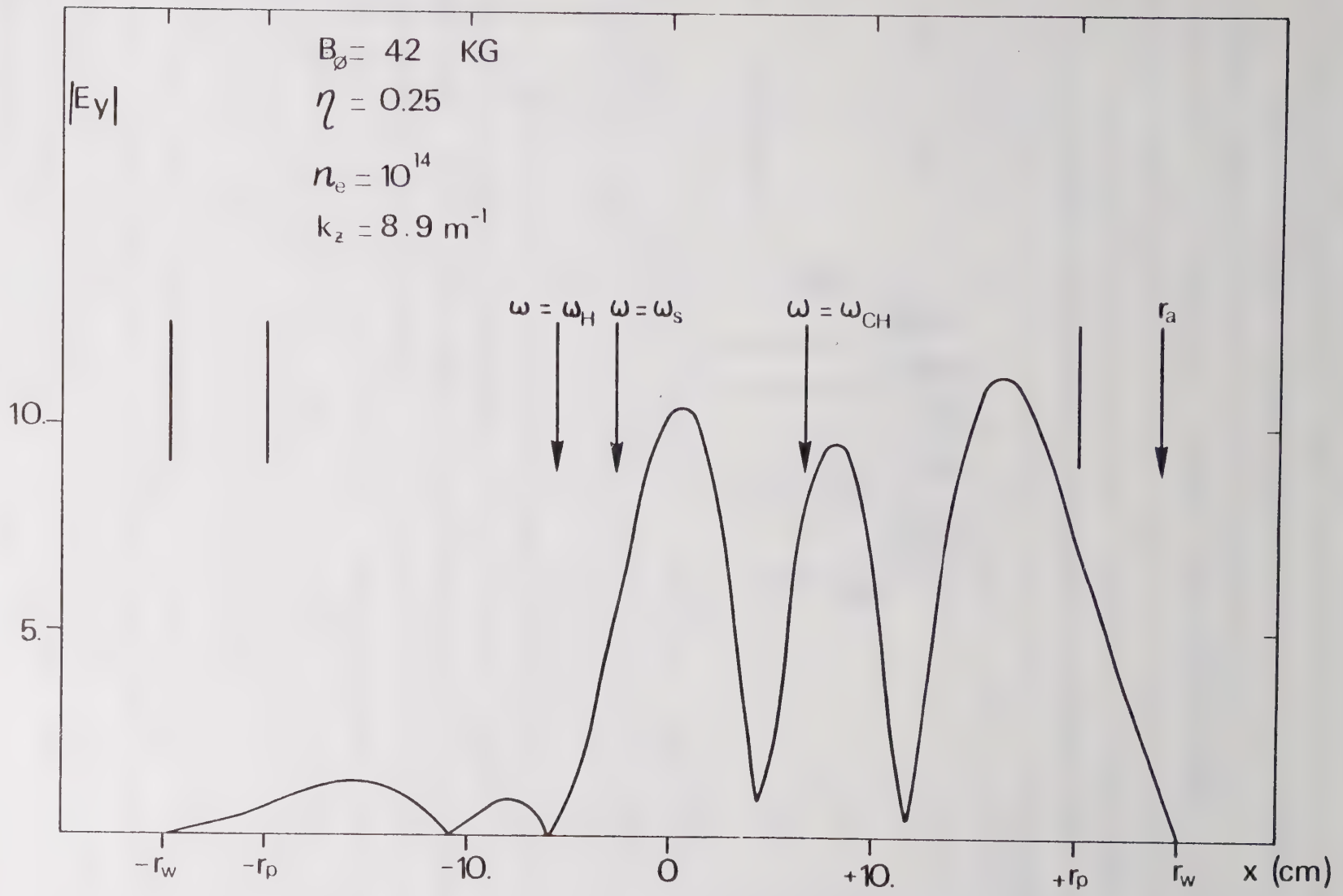

$B_\phi$= 42 KG
$|E_y|$
$\eta$ = 0.25
$n_e = 10^{14}$
$k_z = 8.9\ m^{-1}$
$\omega = \omega_H$
$\omega = \omega_s$
$\omega = \omega_{CH}$
$r_a$
10.
5.
$-r_w$
$-r_p$
-10.
0
+10.
$+r_p$
$r_w$
x (cm)

FIG.V.19

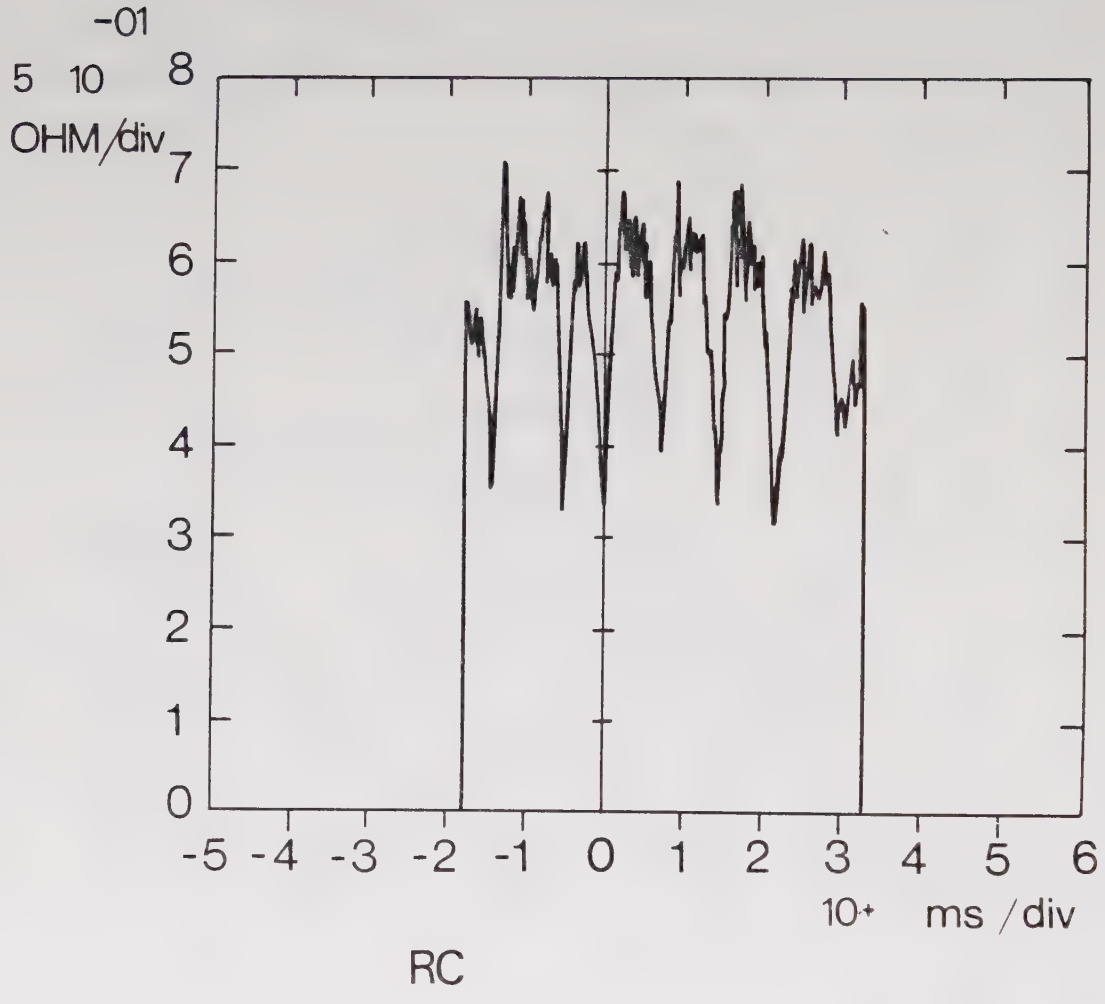



FIG. V.20

Ce résultat a été confirmé par des mesures de résistance de couplage réalisée avec l'antenne large (fig. V.5). La concentration d'hydrogène dans ces expériences était d'environ 22 % mais la densité électronique plus élevée ($n_{e_o} \sim 1{,}8.10^{14} cm^{-3}$). Pour un champ magnétique de 4,5 T, la résistance de couplage est constante au cours du temps et vaut environ 1 Ω. Pour un champ magnétique de 4,2 T, la résistance de couplage présente une succession de pics bien marqués et oscille entre 1,5 Ω et 4,5 Ω (fig. V.20). Cette modulation importante de la résistance de couplage montre que l'énergie est transférée au plasma par les modes toroïdaux et que ceux-ci ne sont pas un épiphénomène de la propagation. L'ensemble de ces résultats montre l'importance de la couche hybride dans la propagation de l'onde rapide. La cohérence entre théorie et expérience permet également d'avoir confiance dans les hypothèses qui ont été faites pour développer le modèle du chapitre IV.

## V.4 - Diffusion $CO_2$

Nous n'allons pas ici détailler l'ensemble des expériences réalisées par diffusion $CO_2$. Nous nous bornerons à exposer les résultats obtenus. Des explications complètes sont disponibles dans la référence [16] .

On sait qu'il existe dans les plasmas de Tokamak des modes naturels d'oscillations de densité électronique. Ce sont les ondes de dérive, dont l'analyse expérimentale est très importante pour la compréhension de la conductivité thermique anormale des Tokamaks [17] . Ces fluctuations de densité sont caractérisées par un spectre en fréquence et un spectre en nombre d'onde. Le spectre en fréquence $(\omega_d)$ s'étend de part et d'autre de la fréquence nulle avec une largeur typique de 500 KHz. Le spectre en nombre d'onde ($k_D$) mesuré sur T.F.R. par diffusion microonde [18] , présente essentiellement des valeurs comprises entre 5 $cm^{-1}$ et 15 $cm^{-1}$. On considère maintenant l'existence dans le plasma d'un champ électrique haute fréquence induit de l'extérieur. Cette onde est la superposition d'une onde rapide ayant deux composantes transverses au champ magnétique toroïdal ($E_x^{eM}$ et $E_y^{eM}$) et d'une onde lente de même fréquence, polarisée linéairement dans la direction x ($E_x^{es}$), de vecteur d'onde ($k_x^{es}$, $k_y^{em}$). Nous rappelons que l'on a $k_y^{em} \ll k_x^{es} \lesssim k_D$. On peut calculer les fluctuations de densité associées à ces ondes en présence des ondes de dérive de densité fluctuante $\tilde{n}_D$. On obtient, pour une valeur du k d'observation donnée ($k = k_D$)

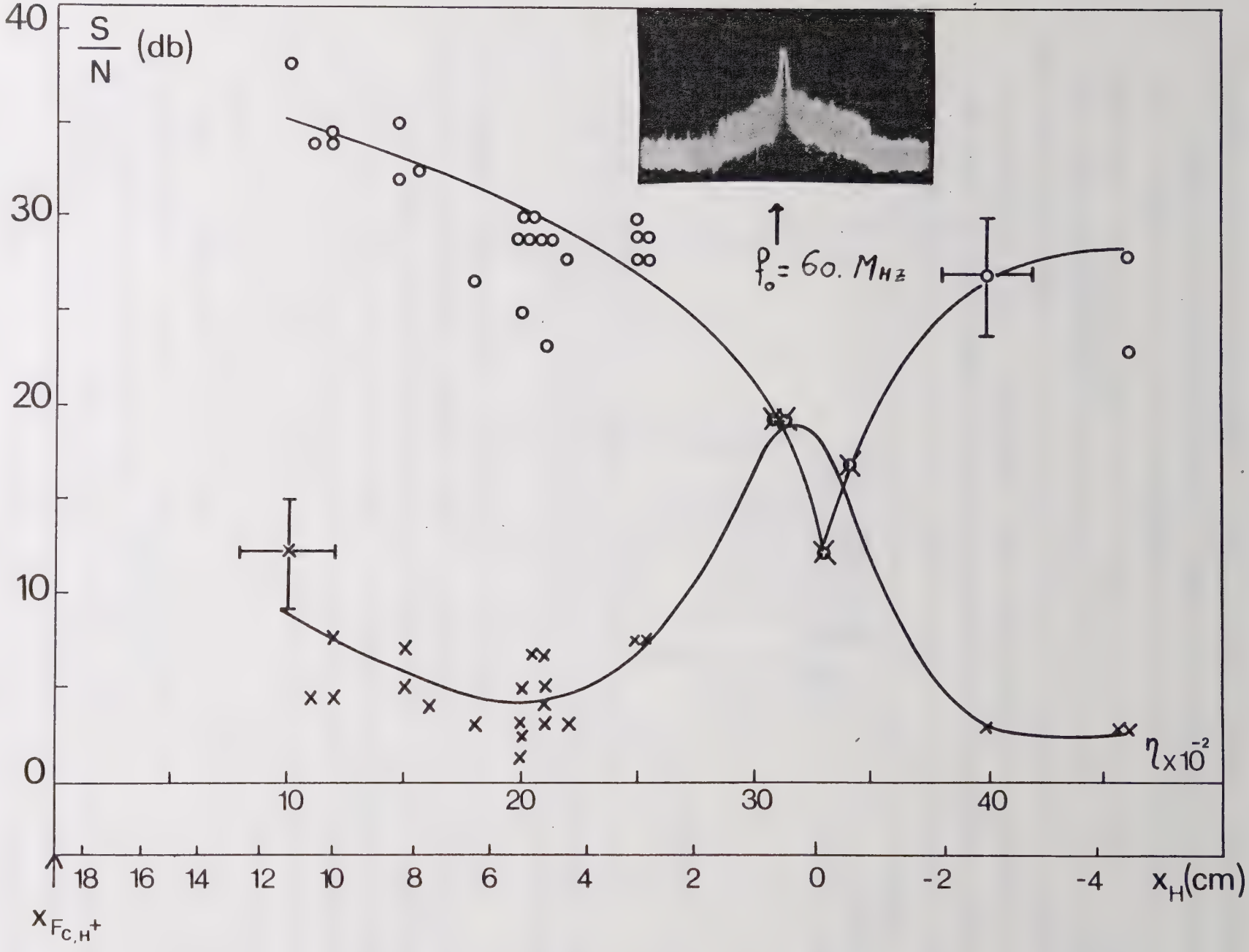

40
S/N (db)
30
20
10
0
$f_o$ = 60. MHz
$\eta_{x10^{-2}}$
10
20
30
40
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
$x_H$(cm)
$x_{F_{C,H^+}}$

FIG.V.21

$$\tilde{n}_e = \alpha \left\{ \left[ \rho_x^D E_y^{em} + \frac{d}{dx} E_y^{em} \right] \tilde{n}_D + \rho_y n_{e_o} E_x^{es} \right\} \qquad (V.7)$$

On voit apparaître dans cette relation deux termes différents. Le dernier ne dépend que de l'onde lente et de la densité électronique non perturbée $n_{e_o}$. Si dans le volume de diffusion, l'onde lente a effectivement un $k_x^{es}$ correspondant à $k_D$, elle contribue au signal détecté. Cette contribution apparaît comme fréquence pure égale à la fréquence du générateur. Par contre, le premier montre un couplage entre l'onde de dérive $n_D$ et l'onde rapide. Ce couplage conduit à un élargissement du signal autour de la fréquence du générateur mais à un niveau beaucoup plus faible que le signal associé à l'onde lente. C'est effectivement ce qui est observé (cf. figure V.21).
Le faisceau laser traverse le plasma suivant un diamètre vertical, dans le queusot d'observation où sont l'un des jeux d'antennes. Cette position géométrique permet de s'affranchir de la perte de signal de l'onde HF dans sa propagation le long du tore. Cet effet avait en effet fortement limité l'interprétation de mesures identiques faites avec un système microonde [19].

Une série d'expériences a pu être réalisée à champ magnétique fixe (4,7 T) en faisant varier la composition isotopique du plasma. Le résultat expérimental est montré sur la figure V.21. Sur celle-ci on a reporté les points correspondant à la fois à l'onde rapide (courbure en cloche inférieure) points correspondant à l'onde lente (courbe en V, supérieur). On constate que l'onde rapide ou sa dérivée est fortement amplifiée à proximité de la résonance hybride. En effet celle-ci est confondue avec le faisceau laser pour $n_H/n_D = 0.33$, point d'amplitude maximale pour le signal associé à l'onde rapide. En ce qui concerne l'onde lente, on peut faire deux remarques importantes. D'une part, la mesure montre que l'onde lente existe des deux côtés de la résonance hybride comme le prévoit la théorie qui prend en compte la transformée rotationnelle. D'autre part, l'allure en V de la courbe est parfaitement en accord avec la théorie. Sur la couche de conversion il y a transformation de l'onde rapide en onde lente mais le nombre d'onde n'est pas encore très élevé ($k_x \simeq 2$ cm$^{-1}$). Elle se propage alors à partir de cette couche et son nombre d'onde augmente. Le maximum de signal correspondant à $k_x \simeq 8$ cm$^{-1}$ se situe à plusieurs centimètres de la couche hybride (environ 10), résultat également prévu à l'aide du modèle développé au chapitre III.

## V.5 - Conclusion

L'ensemble des mesures expérimentales concernant la propagation des ondes rapides et lentes montre la bonne cohérence qui existe entre théorie et expérience. En effet les différentes méthodes expérimentales utilisées mettent en évidence chacune un aspect différent du problème mais sans arriver à la moindre contradiction. Les expériences de propagation réalisées avec les sondes magnétiques ont bien montré le rôle singulier que joue la couche hybride ion-ion. Elles ont permis de montrer également que l'approche de la propagation de l'onde rapide avec un modèle plasma froid est valide. Ce résultat nous paraît très important car utilisable pour les grandes machines (JET, TORE-S). L'expérience de diffusion $CO_2$ a permis de vérifier également l'existence de l'onde rapide et de vérifier in situ son amplification sur la couche hybride. Enfin, l'onde lente a pu être mise en évidence expérimentalement. Sa propagation est conforme aux prédictions théoriques.

Cette cohérence permet d'être confiant pour l'analyse des résultats de chauffage à l'aide de ce modèle théorique basé sur la conversion de mode.

REFERENCES

[1] Bardet R., Bernard M., Briffod G., et al., Proc. Of the 7th Conf. on Plasma Physics and Contr. Nucl. Fusion Research (Innsbruck, 1978) 2, 545.

[2] De Chambrier A., Cheetham A.D., Heym A., et al., 3rd Joint Varenna-Grenoble Int. Symp. on Heating in Toroïdal Plasmas (Grenoble, 1982) Paper B2.

[3] T.F.R. Group, Nucl. Fusion 19, 1538.

[4] Wego Group, 8th Conf. on Plasma Physics and Controlled Nucl. Fusion Research (Bruxelles, 1980) 2, 515.

[5] Suzuki N., Imai T., Fujisawa N., et al., ibid°, 2, 525.

[6] T.F.R. Group, Proc. of Int. Conf. on Plasma Physics (Nagoya 1980) V, 226.

[7] Weynanks R.R., Messiaen A.N., Leblud C., Vandenplut P.E., Proc. of the 2nd Joint Grenoble-Varenna Int. Symp. on Heating in Toroïdal Plasmas I, 487 (1980).

[8] Bathnagar V.P., Bosia G., et al., Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion, Bruxelles 1980, IAEA CN 38/D4.

[9] JFT-2 Group, 3rd Joint Varenna-Grenoble Int. Symp. on Heating in Toroïdal Plasmas, Grenoble 1982, Papier invité.

[10] Pégourié B., Thèse de 3e cycle, Université Paris VI, (1982).

[11] Grivet P., Physiques des lignes de hautes fréquences et d'ultra hautes fréquences Tome II, Masson, Paris 1969.

[12] Olivain J, Guide de la diffusion cohérente dans l'I.R. lointain, Rapport EUR-CEA-FC 1024 (1979).

[13] T.F.R. Group, Plasma Physics and Nuclear Fus. Research (Berchtesgaden 1976) 3, 39 (1977).

[14] Adam J., Jacquinot J., EUR-CEA-FC 886 (1977).

[15] Jacquinot J., McVey B.D., Scharer J.E., Phys. Rev. Lett. 39, 88 (1977).

[16] T.F.R. Group, Truc A., Gresillon D., Soumis pour publication à Nuclear Fusion.

[17] Koechlin F., Samain A., Nucl. Fusion 18, 1504, (1978).

[18] T.F.R. Group, Plasma Physics and Nucl. Fusion Research (Bruxelles, 1980) I, 425.

[19] Miallet B., EUR-CEA-FC 1048 (1980).

# CHAPITRE VI

## EXPERIENCES DE CHAUFFAGE

## EXPERIENCES DE CHAUFFAGE

Les premiers résultats de chauffage du plasma par Résonance Cyclotronique Ionique ont été obtenus sur les Tokamaks ST [1] , TM1-RF [2] et TO1 [3] . Malgré des effets de chauffage certains, ces résultats montraient également que cette méthode pouvait conduire à des perturbations importantes du confinement (augmentation de la densité électronique, de la tension par tour et du contenu en impureté). Dans ces expériences, l'énergie couplée au plasma était limitée à quelques centaines de Joules.

Ces effets néfastes ne sont pas en fait intrinsèquement liés à la méthode de chauffage, mais devraient être attribués au faible confinement caractéristique de ces premiers Tokamaks. Ceci a été montré dans les expériences suivantes ATC [4] où 1 KJ de chauffage additionnel a pu être couplé au plasma, PLT [5] et DIVA [6] ainsi que sur TFR.

Sur cette dernière expérience, il a été possible de coupler une puissance de l'ordre de 2 MW pendant 20 ms (soit environ 4 fois la puissance ohmique du plasma). Les résultats ne montrent pas une détérioration catastrophique du confinement. La figure VI.1 montre en effet l'accroissement de température obtenu sur les ions et sur les électrons en fonction de la puissance couplée au plasma. On constate que l'augmentation de température ionique est linéaire avec la puissance et ne montre pas de saturation. L'efficacité du chauffage est d'environ 0.5 ev/KW pour une densité moyenne du plasma de $10^{20}$ particules par mètre cube. Le chauffage électronique lui semble montrer une tendance à la saturation mais la température électronique croît néanmoins de 600 ev pour une puissance de 2 MWatts.

Nous allons analyser les résultats expérimentaux de chauffage obtenus sur TFR. Nous nous intéresserons tout d'abord à la physique du chauffage en montrant l'influence de la composition isotopique du plasma sur la localisation du chauffage et sur son efficacité. Nous montrerons en particulier comment on peut déterminer la manière dont l'onde HF est absorbée par les différentes espèces (protons, deutons et électrons). Dans un deuxième temps nous essaierons de faire un bilan énergétique du chauffage en régime minoritaire et en régime de conversion de mode. Enfin, nous étudierons les décharges pendant lesquelles une puissance de 1.3 MWatts a été transférée au plasma de manière reproductible.

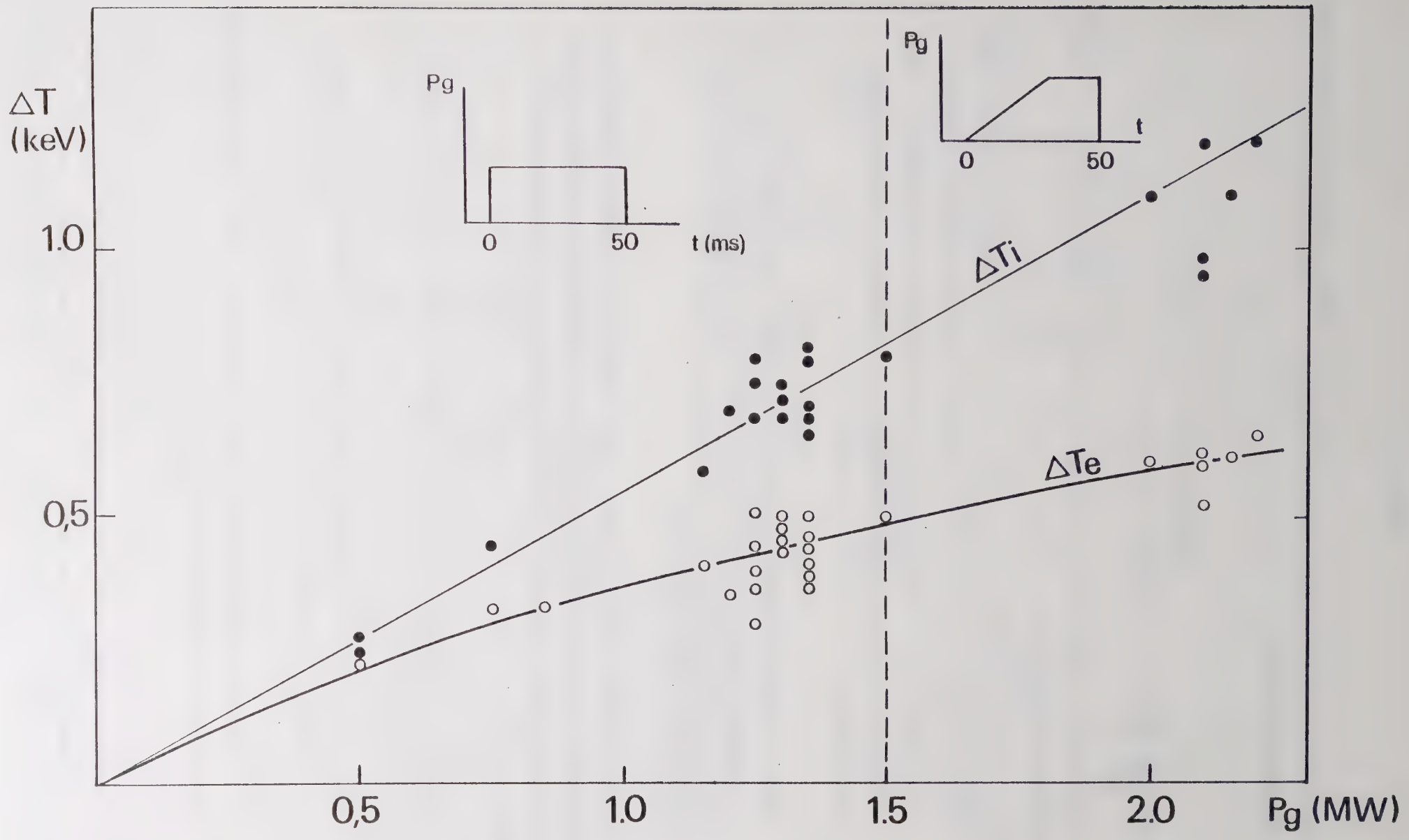



Fig VI.1.

Cette étude nous permettra de mettre en évidence les effets nocifs qui apparaissent et qu'il faut maîtriser.

## VI.1 - Effet de $n_H/n_D$

L'analyse de l'équation de dispersion faite au chapitre III nous a conduit aux conclusions suivantes :

- dans le cas d'un plasma contenant une faible minorité d'hydrogène pour une population majoritaire de deutérium, le mécanisme d'absorption prépondérant est l'amortissement cyclotronique sur les protons. Cette absorption est localisée à proximité de la résonance cyclotronique des protons

- pour un plasma contenant une plus forte proportion d'hydrogène, l'absorption Landau sur les électrons commence à devenir importante. De plus, du fait de l'augmentation de $k_{//}$ , l'absorption cyclotronique sur les protons se délocalise.

Afin de vérifier ces assertions, nous avons fait une série d'expériences pour différentes valeurs de champ magnétique et différentes compositions isotopiques du plasma. Nous utilisons les données fournies par trois diagnostics différents :

- le flux neutronique qui mesure la température des deutons au centre de la décharge ;

- le rayonnement à la fréquence cyclotronique électronique qui mesure la température électronique ;

- le flux de particules perdues dans les miroirs locaux. Nous préciserons plus loin ce dernier diagnostic.

La figure VI.2 montre l'évolution temporelle du flux neutronique dans 3 conditions expérimentales, pour une puissance HF identique ($\sim$ 200 KW, pendant 40 ms). Une augmentation importante du flux est observée quand la couche hybride est située au voisinage de l'axe du plasma. Cette augmentation est obtenue aussi

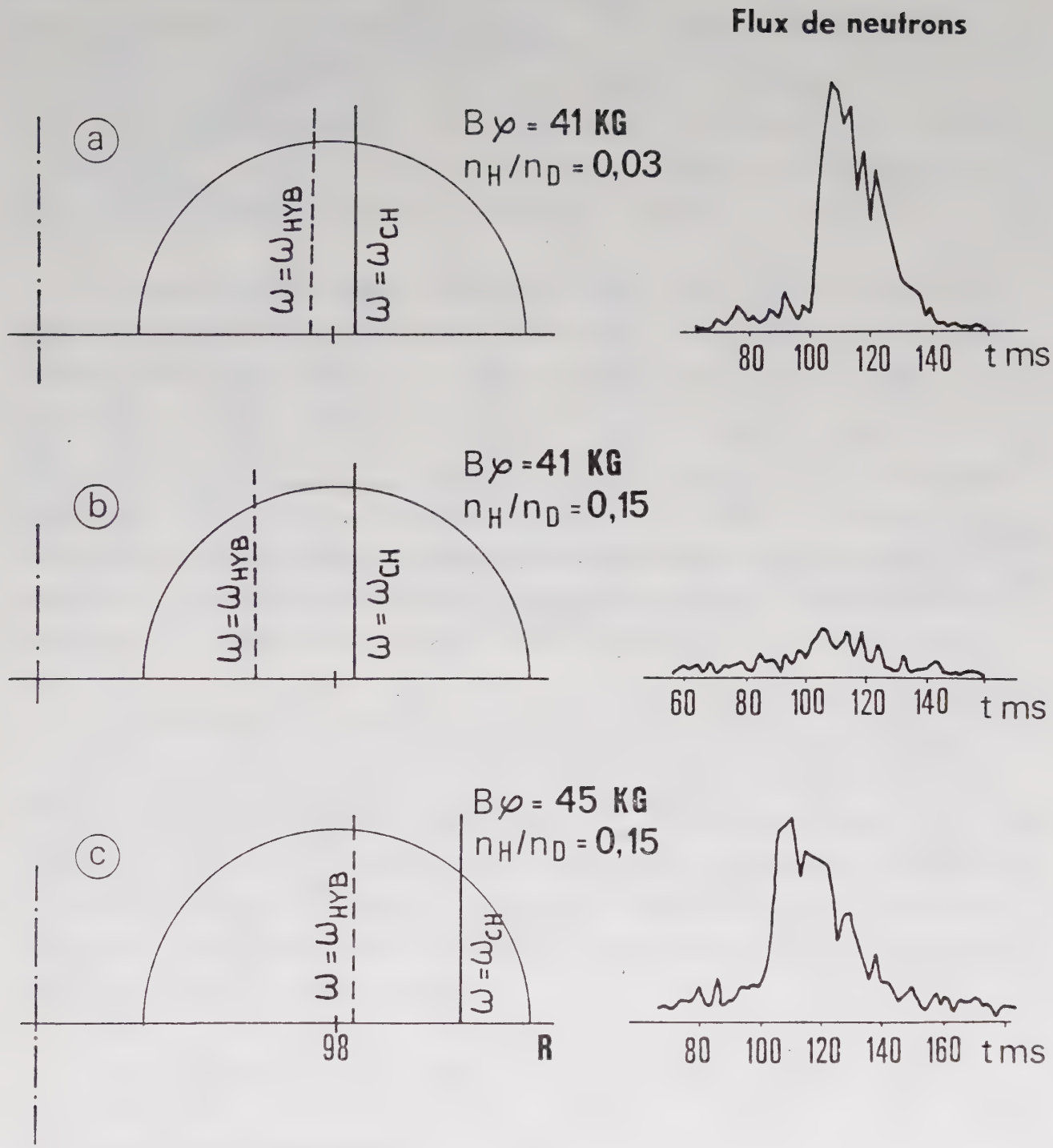

Flux de neutrons
a
Bφ = 41 KG
$n_H/n_D$ = 0,03
$\omega=\omega_{HYB}$
$\omega=\omega_{CH}$
80 100 120 140 t ms
b
Bφ = 41 KG
$n_H/n_D$ = 0,15
$\omega=\omega_{HYB}$
$\omega=\omega_{CH}$
60 80 100 120 140 t ms
c
Bφ = 45 KG
$n_H/n_D$ = 0,15
$\omega=\omega_{HYB}$
$\omega=\omega_{CH}$
98
R
80 100 120 140 160 t ms

FIG. VI. 2

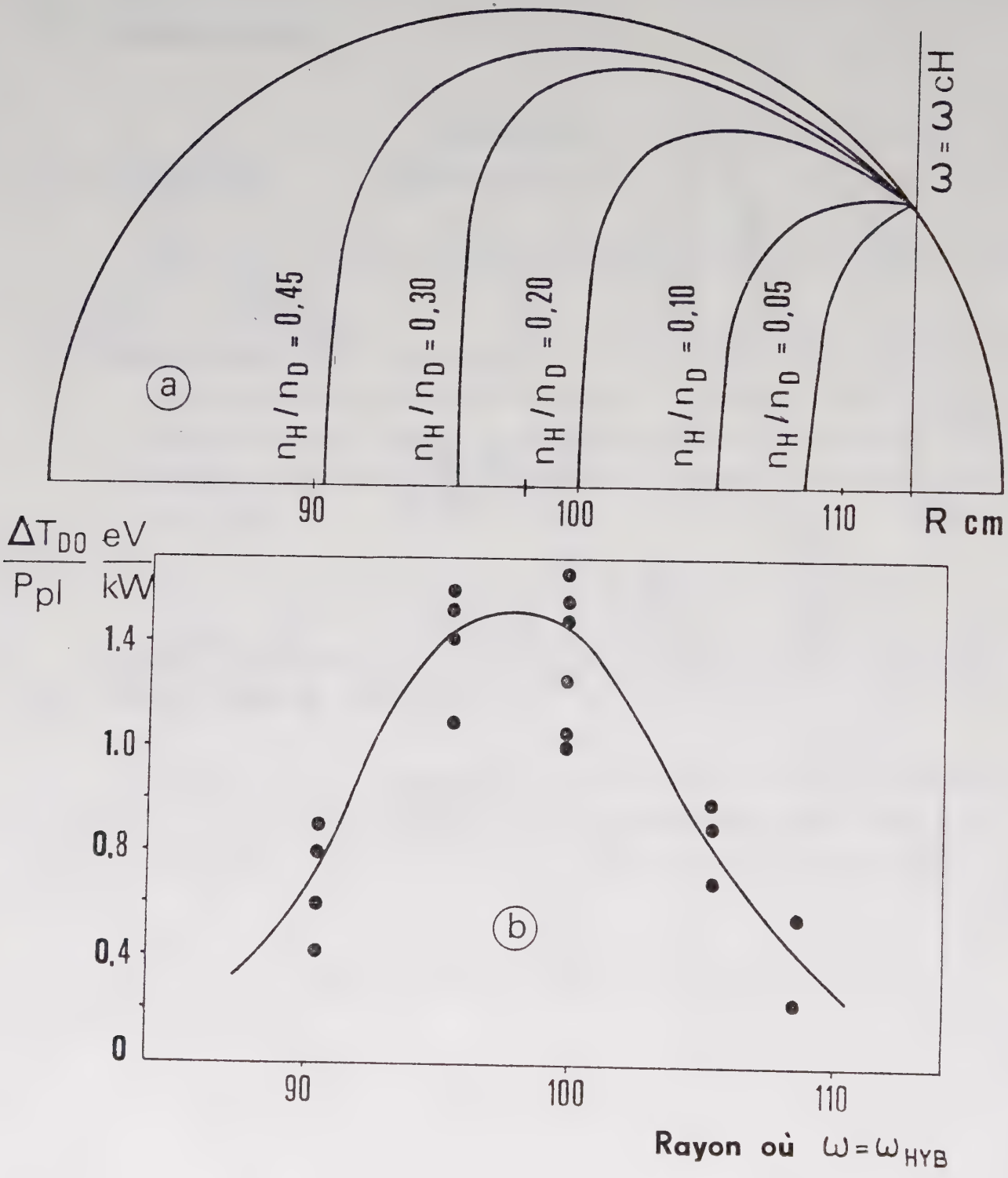

a
$n_H/n_D = 0,45$
$n_H/n_D = 0,30$
$n_H/n_D = 0,20$
$n_H/n_D = 0,10$
$n_H/n_D = 0,05$
$\omega = \omega_{cH}$
90
100
110
R cm
$\frac{\Delta T_{DO}}{P_{pl}}$ eV kW
1.4
1.0
0.8
0.4
0
b
90
100
110
Rayon où $\omega = \omega_{HYB}$

FIG. VI. 3

bien pour une faible concentration d'hydrogène ($n_H/n_D$ = 0.03, $B_o$ = 4.1 T) que pour une concentration plus élevée ($n_H/n_D$ = 0.15). Dans ce dernier cas, il a fallu changer la valeur du champ magnétique pour localiser la résonance hybride près du centre du plasma ($B_o$ = 4.5 T). Au contraire un effet beaucoup plus faible sur le chauffage des ions est observé quand la couche de conversion est localisée vers l'intérieur du tore alors que la résonance cyclotronique des protons se trouve située près de l'axe ($n_H/n_D$ = 0.15, $B_o$ = 4.1 T).

De même, la figure VI.3 montre le résultat d'une série de chocs pour lesquels le rapport $n_H/n_D$ a été varié entre 0.05 et 0.45 pour une valeur fixe du champ magnétique égale à 4.6 T. Dans ces conditions la résonance des protons est située à un grand rayon R = 114 cm (le grand rayon du tore $R_o$ = 98 cm, rayon plasma 18 cm). La figure VI.3a montre la géométrie approchée de la couche de conversion pour les différentes valeurs du rapport $n_H/n_D$. La figure VI.3b montre l'élévation de température mesurée à l'aide du flux neutronique. On constate que le chauffage le plus efficace est obtenu quand la couche hybride est centrée. Ces deux mesures mettent en évidence l'importance de la position de la couche hybride pour le chauffage des ions.

Considérons maintenant la figure VI.4. Elle représente l'augmentation de température électronique au centre du plasma pour différentes valeurs du rapport $n_H/n_D$. Cette mesure est obtenue par l'analyse de l'émission cyclotronique électronique. Dans cette série d'expérience le champ magnétique est gardé constant et la couche cyclotronique des protons est localisée à R = 112 cm. La position de la couche hybride est indiquée pour chacun des points expérimentaux. Il apparaît très nettement que le meilleur chauffage est obtenu quand la couche hybride est localisée près du centre.

Le troisième diagnostic que nous utilisons pour confirmer le rôle de la résonance hybride dans le chauffage est l'analyse des particules (ions) perdues dans les miroirs locaux. Du fait du nombre fini de bobines qui créent le champ magnétique toroïdal, la configuration magnétique n'a pas exactement une symétrie de révolution. Il s'en suit que le module du champ magnétique toroïdal n'est plus seulement une fonction du grand rayon mais dépend aussi de la position toroïdale

$$B(R, \phi) = B_o \frac{R_o}{R}\left(1 - \frac{\delta B}{B_o}\cos N\phi\right) \qquad \text{(VI.1)}$$

$R_o$ est le grand rayon du tore, Ø la coordonnée toroïdale, N le nombre de bobine.

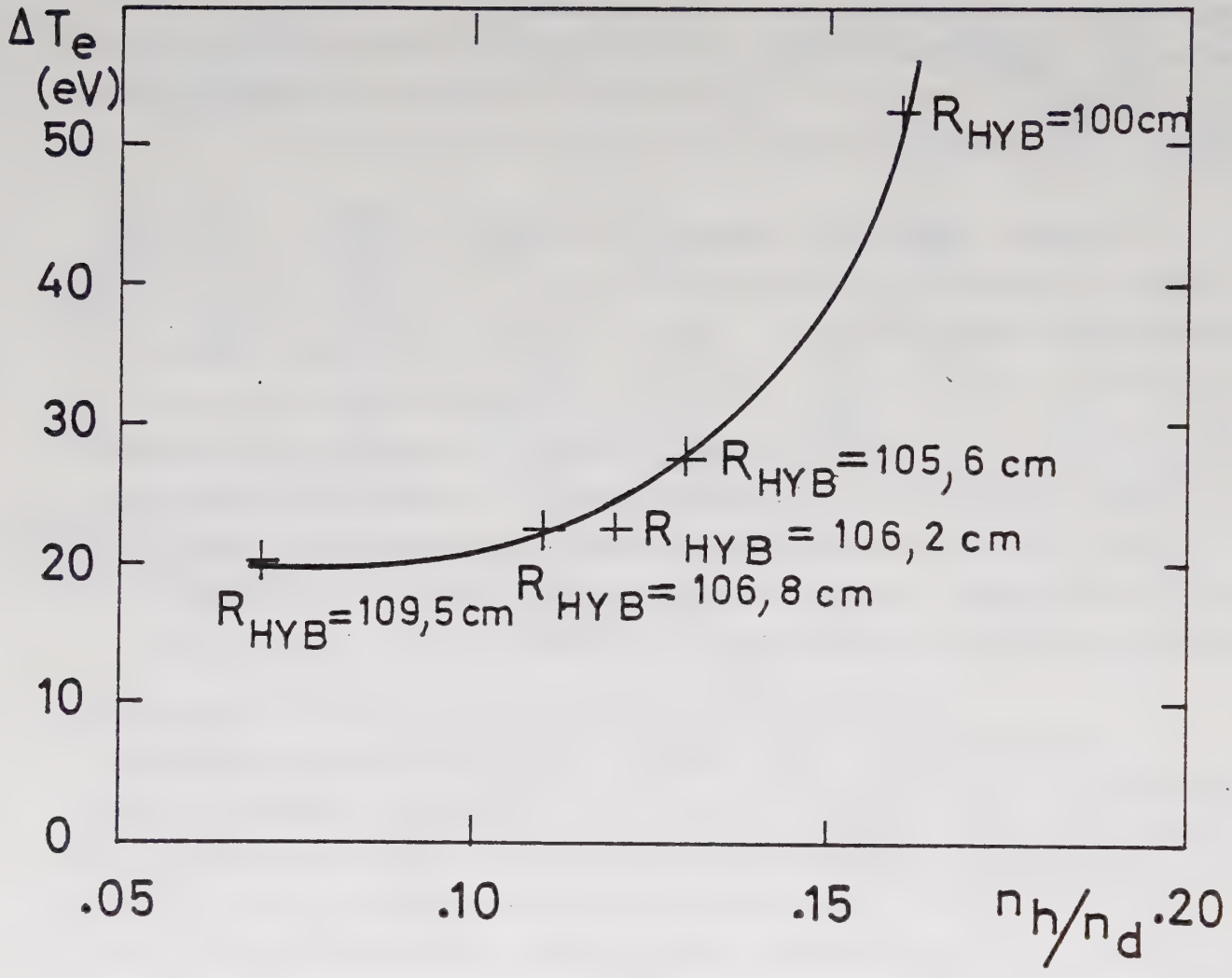

ΔTe
(eV)
50
40
30
20
10
0
.05
.10
.15
nh/nd
.20
RHYB=100cm
RHYB=105,6 cm
RHYB = 106,2 cm
RHYB= 106,8 cm
RHYB=109,5 cm

FIG. VI. 4

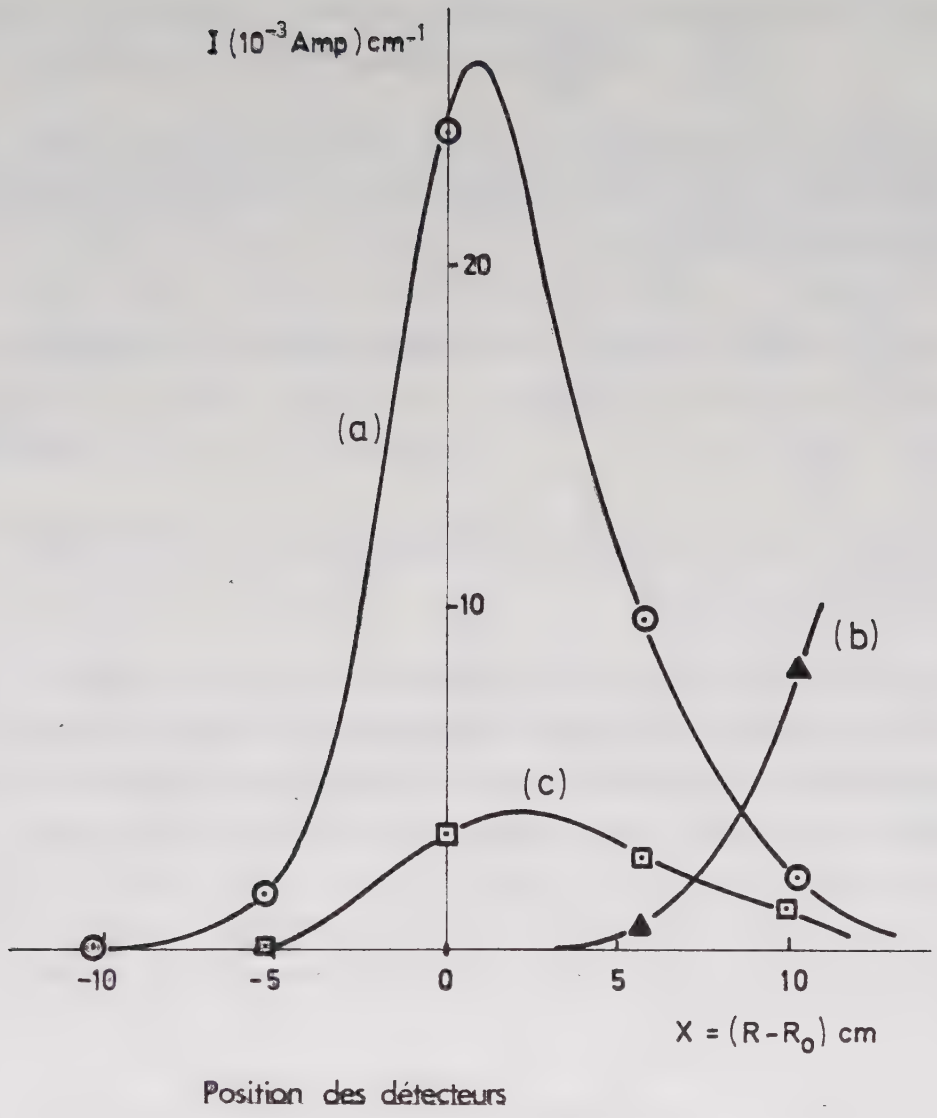

I (10⁻³ Amp) cm⁻¹
20
10
(a)
(b)
(c)
-10
-5
0
5
10
X = (R-R₀) cm
Position des détecteurs

FIG. VI.5

Si une particule a un rapport (vitesse parallèle/vitesse perpendiculaire) dans un plan $\phi_o = 2\pi/N$ satisfaisant la relation :

$$\frac{V_{//}^2}{V_\perp^2} < \frac{\delta B}{B_o} \qquad \text{(VI.2)}$$

cette particule reste piégée entre les angles $\phi = \phi_o - \frac{\pi}{N}$ et $\phi = \phi_o + \frac{\pi}{N}$
Ceci résulte de la conservation des constantes du mouvement qui sont, dans l'approximation adiabatique [7]

$$V_{//}^2 + V_\perp^2 = cte \qquad \text{(conservation de l'énergie)}$$

$$\frac{1}{2}\frac{m V_\perp^2}{B} = cte \qquad \text{(conservation du moment magnétique)}$$

La particule est soumise alors à une dérive verticale et s'échappe de la configuration magnétique.

En présence d'un champ haute fréquence, un ion va gagner de l'énergie perpendiculaire à chaque fois que sa fréquence cyclotronique locale est égale à la fréquence de l'onde, éventuellement déplacée par effet Doppler $(\omega - k_{//} V_{//})$
A la traversée de la couche de résonance, une particule peut devenir subitement localisée dans les miroirs locaux. L'analyse du flux sortant à été fait à l'aide de cages de Faraday, qui sont en fait 5 collecteurs plans polarisés, situées dans une zone de miroir entre bobines, juste sous l'antenne où le champ électrique est maximum

La figure VI.5 représente le courant collecté par chacune de ces sondes pour trois conditions de plasma différentes (dans les trois cas la puissance de chauffage était d'environ 400 KW). Les différentes conditions de plasma sont

i : B = 40 KG, $n_H/n_D \sim 0.02$
ii : B = 45 KG, $n_H/n_D \sim 0.02$
iii : B = 45 KG, $n_H/n_D \sim 0.20$

La densité électronique au centre vaut $1{,}6.10^{14}\,cm^{-3}$. Dans le cas (i), le flux de particules piégées est très fortement piqué autour de la couche cyclotronique ionique avec une largeur d'environ 6 cm. Le courant total intégré sur l'ensemble des collecteurs est environ $I_t \sim 0.17$ A.
En gardant la concentration d'hydrogène constante ($n_H/n_D \sim 0.02$) le champ magnétique a été changé (ii) afin que la résonance cyclotronique soit déplacée vers

la région de champ faible ($R_{CH}$ = 112 cm). La position du pic de signal semble suivre la position de la résonance cyclotronique, et le flux normalisé à la puissance croît d'un facteur 4. Ceci correspond à l'augmentation du rapport de miroir dans les régions de faible champ magnétique.

Pour cette position de la résonance cyclotronique, la concentration d'hydrogène est augmentée (iii) jusqu'à 0.20. Dans ce cas, la résonance hybride ion-ion est localisée au centre du plasma. Le flux de particules localisées est extrêmement faible. Mais le point remarquable est que le flux maximum est maintenant observé entre 0 et + 5 cm et semble beaucoup plus large que dans le cas (i). Ceci confirme la délocalisation du chauffage des protons en régime de conversion de mode.

Les mesures précédentes ont permis de mettre en évidence la localisation (ou la délocalisation du chauffage) en fonction du rapport $n_H/n_D$ et de la position de la résonance hybride ion-ion. Une deuxième donnée accessible à l'expérience est la puissance transférée directement sur chaque espèce de particules (électrons ou ions). Lorsque l'on applique l'impulsion de chauffage, la dérivée à l'origine de la température permet de calculer la puissance déposée localement sur l'espèce correspondante. Nous avons comparé deux situations de chauffage : soit le régime de conversion de mode ($B_o$ = 4,5 T, $n_H/n_D$ = 0.2) soit le régime minoritaire ($B_o$ = 4,0 T, $n_H/n_D \lesssim 0.05$). Dans les deux cas la puissance totale transférée au plasma est $P_{HF} \simeq 440$ KW et la densité électronique sur l'axe d'environ 1.5 $10^{14} cm^{-3}$. La figure VI.6 montre l'évolution de la température électronique et de la température ionique, ainsi que l'évolution de la tension par tour, pour les conditions de conversion de mode.

La pente à l'origine de la température électronique est de 25 eV/ms alors que la pente à l'origine de la température ionique n'est que de 15 eV/ms. Ces pentes initiales correspondent à des puissances sur les électrons de 0.9 $W/cm^3$ et sur les ions de 0.5 $W/cm^3$. Il est nécessaire qu'une puissance non négligeable soit couplée directement aux électrons pour comprendre l'évolution temporelle des signaux.

Au contraire, dans le régime minoritaire, la pente à l'origine de la température électronique n'est plus que de 5 eV/ms alors que la pente à l'origine de la température ionique est de 25 eV/ms (figure VI.7). Dans ce cas, l'évolution temporelle des signaux s'explique si l'on admet que toute la puissance est absorbée par les ions. Le chauffage des électrons n'est dû qu'aux collisions ions-

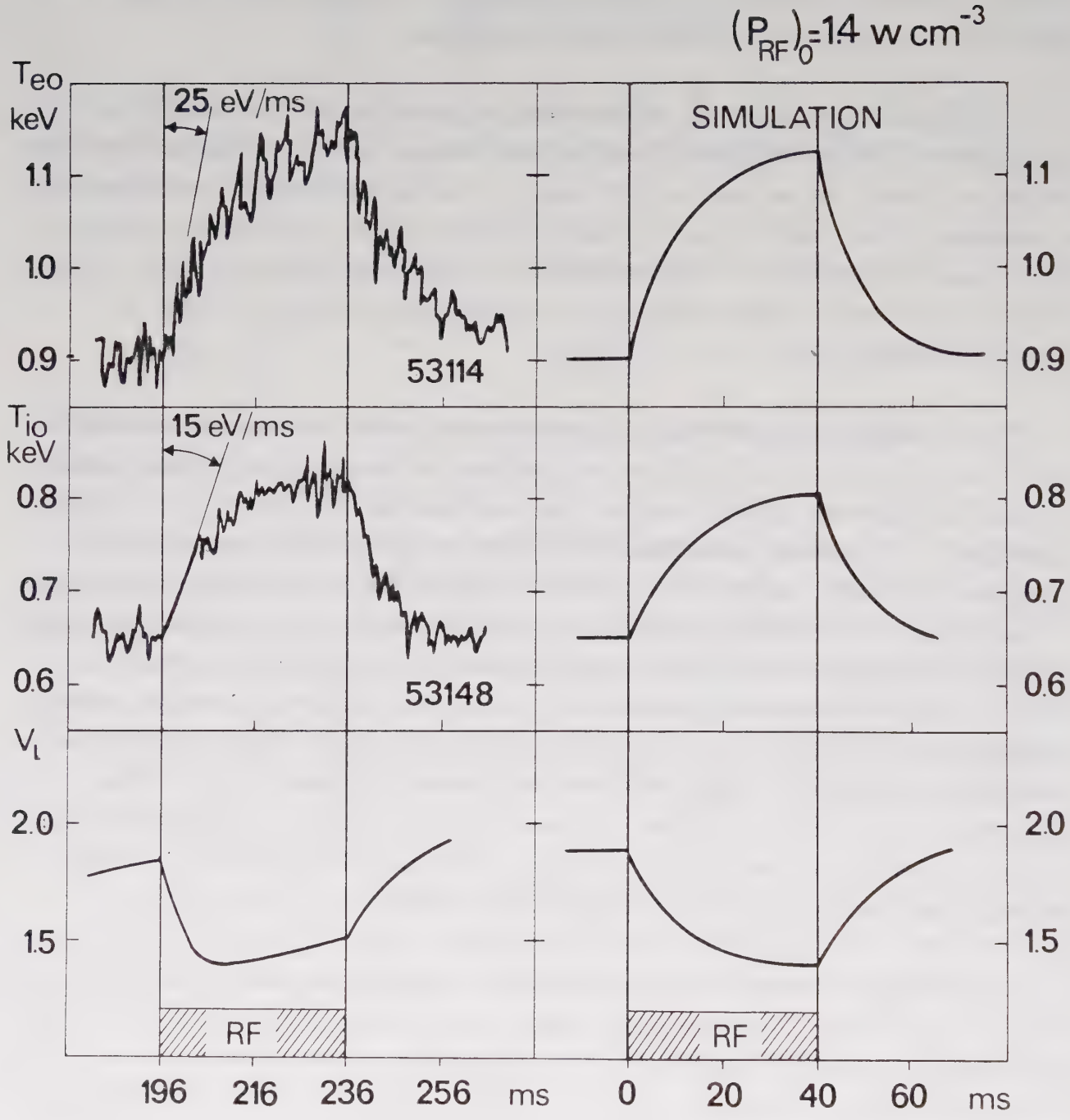

$(P_{RF})_0$=1.4 w cm$^{-3}$
$T_{eo}$ keV
25 eV/ms
SIMULATION
1.1
1.0
0.9
53114
$T_{io}$ keV
15 eV/ms
0.8
0.7
0.6
53148
$V_L$
2.0
1.5
RF
RF
196
216
236
256
ms
0
20
40
60
ms

FIG. VI . 6

électrons qui permettent un transfert de puissance, à travers le $P_{ei}$ (cf. chapitre II).

D'autres mesures viennent conforter ce couplage direct de l'onde HF aux électrons du plasma. Considérons en effet l'émission cyclotronique électronique. Si le plasma est suffisamment chaud et dense, le plasma rayonne autour de cette fréquence comme un corps noir [8] . En fixant la fréquence du récepteur on a donc une mesure localisée de la température si les effets relativistes sont négligés. Si l'on prend en compte les effets relativistes, cette mesure peut devenir délocalisée et en particulier être sensible à une déformation de la fonction de distribution des électrons.

Soit $\omega$ la fréquence d'observation du plasma : les électrons en résonance avec cette fréquence satisfont la relation

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2} \qquad \text{(VI.3)}$$

Seules les particules pour lesquelles $\frac{\omega_c}{\omega} \geq 1$ sont concernées. Du fait de la variation en 1/R du champ magnétique toroïdale les particules qui rayonnent sont localisées dans les régions de champ magnétique plus élevé (vers l'intérieur du tore) que au point où $\omega_c(v=0) = \omega$ . En particulier la queue de la fonction de distribution peut émettre dans une région éloignée de la résonance stricte. Le plasma étant un corps noir, cette contribution du rayonnement qui se propage vers les faibles champs magnétiques est réabsorbée avant de sortir du plasma par les particules moins énergétiques. L'émission observée depuis l'extérieur du tore provient uniquement de la zone où $\omega_c(v=0) = \omega$ . Par contre ceci n'est plus vrai quand on observe l'émission depuis l'intérieur du tore. Une partie importante du signal peut provenir de la contribution non thermique du rayonnement. Si la fonction de distribution des électrons est maxwellienne la différence entre intérieur et extérieur reste très faible pour des températures inférieures à 2 ou 3 kev.

Si par contre la fonction de distribution est non maxwellienne, cette disymétrie peut être importante et sera d'autant plus importante que la déformation de la fonction de distribution est grande . Des mesures de rayonnement à $\omega_{ce}$ ont été faites dans TFR de l'intérieur et de l'extérieur. La figure (VI.8) illustre ces expériences. Les conditions expérimentales sont les suivantes :

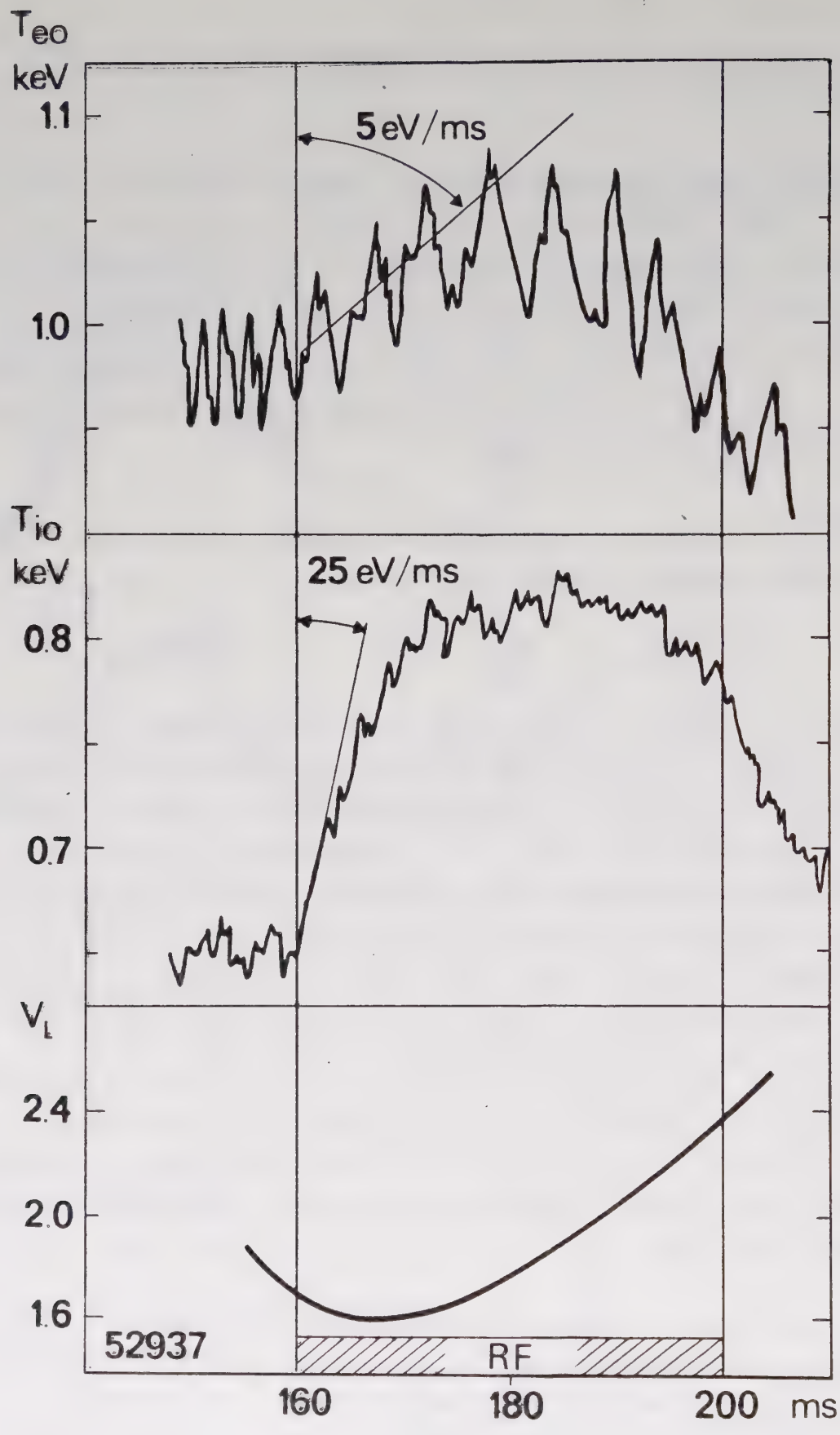

$T_{eo}$
keV
1.1
1.0
5 eV/ms
$T_{io}$
keV
0.8
0.7
25 eV/ms
$V_L$
2.4
2.0
1.6
52937
RF
160
180
200
ms

FIG VI.7

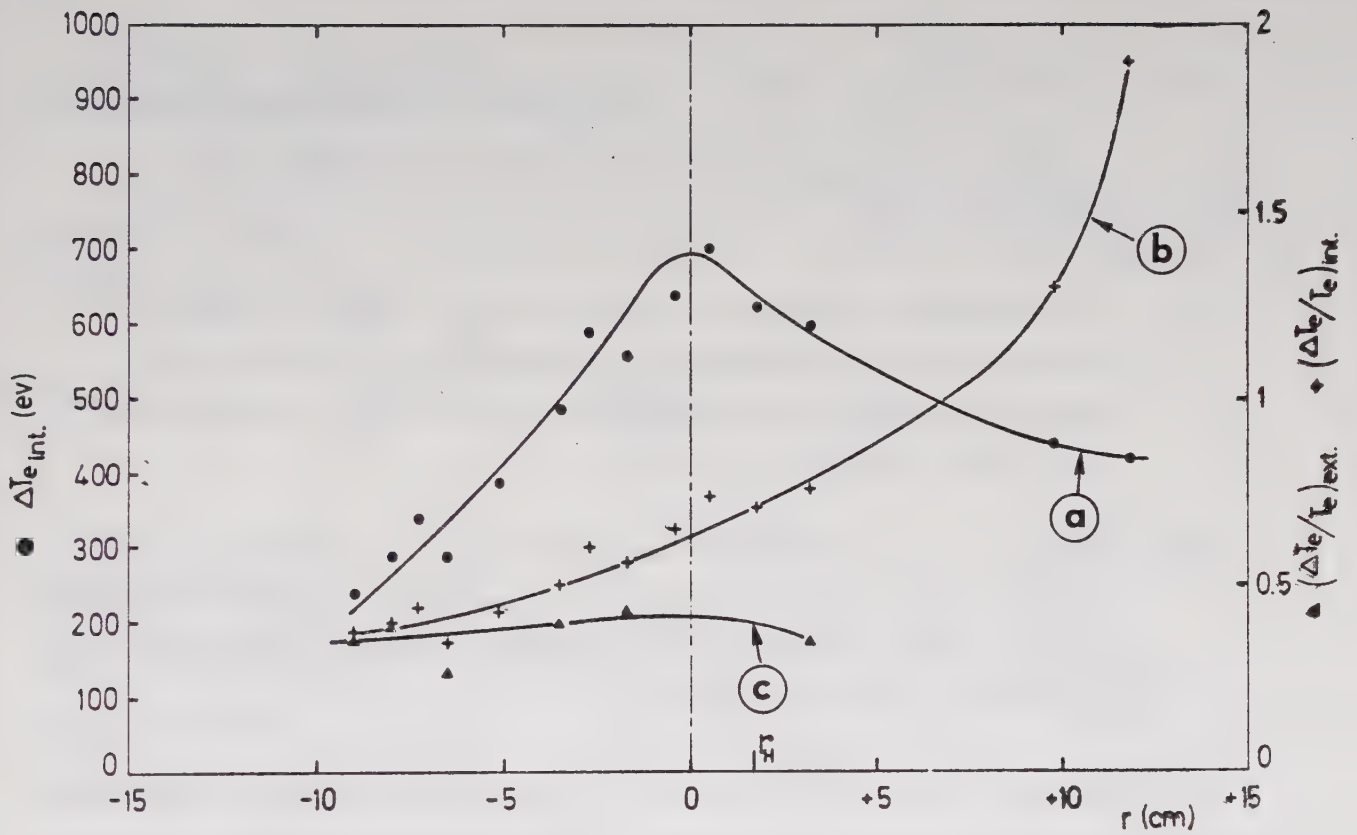

1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
2
1.5
1
0.5
0
-15
-10
-5
0
+5
+10
+15
r (cm)
$\Delta T_{e_{int.}}$ (ev)
$(\Delta T_e/T_e)_{int.}$
$(\Delta T_e/T_e)_{ext.}$
a
b
c
$r_s$

FIG. VI.8

champ magnétique $B_o = 4{,}5$ T
densité électronique $n_{e_o} = 1.6\ 10^{14} cm^{-3}$
composition isotopique $n_H/n_D = 0.2$

La résonance cyclotronique des protons est localisée à R = 112 cm, la résonance hybride à R = 99 cm. Sur la figure nous avons représenté 3 courbes :

(a) : l'augmentation de température $\Delta T_e$, mesurée depuis l'intérieur du tore, en différents points du profil. Le maximum est obtenu au centre du plasma, mais on peut noter la disymétrie entre $r > 0$ et $r < 0$.

(b) : l'augmentation relative de température $\frac{\Delta T_e}{T_e}$ pour différents points du profil, toujours pour une mesure de l'intérieur. On constate la très nette disymétrie. Le rapport $\frac{\Delta T_e}{T_e}$ augmente quand on va vers l'extérieur du tore.

(c) : l'augmentation relative de température $\frac{\Delta T_e}{T_e}$ en différents points du profil, mais pour une mesure réalisée depuis le côté extérieur du tore (champ faible). Cette dernière courbe ne présente pas de disymétrie intérieur-extérieur.

La comparaison des courbes (b) et (c) met en évidence la déformation de la fonction de distribution ainsi que nous l'avons mentionné plus haut. Il est malheureusement difficile de quantifier cette déformation, néanmoins, elle ne peut être due qu'à une interaction directe entre l'onde HF et les électrons. Un chauffage des électrons par transfert collisionnel ne conduit pas à une déformation de la maxwellienne.

L'ensemble de ces résultats (localisation du chauffage des ions avec le rapport $n_H/n_D$, localisation du chauffage électronique, analyse du flux de particules localisées, analyse des pentes et déformation de la fonction de distribution électronique) montre la cohérence des résultats expérimentaux et de l'analyse théorique du chauffage. Il apparaît clairement que la résonance hybride ion-ion joue un rôle prépondérant dans le chauffage du plasma. En particulier, la zone de chauffage des ions et des électrons se trouve fortement délocalisée en régime de conversion de mode alors qu'elle est relativement étroite en régime minoritaire. L'augmentation significative du chauffage des électrons en régime

de conversion de mode semble également corroborer le schéma théorique : meilleure polarisation (augmentation de la composante $E_{//}$) et surtout augmentation du $k_{\perp}$ de l'onde convertie. De cette étude, on peut également conclure que les meilleures conditions de chauffage sont obtenues pour le régime de conversion de mode.

## VI.2 - Bilan Energétique $P_{HF}$ = 400 KW

Nous allons comparer l'efficacité du chauffage HF dans le régime de conversion de mode ou le régime minoritaire. Les conditions expérimentales sont données dans la table 1

Table 1

| | Conv. Mode | Minoritaire |
|---|---|---|
| Champ toroïdal $B_o$ | 4,5 T | 4,0 T |
| Densité relative $n_H/n_D$ | 0.2 | $\lesssim$ 0.02 |
| Courant plasma $I_p$ | 250 KA | 250 KA |
| Densité électronique au centre $n_{e_o}$ | 1.5 $10^{20}$ $m^{-3}$ | 1.5 $10^{20} m^{-3}$ |
| Température électronique $T_{e_o}$ | 900 ev 1 kev | 900 ev 1 kev |
| Température ionique $T_{i_o}$ | 650 ev | 650 ev |
| Impureté $Z_{eff}$ | 1.3 | 1.3 |
| Rayon plasma a | 18 cm | 18 cm |

L'impulsion HF dure environ 40 ms, la puissance est de 400 KW. Dans ces conditions de haute densité, le profil de densité électronique n'est pas sensiblement modifié durant l'impulsion HF. Celle-ci est appliquée 200 ms après l'amorçage du plasma, sur le plateau de courant.

### VI.2.a - Cas I : 45 KG, $n_H/n_D$ = 0.2

Nous rappelons que dans ces conditions, la résonance cyclotronique des

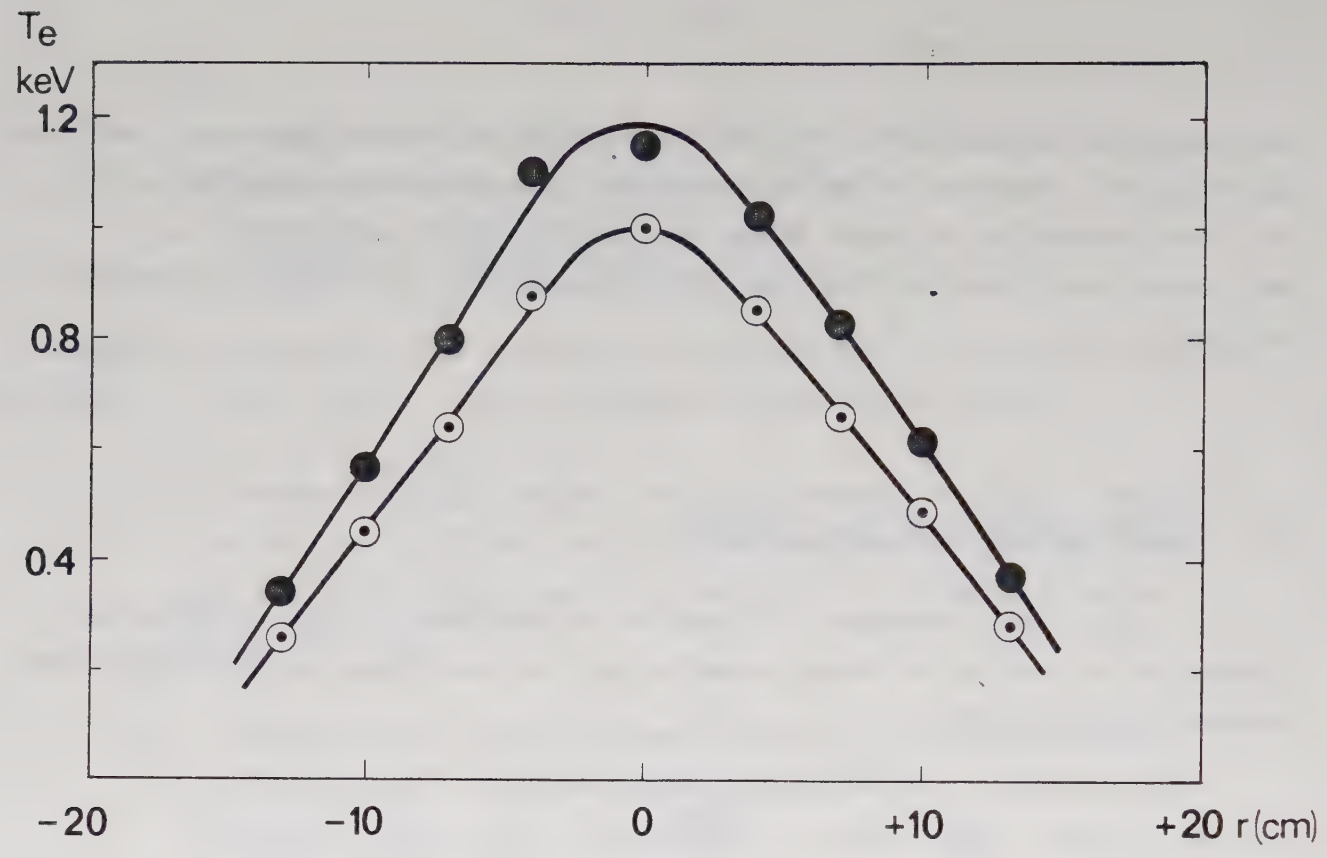



FIG VI 9

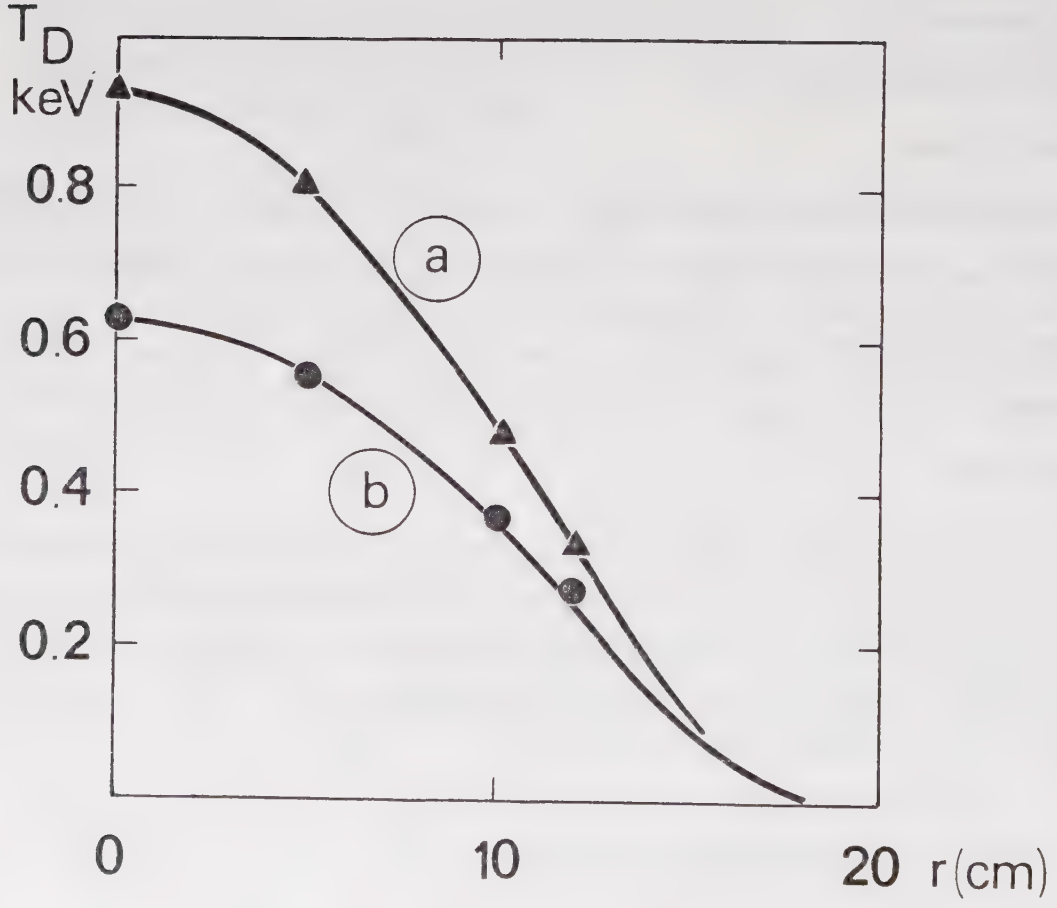



FIG VI.10

protons est localisée en R = 112 cm et que la résonance hybride ion-ion se trouve elle à R ≈ 99 cm.

L'évolution temporelle des températures électronique et ionique est montrée figure VI.6. La température électronique au centre $T_{e_o}$ atteind 1150 ev, soit une augmentation de 250 ev, au-dessus des conditions en chauffage ohmique. Du fait de cette augmentation de température électronique, la résistivité du plasma baisse (cf. chapitre II). Le courant étant maintenu constant, ceci se manifeste par une baisse de la tension par tour qui chute de 1.9 volt à 1.5 volt, correspondant à une baisse de puissance ohmique de 100 KW environ. Le profil de température électronique avant et pendant le chauffage est montré figure VI.9. Ce profil est obtenu par diffusion Thomson sur les électrons.

Les températures des deutons et des protons est déduite des mesures d'échange de charge. Elles croissent toutes deux d'environ 250 ev en partant d'une valeur en ohmique de 650 ev, sans modification des profils (fig. VI.10). La mesure de la température des deutons par analyse du flux neutronique confirme cette valeur.

Les mesures bolométriques indiquent que le rayonnement total croît de 90 KW en ohmique à 170 KW à la fin de l'impulsion HF. Les mesures spectroscopiques dans l'U.V. montrent simultanément une large augmentation des impuretés lourdes (Nickel en particulier). L'émission de la raie du Ni XVIII augmente d'un facteur 5.

A partir de ces données, la table II compare, dans deux conditions expérimentales typiques sans et avec HF, la valeur de la puissance, l'énergie thermique des ions et des électrons (obtenue en intégrant les données expérimentales sur tout le volume du plasma) et le taux de croissance de l'énergie thermique au début de l'impulsion $(dW/dt)_o$ :

Table II

| | | | |
|---|---|---|---|
| Puissance Ohmique | KW | 420 | 335 |
| Puissance HF | KW | 0 | 440 |
| Energie thermique des électrons | KJ | 6,3 | 7,8 |
| Energie thermique des ions | KJ | 5,4 | 7,3 |
| $(dW/dt)_o$ | W $cm^{-3}$ | 0 | 1,4 |
| Puissance ohmique au centre | W $cm^{-3}$ | 2,9 | 2,2 |

En faisant l'hypothèse que le taux de croissance de l'énergie au centre peut être identifié avec la puissance déposée localement, un modèle numérique simple qui intégre les équations d'évolution des températures au centre de la décharge montre un bon accord avec les données expérimentales (fig. VI.8) en supposant le temps de vie de l'énergie constant [9] .

Cependant, la table II montre également que, bien que la puissance totale de chauffage ($P_\Omega + P_{HF}$) croissance de 420 KW à 775 KW (soit 85 %), l'énergie thermique totale ne croît que de 3,4 KJ, soit 29 % seulement. Une explication possible peut être avancée : le profil de dépôt de puissance HF est plus large que le profil de dépôt de puissance ohmique. Cette situation est défavorable car la diffusion est plus importante à la périphérie du plasma. Nous verrons dans le chapitre suivant une autre interprétation possible.

VI.2.b - Cas II : 40 KG, $n_H/n_D \leq 0.05$

Cette fois la couche de conversion est très proche de la résonance cyclotronique des protons située au centre de la décharge. Nous avons montré précédemment (fig. VI.7), l'évolution temporelle des signaux de température et de tension par tour. Une différence essentielle avec le cas I est que la tension par tour ne baisse pas mais augmente pendant l'impulsion HF. Correlativement, les mesures bolométriques montrent une puissance rayonnée qui passe de 180 KW en ohmique à 400 KW à la fin de l'impulsion HF.

La table III résume les puissances de chauffage et l'augmentation d'énergie thermique du plasma :

Table III

| | | | |
|---|---|---|---|
| Puissance Ohmique | KW | 411 | 510 |
| Puissance HF | KW | 0 | 420 |
| Energie thermique électrons | KJ | 6,6 | 7,3 |
| Energie thermique ions | KJ | 5,4 | 7,1 |
| $(dW/dt)_o$ | W $cm^{-3}$ | 0 | 1,0 |

La puissance totale pendant la HF est maintenant 2,3 fois plus grande qu'en ohmique. Néanmoins, l'énergie totale ne croît que de 20 % avec un taux de crois-

sance de 1 W $cm^{-3}$. Ces conditions sont nettement moins favorables que le régime de conversion de mode. En particulier l'augmentation de rayonnement est très néfaste.

## VI.3 - Expériences à très forte puissance (> 1 MWatt) [10]

Quand le générateur de 3 MWatts a été disponible, il a été possible d'effectuer des expériences à très forte puissance (> 1 MW). La puissance est couplée au plasma à l'aide de 2 jeux d'antennes (cf. fig. V.3 ) chacune alimentée par l'un des amplificateurs 1,5 MW.

La plupart des expériences ont été réalisées dans les conditions suivantes :

| | |
|---|---|
| Champ magnétique sur l'axe | $B_o$ = 4,5 T |
| Courant Plasma | $I_p$ = 200 250 KA |
| Densité électronique au centre | $n_{e_o}$ = 1,5 2 $10^{14} cm^{-3}$ |
| Composition isotopique | $n_H/n_D$ = 0.2 |
| Température électronique au centre | $T_{e_o}$ = 0.9 1 kev |
| Température ionique au centre | $T_{i_o}$ = 0.7 0.8 kev |
| Tension par tour | $V_L$ = 1.7 Volts. |

A ces niveaux de puissance HF, le plasma casse par disruption pendant ou à la fin de l'impulsion HF, de durée maximale 50 ms. La puissance maximale que l'on a pu coupler est de 2.2 MW pendant 20 ms (fig. VI.11). On remarque sur cette figure la montée lente de la puissance. Celle-ci était nécessaire pour permettre une stabilisation dynamique du plasma mis en mouvement par l'augmentation brutale de l'énergie thermique. Une montée trop rapide de la puissance entraîne un déplacement important du plasma vers l'extérieur qui ne peut être rattrapé par les variations de champ vertical stabilisateur.

L'augmentation de température du deutérium sur l'axe est mis en évidence par le flux de neutron qui augmente d'un facteur 100, atteignant un niveau maximum de $2.10^{12}$ neutrons par seconde (ceci correspond à une puissance thermonucléaire libérée de l'ordre du watt !). Néanmoins la température atteinte par les deutons est de 2 kev, soit un $\Delta T_i$ de 1.2 kev . La température des électrons atteind 1.8 kev soit $\Delta T_e$ = 800 ev. Un bilan complet n'a pu être réalisé à ce

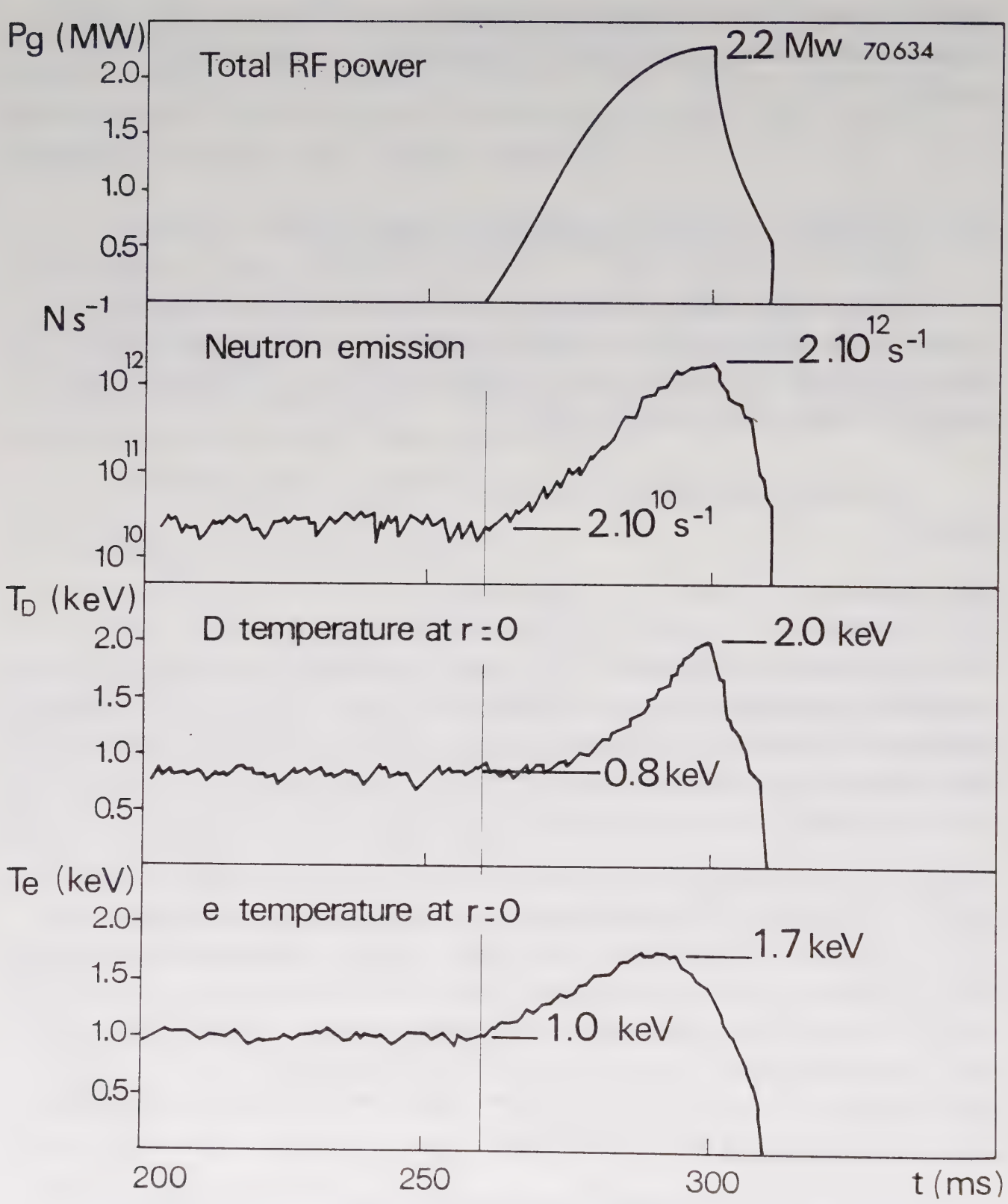

Pg (MW)
2.0
1.5
1.0
0.5
Total RF power
2.2 Mw 70634
N s⁻¹
10¹²
10¹¹
10¹⁰
Neutron emission
2.10¹² s⁻¹
2.10¹⁰ s⁻¹
T_D (keV)
2.0
1.5
1.0
0.5
D temperature at r = 0
2.0 keV
0.8 keV
Te (keV)
2.0
1.5
1.0
0.5
e temperature at r = 0
1.7 keV
1.0 keV
200
250
300
t (ms)

Fig VI.11

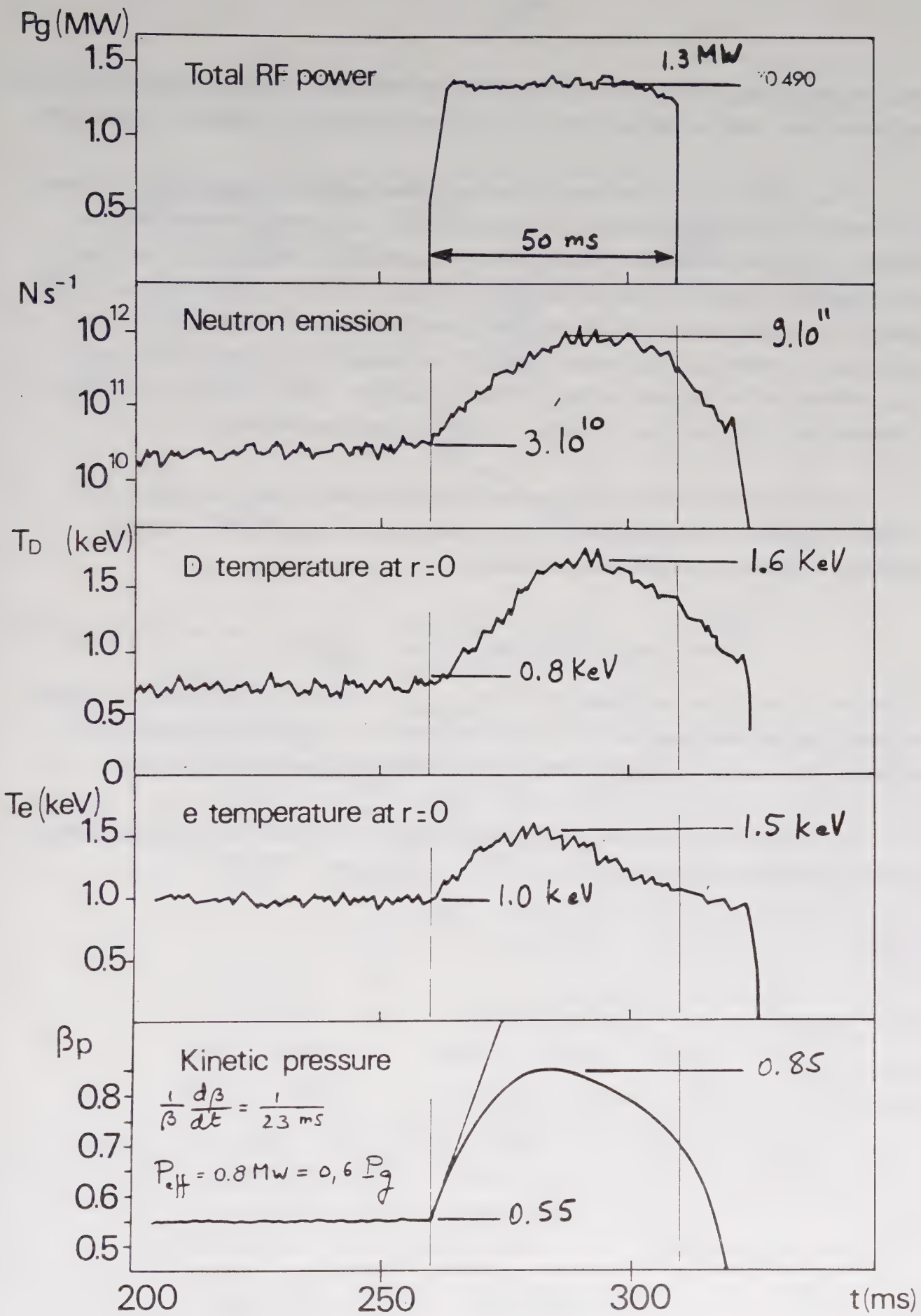

Pg (MW)
1.5
1.0
0.5
Total RF power
1.3 MW
0490
50 ms
Ns⁻¹
10¹²
10¹¹
10¹⁰
Neutron emission
9.10¹¹
3.10¹⁰
T_D (keV)
1.5
1.0
0.5
0
D temperature at r=0
1.6 KeV
0.8 KeV
Te (keV)
1.5
1.0
0.5
e temperature at r=0
1.5 keV
1.0 keV
βp
0.8
0.7
0.6
0.5
Kinetic pressure
1/β dβ/dt = 1/23 ms
P_eff = 0.8 MW = 0,6 Pg
0.85
0.55
200
250
300
t(ms)

Fig VI.12

niveau de puissance car il était difficile d'obtenir des conditions reproductibles. Nous avons donc fait un bilan détaillé pour une puissance couplée de 1.15 MWatts.

Nous avons vu au chapitre II les équations générales du bilan. La figure VI.12 montre l'évolution temporelle des différents signaux de température et d'énergie. Afin de déterminer la variation de puissance ohmique, il faut également connaître l'évolution de la tension par tour. Pour les chocs que nous considérons, le courant est de 255 KA maintenu constant durant l'impulsion HF. Le profil de nl inversé à 2 instants (avant HF et pendant HF) montre que la puissance additionnelle est sans effet sur cette quantité (fig. VI.13). Les profils de température électronique et ionique sont également représentés.

Afin de déterminer la puissance HF effectivement cédée au plasma, on utilise la pente à l'origine du $\beta$ qui représente le rapport de l'énergie thermique à l'énergie magnétique poloïdale.

$$P_{add} = 0.75\, I_p^2 \cdot 2\pi R_0 \cdot \frac{d}{dt}\beta \quad (KW, 10^5 A, m, s^{-1})$$

On obtient à partir de la figure VI.12, $P_{couplé}$ = 740 KW. Il est utile de rappeler que la puissance rayonnée par l'antenne est de 1.15 MW. Ceci montre que seulement 60 % de la puissance semble effectivement transférée au plasma.

Nous récapitulons dans le tableau suivant les bilans en chauffage ohmique et avec puissance additionnelle.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $I_p$(KA) | | 255 | |
| $B_T$(T) | | 45 | |
| $n_{max}$, $n_{10^{13}cm^{-3}}$ | | 17. 3, 11. | 16. 8, 10. |
| $T_{emax}$, $T_{e\ ev}$ | | 1000 , 548 | 1500 , 800 |
| $T_{imax}$, $T_{i\ ev}$ | | 880 , 520 | 1525 , 900 |
| W | KJ | 17.5 | 28.3 |
| $W_e$ | KJ | 8.95 | 13.3 |
| $W_i$ | KJ | 8.54 | 15 |
| $P = P_\Omega + P_{HF\ max}$ | | 0.5 + 0. | 0.4 + 0.74 |
| $\tau_E$ | ms | 35. | 24. |
| $P_{ray}$ à 22 cm | MW | 0.30 | 0.67 |

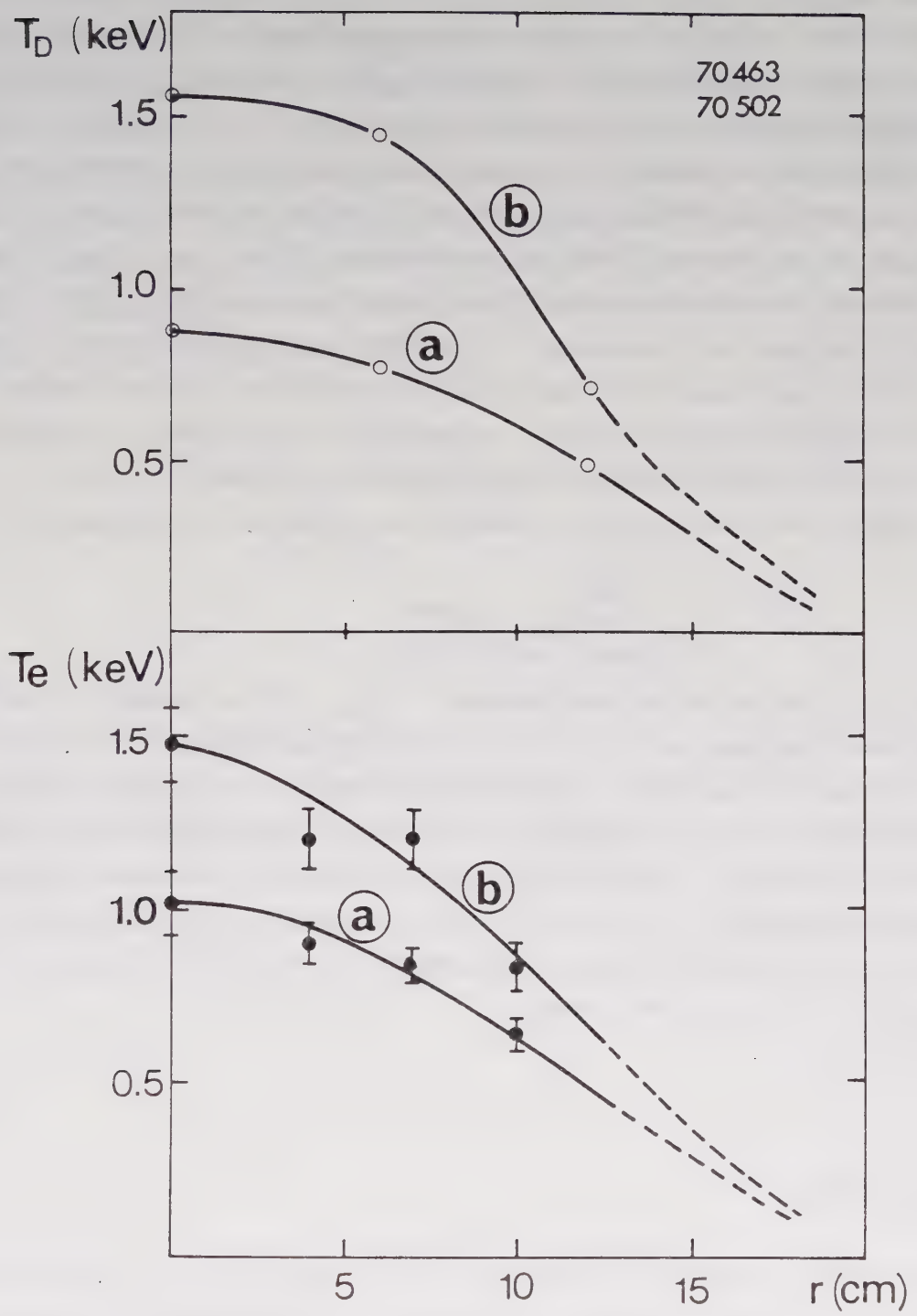



Fig VI.13

Deux remarques s'imposent. Alors que la puissance couplée mesurée au niveau de l'antenne est de 1.15 MW, la puissance utile que l'on peut déduire de la pente à l'origine du $\beta$ n'est que de 740 KW. Une fraction notable de la puissance ($\sim$ 40 %) n'est pas dissipé sous forme d'énergie thermique. Cette puissance non négligeable est-elle dissipée très rapidement à la paroi du fait de l'interaction du plasma périphérique et de l'onde ? Une partie des ions sont-ils déconfinés très rapidement en emmenant cette puissance ? Compte tenu de la résolution temporelle des diagnostics et de la mauvaise connaissance du plasma périphérique, il est impossible de se prononcer à l'heure actuelle. La mesure que l'on fait de la puissance effective ne permet pas une résolution temporelle inférieure à quelques millisecondes. La deuxième remarque concerne le temps de vie de l'énergie qui passe de 35 ms en chauffage ohmique à 24 ms pendant la période de chauffage additionnelle. L'augmentation des pertes par rayonnement ne permet pas de rendre compte de cette diminution du temps de vie. Si l'on calcule le temps de vie en ayant retranché les pertes par rayonnement

$$\tau_E = \frac{W}{V_\ell I_p + P_{HF} - P_{ray}}$$

on trouve $\tau_E$ = 88 ms en période ohmique et $\tau_E$ = 60 ms pendant la période de chauffage. Dans les deux cas on trouve une baisse de temps de vie d'environ 30 %. Ce fait expérimental (baisse du temps de confinement avec un chauffage additionnel) ne semble pas lier à la méthode de chauffage. Les expériences récentes réalisées sur ISX-B [11] et sur PDX [12] en injection de neutre montrent des comportements comparables. Cette diminution du temps de vie correspond à une augmentation des pertes par conduction-convection. Mais le mécanisme de cette augmentation n'est pas encore compris.

## VI.4 - Conclusion

Nous avons montré que les mécanismes d'absorption de l'onde électromagnétique par les différentes espèces constituant le plasma sont, à l'évidence, en accord qualitatif avec les données expérimentales. Le chauffage direct des électrons a bien été mis en évidence dans le régime de conversion de mode. De même la localisation de la zone de chauffage dépend davantage de la position de la couche hybride ion-ion que de la position de la résonance cyclotronique.

Les bilans que l'on peut établir montrent que le régime de conversion de

mode est plus favorable que le régime minoritaire. En particulier, il apparaît que les pertes par rayonnement sont réduites. Toutefois, pour des puissances additionnelles élevées, une détérioration significative du temps de vie de l'énergie est observée. Cette diminution du temps de vie n'est pas liée à la contamination du plasma par les impuretés mais à une augmentation des pertes par conduction-convection. Le rôle des impuretés est cependant prépondérant. En effet, les disruptions qui surviennent pendant ou juste à la fin des impulsions HF de forte puissance pourraient être attribuées à un déséquilibre du bilan. La puissance rayonnée par les impuretés devient supérieure à la puissance injectée conduisant à un piquage du courant et à une disruption. Ce point nécessite cependant une étude plus approfondie.

## REFERENCES


[1] J. Adam et al. 5th Conf. Plasma Phys. and Nucl. Fusion Res. (Tokyo 1974) II, 65 (1975).

[2] V.L. Vdovin, V.D. Rusanov, N.V. Shapotkovski, ibid., I, 217 (1975).

[3] N.V. Ivanov, I.A. Kovan, V.S. Svishchev, JETP Letters, 20, 39 (1974).

[4] H. Takahashi et al., Phys. Rev. Letters, 39, 31 (1977).

[5] J.C. Hosea et al., Phys. Rev. Letters, 43, 1802 (1979).

[6] K. Odajima et al., Nucl. Fusion 20, 1330 (1980).

[7] J.L. Delcroix "Physique des Plasmas" Dunod, Paris (1963).

[8] T.F.R. Group et I. Fidone, Phys. Rev. A, 24, 2861 (1981).

[9] T.F.R. Group, 8th Conf. Plasma Physics and Centr. Fusion Res. IAEA-CN-38/D3 (1980).

[10] T.F.R. Group, accepté pour publication dans Plasma Physics.

[11] ISX-B Group, 10e Eur. Conf. on Contr. Fusion and Plasma Phys. Moscou (1981).

[12] PDX Group, ibid.

# CHAPITRE VII

## TRAJECTOIRES DE PARTICULES

# TRAJECTOIRES DE PARTICULES

## VII.1 - Trajectoires de particules individuelles

L'équation générale du mouvement d'une particule dans un champ magnétique, soumises à la seule loi de Laplace s'écrit :

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = q(\bar{V} \times \bar{B}_0) \qquad \text{(VII.1)}$$

Dans le cas d'un champ magnétique homogène, l'équation (VII.1) se résoud facilement pour donner

$$\bar{V} = \overbrace{\bar{V}_0 \cdot \frac{\bar{B}_0}{|B_0|}}^{\bar{V}_{//}} + \bar{V}_\perp \qquad \text{(VII.2)}$$

La particule suit la ligne de champ magnétique à vitesse constante $V_{//}$ en décrivant un mouvement circulaire uniforme à la vitesse $V_\perp$ . Le point moyen de la trajectoire reste sur la ligne de champ magnétique en se déplaçant à la vitesse $V_{//}$ . Cette position moyenne est appelée centre guide.

Dans le cas d'un champ magnétique inhomogène, l'équation du mouvement a pour solution [1]

$$\bar{V} = \bar{V}_{//} + \bar{V}_\perp + \bar{V}_D \qquad \text{(VII.3)}$$

avec $\bar{V}_D \simeq cte$

Cette vitesse de dérive est due aux inhomogénéités de champ magnétique et peut s'écrire

$$\bar{V}_D = \bar{V}_D' + \bar{V}_D''$$

avec

$$\bar{V}_D' = \frac{m V_{//}^2}{q} \frac{\bar{B}_0 \times (\bar{B}_0 \cdot \bar{\nabla}) \bar{B}_0}{B_0^4} \qquad \text{dérive de courbure} \qquad \text{(VII.4)}$$

$$\bar{V}_D'' = \frac{m}{q} V_\perp^2 \frac{\bar{B}_0 \times \bar{\nabla} B_0^2}{B_0^4} \qquad \text{dérive de gradient} \qquad \text{(VII.5)}$$

On comprend facilement leur origine. Considérons la dérive de courbure (cf. fig. VII.1). Le long de sa trajectoire parallèle, la particule est soumise

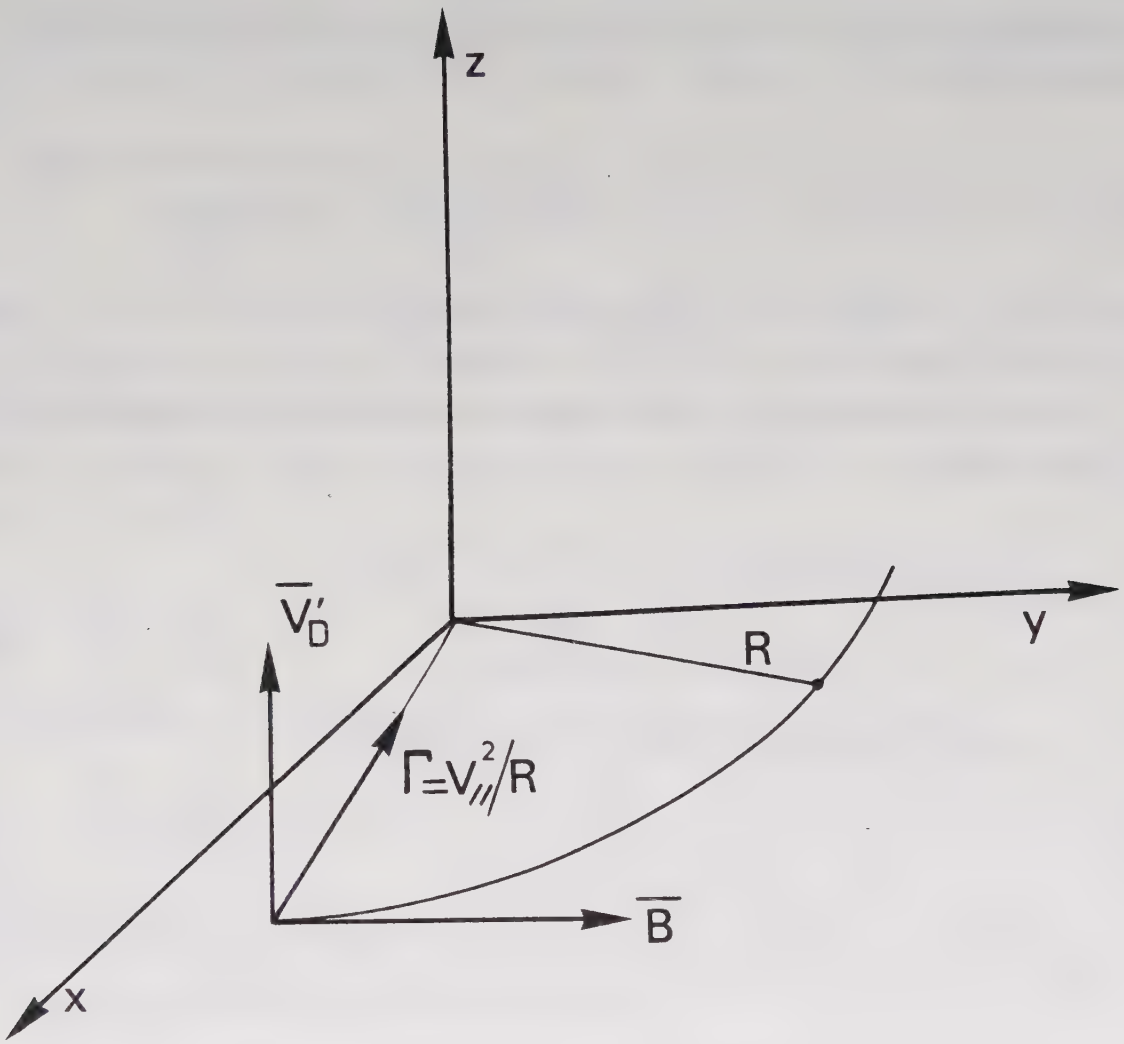



FIG .VII.1

à une accélération centripète de module $\Gamma = V_{//}^2/R$ si $R$ est le rayon de courbure de la ligne de champ. Cette accélération est équilibrée par une composante de vitesse qui crée une force de Laplace $\bar{F} = q(\bar{V}_D' \times \bar{B}_0)$ avec $\bar{V}_D'$ donnée par VII.4.
Un raisonnement analogue mais pour les variation de rayon de Larmor conduit à la relation (VII.5).

Les deux dérivées (courbure et gradient) ont même direction et même sens. Dans le cas d'un plasma peu dense et si $\bar{\nabla} \times \bar{B}_0 = 0$ on obtient

$$|\bar{V}_D| = -\frac{1}{\omega_b R}\left(V_{//}^2 + \frac{V_\perp^2}{2}\right)$$

On peut également définir des invariants du mouvement (ou quasi invariants) qui sont :

- l'énergie cinétique totale (invariant exact)

$$\frac{1}{2} m \left(V_{//}^2 + V_\perp^2\right) \qquad \text{(VII.6)}$$

- le moment magnétique (invariant adiabatique)

$$\mu \equiv \frac{1}{2} m \frac{V_\perp^2}{B_0^2} \qquad \text{(VII.7)}$$

Le moment magnétique est invariant dans la mesure où le rayon de Larmor de la Particule est faible devant le gradient de champ magnétique

Ces quatres relations (VII.4, 5, 6, 7) permettent de déterminer la trajectoire de la particule dans le champ magnétique.

Ce mouvement peut se décomposer sur deux échelles de temps différentes : la période de Larmor d'une part, temps caractéristique du mouvement cyclotronique ; le mouvement du centre guide d'autre part dont le temps caractéristique est $a/V_{//}$ si a est le rayon du plasma. Les différentes vitesses se classent dans l'ordre :

$$V_\perp \sim V_{//} \gg V_D \sim \frac{\rho}{R} V_\perp$$

Considérons maintenant les relations VII.6 et 7. Soient $V_{//0}$ et $V_{\perp 0}$ les vitesses initiales en un point où le champ magnétique vaut $B_0$. On peut maintenant écrire :

$$V_\perp^2 = V_{\perp_0}^2 \frac{B}{B_0} \qquad \text{(VII.8)}$$

$$V_{\parallel_0}^2 - V_\parallel^2 = V_{\perp_0}^2 \left(\frac{B}{B_0} - 1\right) \qquad \text{(VII.9)}$$

Ces relations donnent les vitesses en tout point de la trajectoire où le champ magnétique est B. La particule ne peut pas atteindre que les régions pour lesquelles

$$\frac{B}{B_0} \leqslant \frac{V_{\parallel_0}^2 + V_{\perp_0}^2}{V_{\perp_0}^2} \qquad \text{(VII.10)}$$

Nous avons vu que le mouvement du centre guide suivait les lignes de champ magnétique (les dérives verticales ne permettent qu'un faible déplacement autour de la ligne magnétique). Ces dernières sont des hélices. Le pas de l'hélice est donné par l'inverse du facteur de sécurité q qui détermine le nombre de grand tour pour un petit tour.

$$q = \frac{r}{R} \frac{B_\phi}{B_\theta}$$

$B_\phi$ : champ toroïdal, $B_\theta$ : champ poloïdal, r représente le rayon moyen de la ligne de champ considérée. Le long de cette ligne de champ, $B_\phi$ varie entre

$$B_0 \frac{R_0}{R_0 + r} \leqslant B_\phi \leqslant B_0 \frac{R_0}{R_0 - r} \qquad \text{(VII.11)}$$

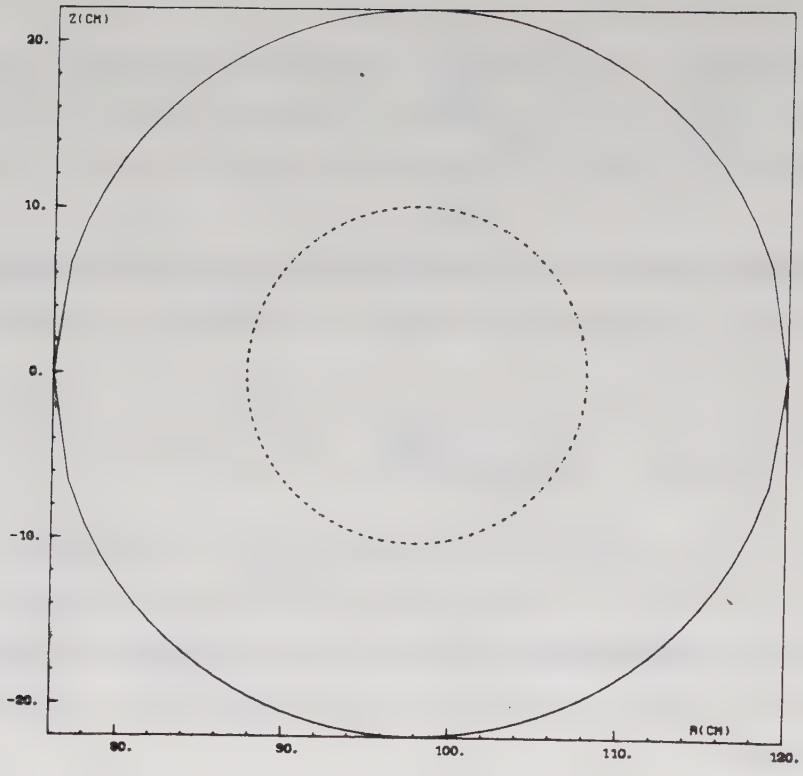
$B_0$ : champ magnétique sur l'axe, $R_0$ grand rayon du tore.

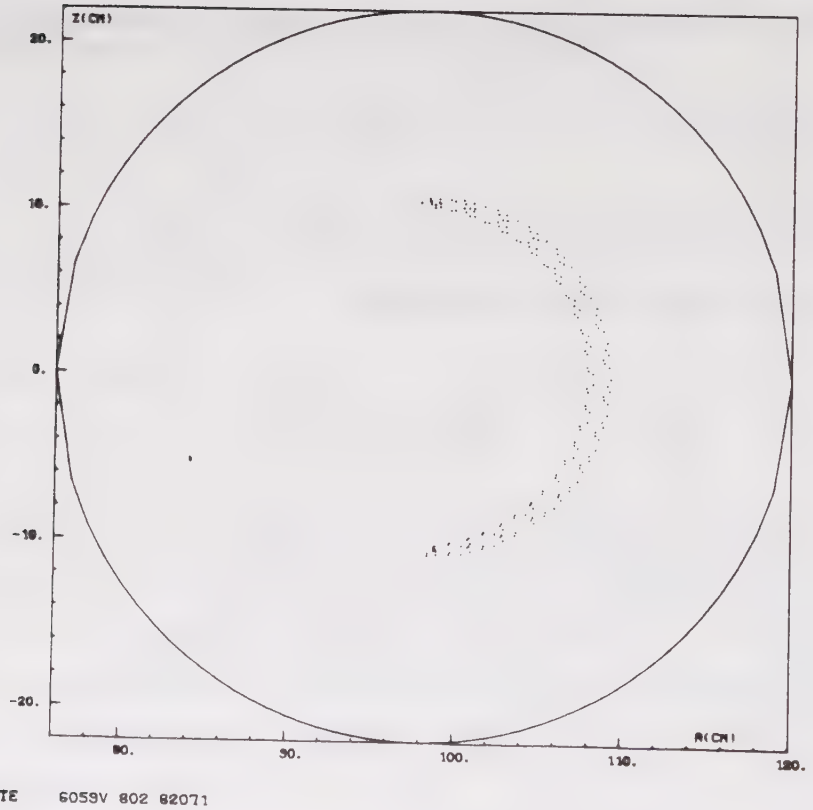
L'inégalité (VII.10) peut se réécrire :

$$\frac{V_{\parallel_0}^2}{V_{\perp_0}^2} \geqslant \frac{2r}{R_0} = 2\varepsilon \qquad \text{(VII.12)}$$

Si la vitesse initiale de la particule satisfait cette inégalité, elle décrit toute la ligne de champ magnétique, i.e. elle parcourt tous les angles poloïdaux entre 0 et $2\pi$. Dans ce temps elle parcourt une longueur $L_\parallel = 2\pi R_0 q$ en un temps $t_0 = \frac{2\pi R_0 q}{V_\parallel}$. Cette particule est dite "passante".
Une particule hydrogène d'énergie parallèle égale à 1 kev effectue un tour dans la direction poloïdale en $t_0 \sim 30\ \mu s$. Ce temps est beaucoup plus long que la période cyclotronique ($t_c \sim 1.7\ 10^{-8}$ s pour $B_0 = 4$ T). Sur cette trajectoire la particule s'écarte de la ligne de champ de

$$\Delta r = 2\varepsilon \frac{B_0}{B_\theta} \rho \frac{V_+}{V_\parallel} \left(\frac{1}{2} + V_\parallel^2 / V_\perp^2\right) \qquad \text{(VII.13)}$$




2MONTE 6059V 802 82071

FIG VII. 2

de l'ordre du rayon de Larmor. Après un tour complet la particule se retrouve à sa position initiale car, la dérive étant toujours dans le même sens, le trajet au-dessus du plan équatorial est exactement compensé par le trajet en dessous [2].
Si la vitesse initiale de la particule ne satisfait pas l'inégalité (VII.10), elle ne parcourt pas tous les angles $\theta$ entre 0 et $2\pi$. Elle est réfléchie pour un angle poloïdal donné par

$$\cos\theta = 1 - \frac{1}{\varepsilon}\frac{v_{\parallel o}^2}{v_{\perp o}^2} \qquad \text{(VII.14)}$$

avec $v_{\parallel o}$ et $v_{\perp o}$ déterminé pour le point de la trajectoire situé en $\theta = 0$.
Pour une telle particule, la trajectoire s'écarte de la surface magnétique d'une distance

$$\Delta r = 2\varepsilon \frac{B_o}{B_\theta}\rho\frac{v_\perp}{v_\parallel}\left(\frac{1}{2} + \frac{v_\parallel^2}{v_\perp^2}\right)(\cos\theta - 1) \qquad \text{(VII.15)}$$

Comme la particule est piégée $\left(\frac{v_\parallel}{v_\perp} \sim \sqrt{\varepsilon}\right)$ l'écart maximum est de l'ordre de

$$\Delta r \sim \rho_\theta \sqrt{\varepsilon} \qquad \text{(VII.16)}$$

$\rho_\theta$ étant le rayon de Larmor de la particule dans le champ poloïdal. Deux exemples de trajectoires sont donnés sur la fig. VII.2.
Ce dernier type de particule est appelée particule "piégée". Elle décrit une trajectoire dite "banane" (leur projection sur une section droite a une forme de banane).

Ces deux classes de particules existent dans une configuration axisymétrique. Du fait du nombre discret de bobines pour créer le champ toroïdal, il existe également une troisième classe de particules (dites localisées). Ces particules ont une excursion limitée dans les deux directions toroïdales et poloïdales. Nous les avons déjà mentionnées précédemment (cf. chapitre VI).

Nous allons étudier maintenant l'effet d'un champ électromagnétique sur une particule confinée dans un champ magnétique statique. Le champ électrique de l'onde est supposé polarisé circulairement dans le sens ionique. Sa fréquence est $f_o = \omega_o/2\pi$. En l'absence de champ électrique nous avons vu que le mouvement de la particule est correctement décrit dans l'approximation du centre guide. Ce mouvement est perturbé si, le long de la trajectoire, la particule traverse une

région où $\omega_o = \ell\omega_c - k_{//} v_{//}$ ( $\ell = 1, 2, \ldots$), $\omega_c$ étant la fréquence cyclotronique locale, et $k_{//}$ le nombre d'onde parallèle au champ statique.

Les équations différentielles qui décrivent l'évolution du rayon de Larmor et de la phase du mouvement cyclotronique peuvent se mettre sous la forme suivante [3]

$$\frac{d}{dt}\rho = \frac{E_+}{B_o}\frac{1}{(\ell-1)!}\frac{1}{2^{\ell-1}}(k_\perp\rho)^{\ell-1}\cos\Psi \qquad \text{(VII.20a)}$$

$$\rho\frac{d}{dt}\Psi = -\frac{E_+}{B_o}\frac{1}{(\ell-1)!}\frac{1}{2^{\ell-1}}(k_\perp\rho)^{\ell-1}\sin\Psi + \ell\rho\frac{d\varphi}{dt} \qquad \text{(VII.20b)}$$

$\Psi$ est la phase entre le mouvement de Larmor et le champ électrique
$E_+$ l'amplitude de la composante ionique du champ électrique et
$k_\perp$ le nombre d'onde perpendiculaire.

Ce système d'équation est valide si le taux de croissance du rayon de Larmor est petit comparé à la fréquence cyclotronique

$$\text{i.e.} \quad \left| \frac{E_+}{B_o}\frac{(k_\perp\rho)^{\ell-2}}{(\ell-1)!\,2^{\ell-1}}\frac{k_\perp}{\omega_c} \right| \ll 1$$

Ce système d'équation a été obtenu en faisant un développement en $k_\perp\rho$ et en ne retenant que le terme dominant. Ceci impose $k_\perp\rho \ll 1$ . Nous avons négligé la composante de champ électrique polarisée dans le sens électronique (d'ordre $(k_\perp\rho)^{\ell+1}$ ) ainsi que le champ magnétique de l'onde. Cette dernière simplification suppose que la vitesse de phase parallèle est grande devant la vitesse de la particule [4] .

La variation de champ magnétique statique le long de la trajectoire apparaît dans le terme $\ell\rho\, d\varphi/dt$ de l'équation (VII.20b). Ce terme représente le désaccord de fréquence entre l'onde et la rotation cyclotronique. Dans cette équation, ce terme est dominant et la variation de phase est due principalement à l'inhomogénéité de champ magnétique. L'équation (VII.20b) peut se réécrire en développant la variation de phase autour de la résonance.

$$\rho\frac{d}{dt}\Psi = \ell\rho(\bar{v}_{//}\cdot\bar{\nabla}\omega_c)(t-t_o) \qquad \text{(VII.21)}$$

La particule satisfait les conditions de résonance à l'instant $t = t_o$.

L'évolution du rayon de Larmor est alors donné par :

$$\frac{d}{dt}\rho = \frac{E_+}{B_0}\frac{1}{(\ell-1)!}\frac{1}{2^{\ell-1}}(k_\perp\rho)^{\ell-1}\cos\left[\ell(\bar{v}_{//}\cdot\bar{\nabla}\omega_c)\frac{(t-t_0)^2}{2}+\ell\varphi_0\right] \quad \text{(VII.22)}$$

On peut mettre en évidence un temps caractéristique de la résonance, $t_{HF}$, qui représente la durée de l'interaction.

L'intégrale

$$I = \int_{t_0}^{t}\cos\left[\ell(\bar{v}_{//}\cdot\bar{\nabla}\omega_c)\frac{(t'-t_0)^2}{2}+\ell\varphi_0\right]dt'$$

pour $t \gg t_0$ , oscille autour d'une valeur asymptotique $I_\infty$ ; nous définirons le temps d'interaction par :

$$t_{HF} = \frac{1}{2}\left[\frac{\pi}{\ell\bar{v}_{//}\cdot\bar{\nabla}\omega_c}\right]^{1/2} \quad \text{(VII.23)}$$

avec

$$I_\infty = t_{HF}(\cos\ell\varphi_0 - \sin\ell\varphi_0)$$

On peut vérifier effectivement que l'on a $t_{HF} \gg \omega_c^{-1}$
A titre d'exemple, un proton résonant à son fondamental doit avoir une énergie parallèle de plusieurs Mev pour satisfaire $t_{HF}\,\omega_c = 1$ dans TFR. Le temps durant lequel la particule reste en résonance avec l'onde est de l'ordre de quelques $t_{HF}$ (de l'ordre de 4 à 6).

On peut conclure de l'analyse précédente que l'interaction d'une particule avec le champ électromagnétique à la résonance cyclotronique ionique est un phénomène long au regard de la rotation de Larmor mais court par rapport au mouvement du centre guide. Si l'on suit le mouvement du centre guide d'une particule, la traversée de la résonance apparaît comme une brusque discontinuité dans l'énergie perpendiculaire.

Pour illustrer cette conclusion, nous avons, à titre d'exemple, intégré numériquement l'équation exacte du mouvement sans faire aucune approximation. Nous avons supposé une configuration magnétique caractéristique d'un tokamak (champ toroïdal + champ poloïdal) et nous avons superposé un champ électrique oscillant polarisé rectilignement le long du grand rayon du tore. La figure VII.3 représente l'évolution dans le temps de l'énergie totale de la particule. Nous avons suivi l'évolution de deux particules différentes, l'une passante (fig. 2.a), l'autre piégée et de plus résonante à la pointe de la banane ($v_{//} \sim 0$). On

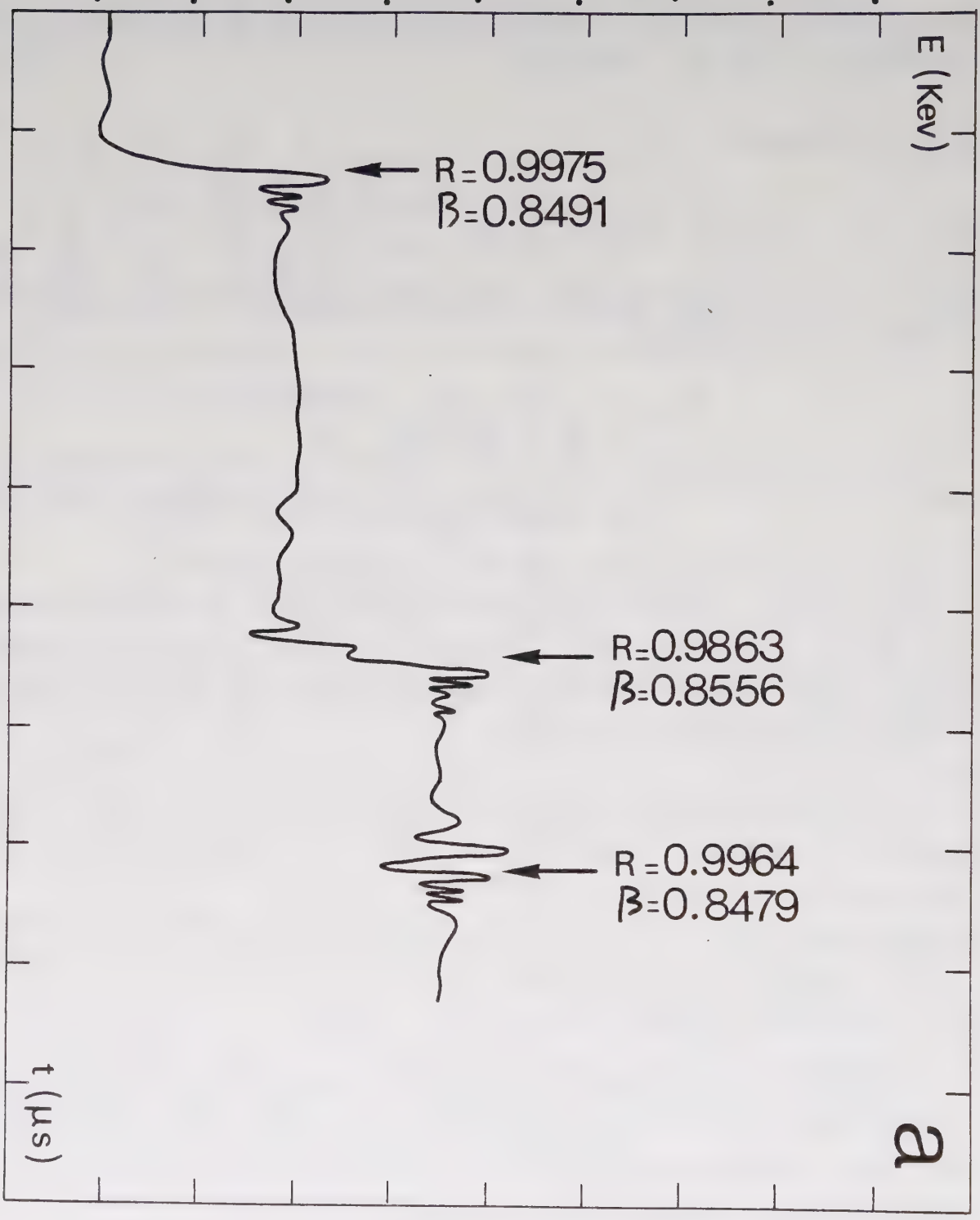

E (Kev)
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
R=0.9975
β=0.8491
R=0.9863
β=0.8556
R=0.9964
β=0.8479
a
t (μs)
5.
10.
20.
25.
30.
35.
40.
45.

FIG VII 3

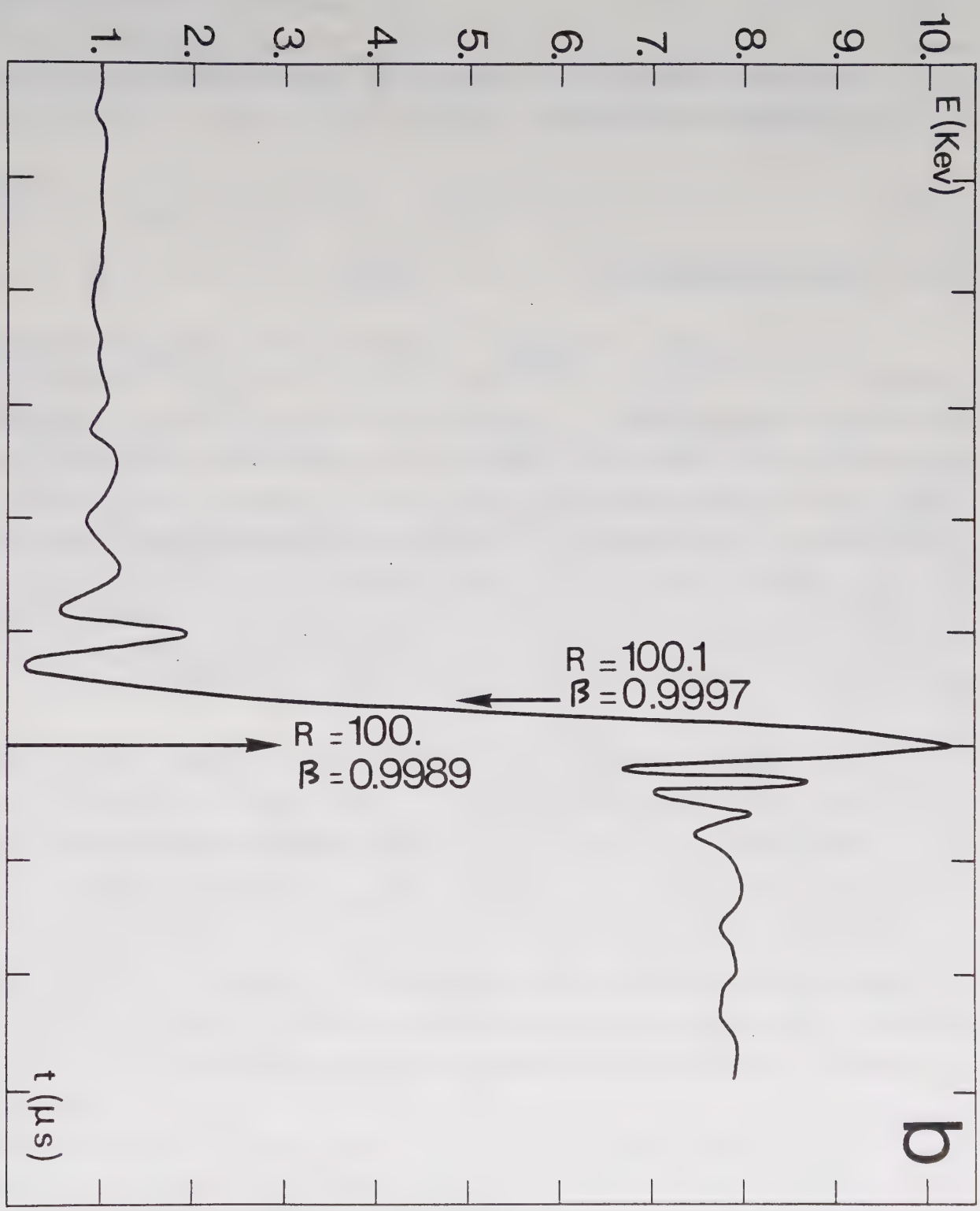

E (Kev)
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
t (μs)
5.
10.
15.
20.
25.
30.
35.
40.
45.
R = 100.1
β = 0.9997
R = 100.
β = 0.9989
b

FIG VII 3

constate que le temps d'interaction de la particule passante est inférieur à la microseconde alors que pour la particule piégée, il est de l'ordre de 5 microsecondes. Pour cette dernière particule, la formule VII.23 donne $t_{HF} = 2,7\ \mu s$ pour une énergie de 5 kev et un rapport $V_\perp/V = 0.9997$. On remarque également que le gain en énergie est beaucoup plus important pour la particule piégée. En effet, $t_{HF}$ est inversement proportionnel à $V_{//}^{V2}$ .

## VII.2 - Procédure Monte Carlo

Nous avons décrit précédemment la dynamique d'une particule individuelle soumise à l'action simultanée d'un champ magnétique statique de confinement et d'une onde électromagnétique à la résonance cyclotronique ionique. Le problème réel que l'on doit traiter est l'évolution d'une population soumise à ces deux forces. De plus, cette population est une partie du plasma et fait des collisions coulombiennes qui introduisent des changements très nombreux dans la population étudiée. L'approche générale d'un tel problème consiste à utiliser l'équation de Fokker-Planck, qui a été discutée par Chandrasekar [5] . En faisant l'hypothèse que les changements produits par les collisions binaires sont petits, on peut évaluer les termes de collisions dans l'équation de Boltzmann :

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \qquad \text{(VII.24)}$$

L'opérateur de collision $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c$ peut se mettre sous la forme :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c = -\bar{\nabla}_v \cdot \left(\langle \Delta\bar{v} \rangle f\right) + \frac{1}{2}\,\bar{\nabla}_v \cdot \left[\bar{\nabla}_v \left(\langle \Delta\bar{v}\,\Delta\bar{v} \rangle f\right)\right] \qquad \text{(VII.25)}$$

Le premier terme représente le ralentissement de la population test sur le plasma cible, le second terme représente la dispersion. Dans le problème qui nous intéresse les coefficients coulombiens sont ceux de Spitzer [6] .

Il faut encore déterminer les coefficients associés au champ électromagnétique. Nous avons vu précédemment que l'interaction HF se produit en un temps court sur une très faible partie de la trajectoire. Cette interaction est donc très similaire à une collision, qui modifie brusquement la quantité de mouvement et l'énergie de la particule. Dans une configuration tokamak, il y a une interaction chaque fois que la particule traverse la couche de résonance. Pour que l'on puisse traiter ces interactions successives comme un processus diffusif, il est

nécessaire que celles-ci soient décorrélées. Nous montrerons un peu plus tard que cette hypothèse est tout à fait raisonnable dans un tokamak où les collisions coulombiennes sont très fréquentes.

A partir de ces hypothèses, Stix a établi l'équation de Fokker-Planck complète, en dérivant le terme de diffusion HF. Celui-ci peut s'écrire [7]

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{HF} = \sum_{m,n} Q_{m,n}\, \delta\left[\omega_c - \left(\frac{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}}{n}\right)\right] R_m(f) \qquad \text{(VII.26)}$$

avec

$$\sum_{m,n} Q_{m,n}\, v_{\perp}^{2m} = \frac{\pi Z^2 e^2}{8 m_i^2 |n|} E_+^2 \left| J_{n-1}(k_{\perp} \rho) \right|^2 \qquad \text{(VII.27)}$$

$$R_m(f) = (1-\eta^2)^{m+1} \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} v^{2m+1} \frac{\partial}{\partial v} v f +$$

$$v^{2m-2} \frac{\partial}{\partial \eta} \eta (1-\eta^2)^{m+1} \frac{\partial}{\partial \eta} \eta f - v^{2m-2} \frac{\partial}{\partial \eta} \eta (1-\eta^2)^{m+1} \frac{\partial}{\partial v} v f$$

$$- v^{2m-2} (1-\eta^2)^{m+1} \frac{\partial}{\partial \eta} \eta \frac{\partial}{\partial v} v f - 2m (1-\eta^2)^{m+1} v^{2m-2} \frac{\partial}{\partial \eta} \eta f \qquad \text{(VII.28)}$$

avec $\eta$ définie par

$$\eta^2 \equiv 1 - v_{\perp}^2 / v^2$$

La formule (VII.26) donne le terme de diffusion pour l'étude d'un harmonique quelconque. Il apparaît clairement que la résolution même numérique d'une telle équation est extrêmement laborieuse. Stix a toutefois abordé la résolution en supprimant la dépendance angulaire, et en recherchant une solution stationnaire. L'intérêt de ce résultat est de mettre en évidence sur une expression analytique le rôle de la puissance de l'onde. Cependant les défauts majeurs de cette analyse se situent sur deux plans : d'une part la diffusion dans l'espace réel n'est pas prise en compte, d'autre part l'anisotropie en vitesse peut être très importante car le chauffage cyclotronique augmente préférentiellement l'énergie perpendiculaire.

Il existe un moyen de résoudre l'équation de Fokker-Planck autrement qu'en résolvant l'équation (VII.25). Cette méthode fait appel à l'utilisation d'une procédure Monte-Carlo. Une procédure Monte-Carlo peut être utiliser pour résoudre tout problème où il est possible d'établir une équivalence entre le résultat souhaité et le comportement attendu d'un système stochastique [8] . Cette technique s'applique particulièrement bien à la résolution d'une équation de diffusion comme l'équation de Fokker-Planck. Une méthode Monte-Carlo est

une méthode qui utilise les nombres aléatoires pour résoudre un problème donné. Considérons notre problème et analysons comment on peut faire appel à des nombres aléatoires.

Nous avons à étudier la diffusion dans l'espace des phases d'une assemblée de particules soumises à trois contraintes :

- un certain nombre de forces à caractère déterministe qui régissent le mouvement de chacune des particules de la population
- une diffusion dans l'espace des vitesses de chaque particule sous l'action des collisions coulombiennes
- une diffusion dans l'espace des phases due au champ électromagnétique.

Pour suivre l'évolution d'une population, nous allons étudier les trajectoires individuelles d'une assemblée initiale de particules. Le caractère probabiliste de leur trajectoire sera introduit en utilisant des nombres aléatoires pour décrire la diffusion coulombienne et l'interaction avec le champ HF. Les trajectoires sont décrites sur le mouvement du centre guide. Considérons une assemblée de particules identiques initialisées au même point de l'espace des phases et suivons leur mouvement pendant un temps t. Leur mouvement est déterminé par les forcées qui agissent sur elles. On peut écrire le système d'équations différentielles qui régit leur mouvement

$$\frac{d\bar{R}}{dt} = \bar{V}_{//} + \bar{V}_D' + \bar{V}_D'' \qquad \text{(VII.29a)}$$

$$\frac{d\bar{V}_{//}}{dt} = -\frac{V_\perp^2}{2}\,\frac{\bar{B}\cdot[(\bar{B}\cdot\bar{\nabla})\bar{B}]}{B^2} + \langle \Delta\bar{V}_e \rangle \qquad \text{(VII.29b)}$$

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -m\,\nu\,\langle \Delta V_e \rangle \qquad \text{(VII.29c)}$$

L'équation 29.a représente le mouvement de la particule le long de la ligne de champ magnétique, auquel on superpose les dérives supposées constantes (form. VII.5 et VII.6). L'équation 29.b donne l'évolution de la vitesse parallèle due à l'inhomogénéité de champ magnétique. On ajoute également une friction sur les particules cibles constituant le plasma. En effet, dans leur interaction avec la matière environnante les particules tests échangent de la quantité de mouvement avec le plasma $\langle \Delta V_e \rangle$ est le taux de variation de la vitesse par unité de temps. C'est un terme homogène à une accélération. C'est pourquoi, on le trouve dans l'équation 29b. La dernière équation traduit la conservation de l'énergie totale du système particule test-plasma. L'intégration de ce système

pendant un temps t amène l'ensemble des particules en une nouvelle position de l'espace des phases $(\bar{R}', v_{//}', \mathcal{E}')$ . On sait cependant que, du fait des collisions coulombiennes, on doit trouver une certaine dispersion à l'arrivée. Cette dispersion est données par les seconds termes de Spitzer $\langle \Delta v_\ell^2 \rangle$ et $\langle \Delta v_t^2 \rangle$ . Les particules sont distribuées suivant une loi de probabilité gaussienne autour de $(\bar{R}', v_{//}', \mathcal{E}')$ . Nous considérons uniquement la diffusion dans l'espace des vitesses. La densité de probabilité est donnée par

$$P(\Delta \bar{v}) = \frac{1}{2\pi \sigma_\ell \sigma_t} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta \bar{v}}{\sigma_\ell} \cdot \frac{\bar{v}}{|v|}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{\Delta v_t^2}{\sigma_t^2}\right] \qquad \text{(VII.30)}$$

avec

$$\sigma_\ell^2 = \langle \Delta v_\ell^2 \rangle t \quad ; \quad \sigma_t^2 = \langle \Delta v_t^2 \rangle t$$

$\Delta \bar{v} = \bar{v}_f - v'$ si $\bar{v}_f$ est le vecteur vitesse réel

$$\Delta v_\ell = \Delta \bar{v} \cdot \frac{\bar{v}'}{|v'|} \quad ; \quad \Delta v_t = \left| \Delta \bar{v} - \Delta v_\ell \frac{\bar{v}'}{|v'|} \right|$$

Si l'on a suivi un grand nombre de particules, on décrira bien la réalité de leur dispersion ( . . . . . Ce code Monte Carlo a été élaboré initialement pour l'étude de l'injection de neutre rapide [18] . Nous l'avons adapté au problème HF.

Il reste maintenant à prendre en compte l'interaction avec le champ HF. Nous avons déjà souligné le fait que l'interaction HF est très localisée dans le temps et dans l'espace. En utilisant ce résultat, nous traitons l'interaction avec l'onde comme un processus discontinu. La particule est suivie dans sa trajectoire du centre guide. A un certain instant t elle intercepte la zone de résonance. Sa vitesse parallèle satisfait la relation $\omega_o = \ell \omega_c - k_{//} v_{//}$ . A cet instant, on modifie la vitesse perpendiculaire de la particule en intégrant la relation VII.22. Le nouveau rayon de Larmor de la particule est, après interaction :

$$\left.\begin{aligned} \rho &= \rho_o \exp[A_\ell] \qquad \ell = 2 \\ \rho^{2-\ell} &= \left| \rho_o^{2-\ell} - (\ell-2) A_\ell \right| \qquad \ell \neq 2 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VII.31)}$$

avec $$A_\ell = \frac{E_+}{B_0} k_\perp^{\ell-1} \frac{2^{2-\ell}}{(\ell-1)!} t_{HF} (\cos \ell\varphi_0 - \sin \ell\varphi_0) \qquad \text{(VII.32)}$$

La phase $\varphi_0$ est la phase entre le champ électromagnétique et le mouvement de la particule sur son orbite de Larmor, au moment de l'interaction. La connaissance exacte de cette phase nécessitant l'intégration d'une équation supplémentaire :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_c(t) - \omega + \bar{k} \cdot \bar{v}_G \qquad \text{(VII.33)}$$

$\omega_c(t)$ est la fréquence cyclotronique locale, $\bar{v}_G$ la vitesse du centre guide $\omega$ et $\bar{k}$ la pulsation et le vecteur d'onde du champ électromagnétique.

Considérons le cas d'une particule passante. Le temps entre deux interactions consécutives avec le champ électromagnétique est $\tau_p \sim \pi R q / v_G$ , temps caractéristique pour une particule pour faire un demi tour poloïdal. Du fait des collisions coulombiennes, la vitesse de la particule subit des fluctuations. Celles-ci induisent une erreur sur $\tau_p$ donnée par

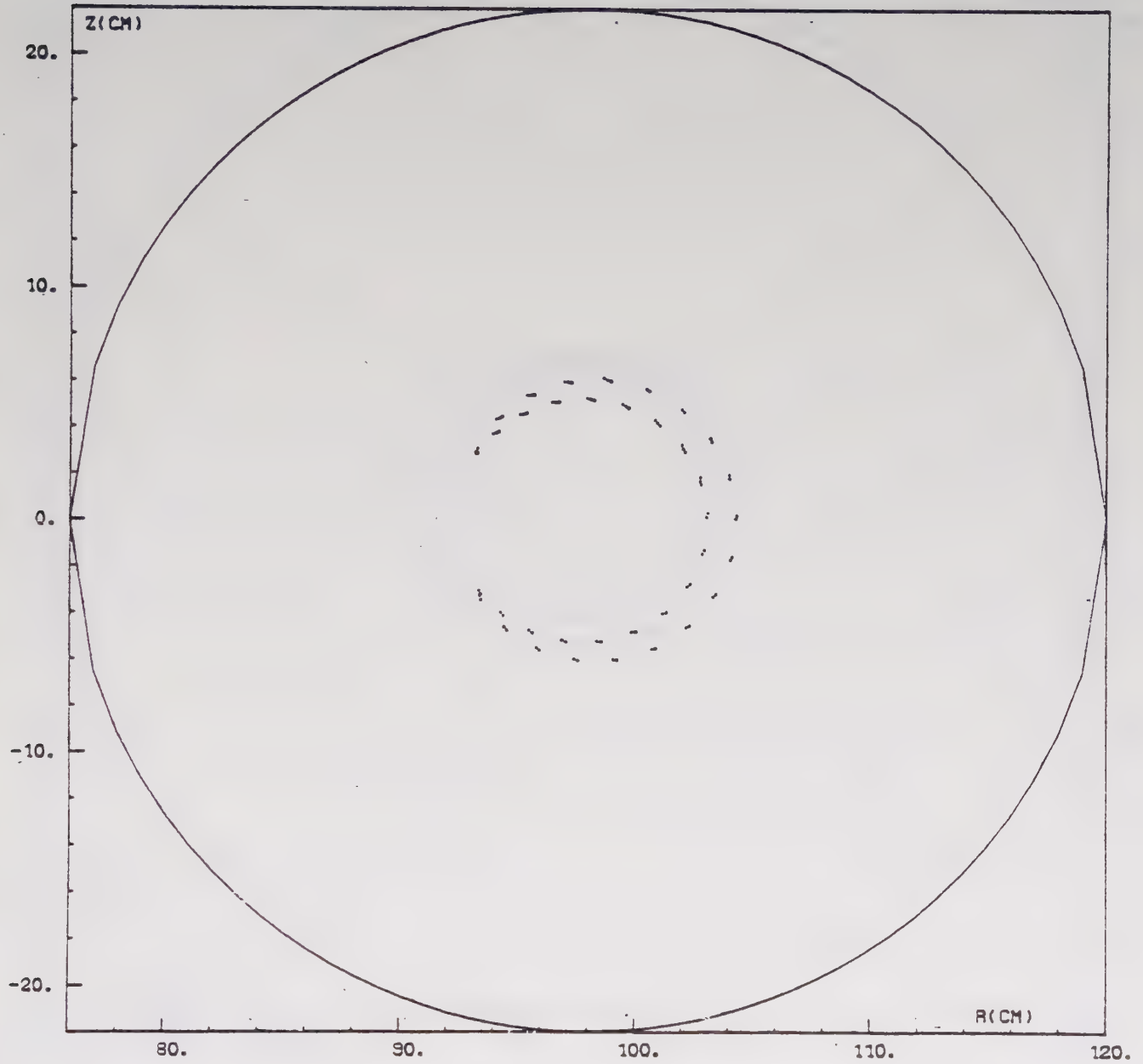
$$\Delta\tau_p \sim \pi R q \frac{\langle \Delta v_p^2 \rangle^{1/2}}{v_{//}^2} \tau_p^{1/2} \qquad \text{(VII.34)}$$

On peut vérifier très facilement que ce temps est grand devant une période de Larmor. L'erreur sur la phase est donc importante, et l'intégration de l'équation VII.33 n'aurait aucun sens car les collisions coulombiennes introduisent une "perte de mémoire" de la particule. La fréquence caractéristique de perte de phase est environ 10 % de la fréquence cyclotronique. Le gain en énergie à chaque interaction est déterminé alors en définissant une phase $\varphi_0$ au hasard, uniformément répartie entre 0 et $2\pi$ . Ceci introduit une deuxième variable aléatoire.

Nous sommes maintenant capable de suivre l'évolution d'une assemblée de particules et de déterminer la dynamique du chauffage, en tenant compte des collisions. Les figures VII.4 illustrent cette dynamique et mettent en évidence le rôle extrêmement important des collisions. La figure VII.4a montre la trajectoire d'une particule trappée quand on néglige les collisions coulombiennes. Cette particule n'est pas soumise à l'action du champ HF. Elle décrit donc une trajectoire banane caractéristique (le rapport $v_\perp/v$ initial est de 0.95).
On ajoute maintenant l'effet de l'onde électromagnétique (fig. VII.4b). La trajectoire peut devenir passante si lors de l'interaction HF, son rayon de Larmor diminue. Mais au cours des interactions successives, le rayon de Larmor

B=3.96T IP=250KA NE=12.1 TE=1. TI=.8 AP=1.95 NCO ********** R=103 Z=00

TRAJECTOIRE SANS INTERACTION HF EC=1KEV BETA=.95 SIGN=+ ** TRAJECTOIRE N= 1



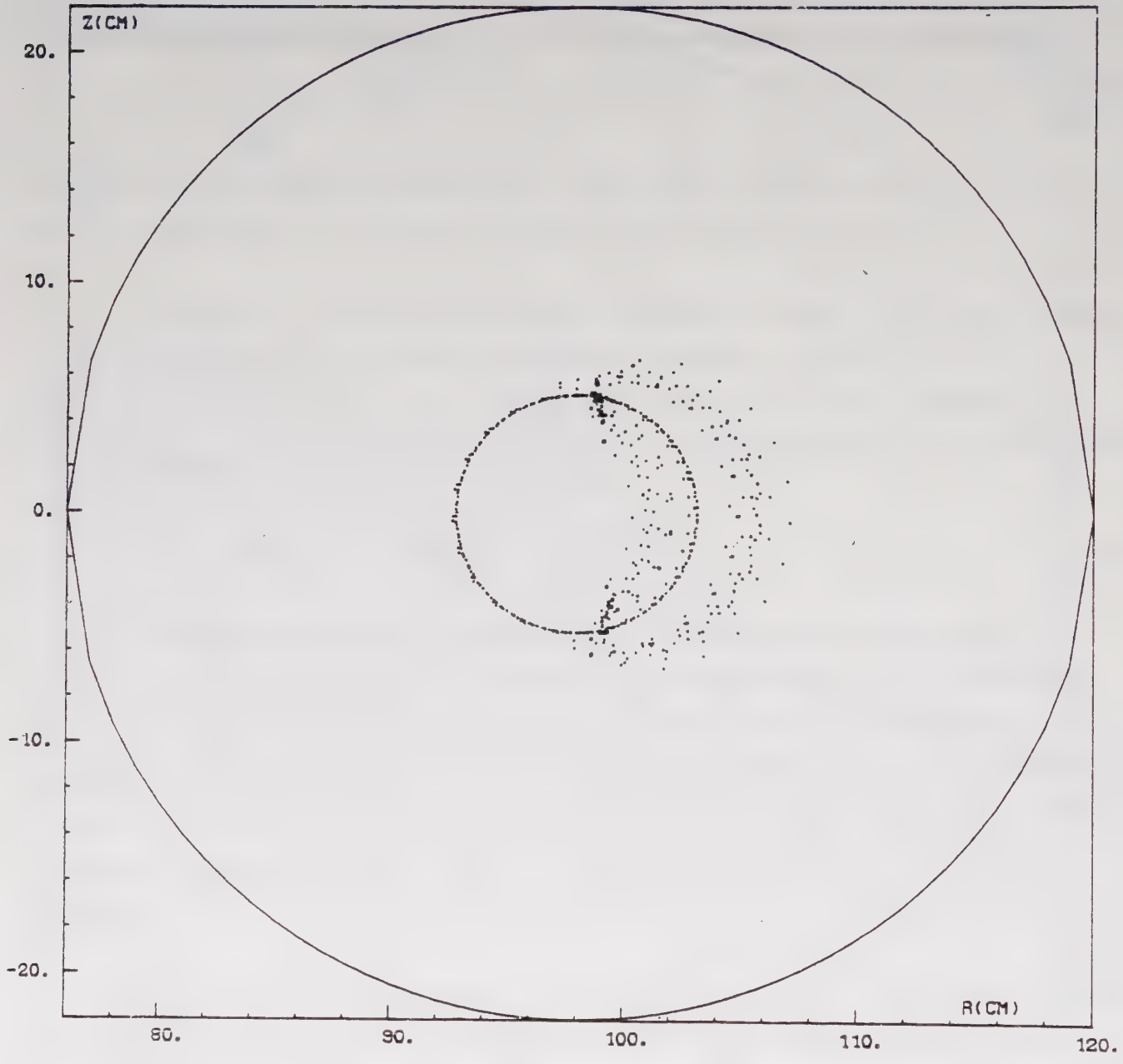

RHO 1392E 802 81008

BENSON Créteil 899-10-90-191 320 201 25-80

FIG .VII.4 a

B=3.96T IP=250KA NE=12.1 TE=1. TI=.8 SP=1.95 NCD ********** R=103 Z=00

F=60MHZ E=30V/CM K//=.1 K =.5 EC=1KEV BETA=.95 SIGN=+ ***** TRAJECTOIRE N= 1



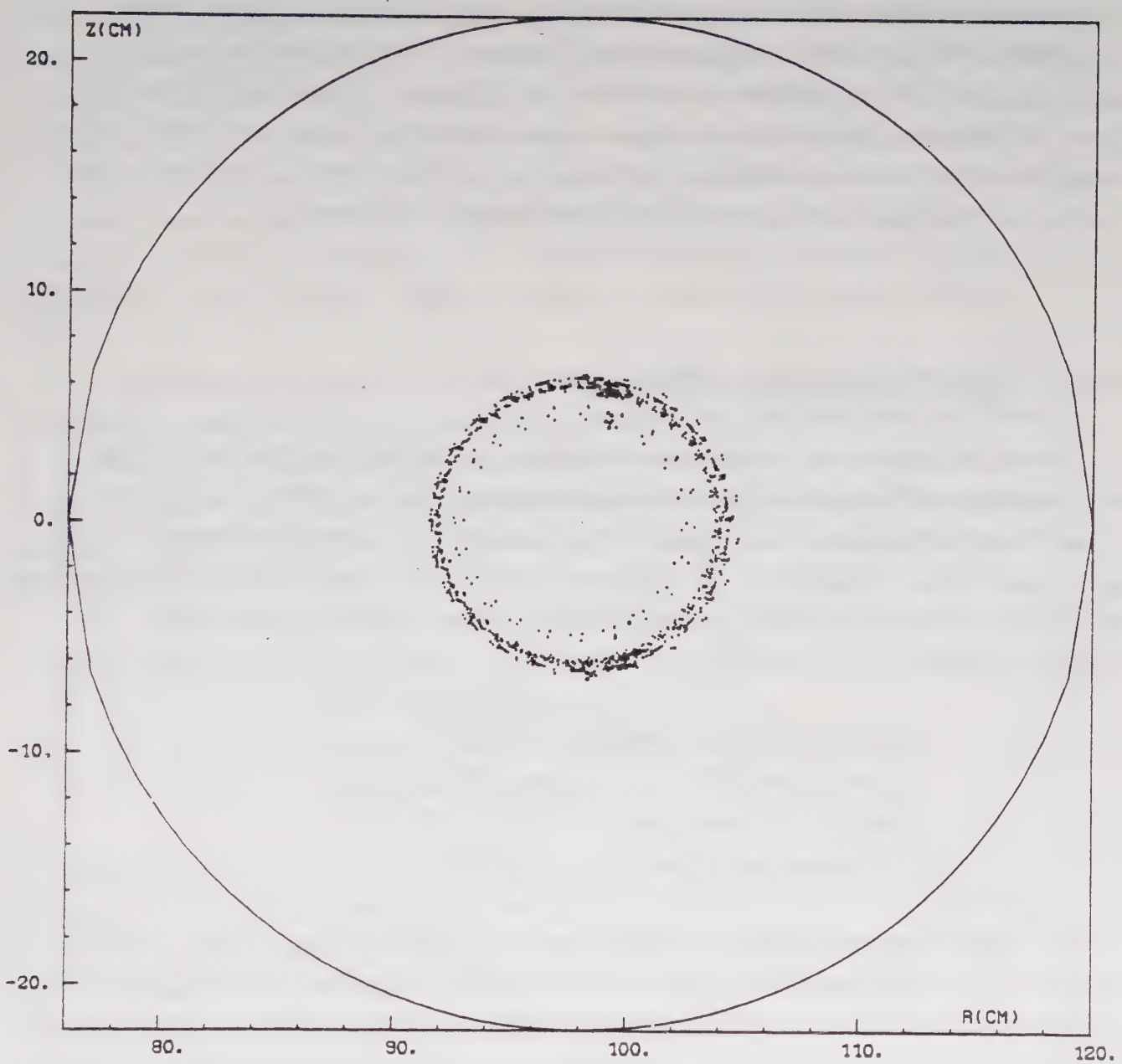

HO 0723E 802 81006

BENSON Créteil 899-1

FIG VII.4.b

B=3.96T IP=250KA NE=12.1 TE=1. TI=.8 AP=1.95 ACD MINOR=H/D ** R=103 Z=00

F=60MHZ E=30V/CM K//=.1 K =.5 EC=1KEV BETA=.95 SIGN=+ ***** TRAJECTOIRE N= 1




RHO 2265E 802 81014

BENSON Créteil 899-10-90-191 320 201 25-80

FIG VII.4.c

croît. La particule voit son rapport $v_\perp/v$ croître avec le temps. La situation d'équilibre est atteinte quand la pointe de la banane devient tangente à la résonance cyclotronique. Si maintenant, on tient compte des collisions (fig. VII.4c) la situation est beaucoup plus confuse. Les collisions coulombiennes introduisant une dispersion en vitesse, la particule ne reste pas piégée, malgré la présence du champ HF. Elle décrit alors une trajectoire qui a une largeur finie autour d'une surface magnétique. La largeur de la trajectoire est due au dépiégeage sur les différentes régions de la banane. L'interaction avec le champ HF introduit une diffusion anormale des particules. Une étude Monte Carlo a également été faite par Whang et Morales [9] . Ils arrivent à une conclusion similaire, bien que leur approche soit complètement différente.

## VII.3 - Cas de la conversion de Mode

Nous allons nous intéresser maintenant au cas du chauffage en régime de conversion de mode. Nous avons dit précédemment que ce régime semble être le meilleur du point de vue du chauffage. Toutefois, il semble fortement limité par l'apparition d'impuretés qui rayonnent une fraction importante de la puissance. Nous allons étudier quelques trajectoires de protons dans ces conditions. Les caractéristiques du plasma sont :

| | | |
|---|---|---|
| champ magnétique toroïdal | : | 4,5 T |
| courant plasma | : | 200 KA |
| densité électronique | : | $1.5\ 10^{14} cm^{-3}$ |
| fréquence de l'onde | : | 60 MHz |

Afin de rendre compte le mieux possible de la réalité, il est important de choisir les caractéristiques de l'onde de manière réaliste. Compte tenu du régime dans lequel nous travaillons (conversion de mode) le nombre d'onde perpendiculaire est pris égal à 5 $cm^{-1}$, constant dans tout le plasma. Ceci n'est certes pas cohérent. Cependant, comme nous le verrons, la zone d'interaction HF est relativement localisée. Dans la région où les particules sont résonantes ($R > 108$ cm), cette valeur n'est pas déraisonnable (cf. courbes de dispersion du chapitre 3). Nous nous intéressons essentiellement à l'interaction avec l'onde lente, qui a une polarisation correcte. Nous imposons également à l'onde une valeur de $k_z$ (aligné avec le champ toroïdal) de 0.1 $cm^{-1}$. Du fait de la transformée rotationnelle, le $k_{//}$ varie par contre entre 0 et 0.3 $cm^{-1}$.

Le dernier paramètre qu'il nous reste à fixer est l'amplitude du champ électrique. Nous allons donner des résultats obtenus pour deux cas extrêmes
- a) E = 10 V/cm
  b) E = 100 V/cm.

Cette valeur de champ électrique est celle attribuée à la composante polarisée circulairement dans le sens des ions. Ceci correspond en fait à une différence de 2 ordres de grandeur sur les puissances. Il est extrêmement difficile à l'heure actuelle de donner une valeur exacte du champ électrique. Les mesures de fluctuation de densité faite avec un laser $CO_2$ donneraient, sous certaines hypothèses, une valeur de 40 V/cm pour 100 KW de puissance injectée, à une distance de plusieurs centimètres de la résonance hybride. Les deux valeurs de champ électrique que nous prenons encadrent cette valeur expérimentale.

Considérons d'abord le cas du champ électrique faible. Différentes trajectoires sont montrées figure VII.6. Les trajectoires semblent peu modifiées par le champ HF. Le phénomène dominant semble être les collisions coulombiennes qui introduisent une large diffusion dans l'espace réel. On peut déterminer la puissance gagnée au cours des interactions HF successives. Cette puissance est respectivement :

pour la particule 1 : 58 ev en 1 ms soit $9.3\ 10^{-15}$ W
" " " 2 : 205 ev en 0.6 ms soit $5.5\ 10^{-14}$ W
" " " 3 : 208 ev en 0.8 ms soit $4.2\ 10^{-14}$ W
" " " 4 : 100 ev en 1.8 ms soit $8.9\ 10^{-15}$ W

En supposant une densité de protons de $1.5\ 10^{13} cm^{-3}$ (ce qui correspond à la densité à 14 cm pour une densité au centre de $3\ 10^{13} cm^{-3}$) ceci correspondrait à une puissance moyenne de 0.4 $Wcm^{-3}$. Cette valeur de puissance moyenne n'est pas à prendre comme étant une valeur exacte. La statistique est largement insuffisante. Elle est toutefois indicative. En plus de cette puissance absorbée par les particules, l'analyse des résultats montre que les particules restent à très faible énergie. L'énergie maximum atteinte après les différentes interactions HF ne dépasse pas 500 ev. On ne voit absolument pas la formation d'une queue suprathermique importante. Les collisions dominent trop le processus de chauffage.

Considérons maintenant le cas du champ électrique élevé (100 V/cm). Le tableau suivant donne les valeurs de l'énergie absorbée par la particule ($E_{HF}$), l'énergie finale de la particule ($E_f$), l'énergie transférée au plasma ($E_p$),

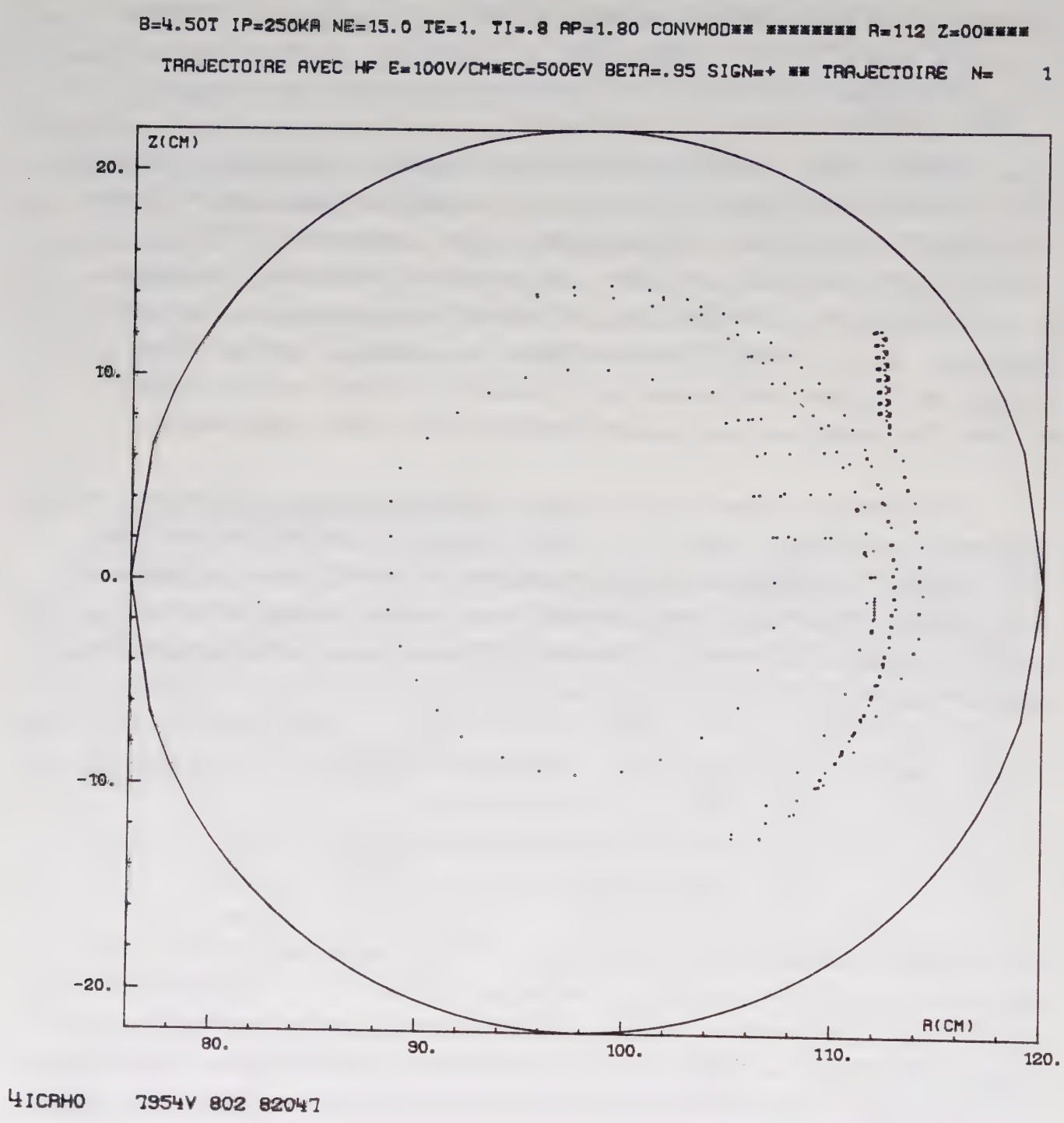
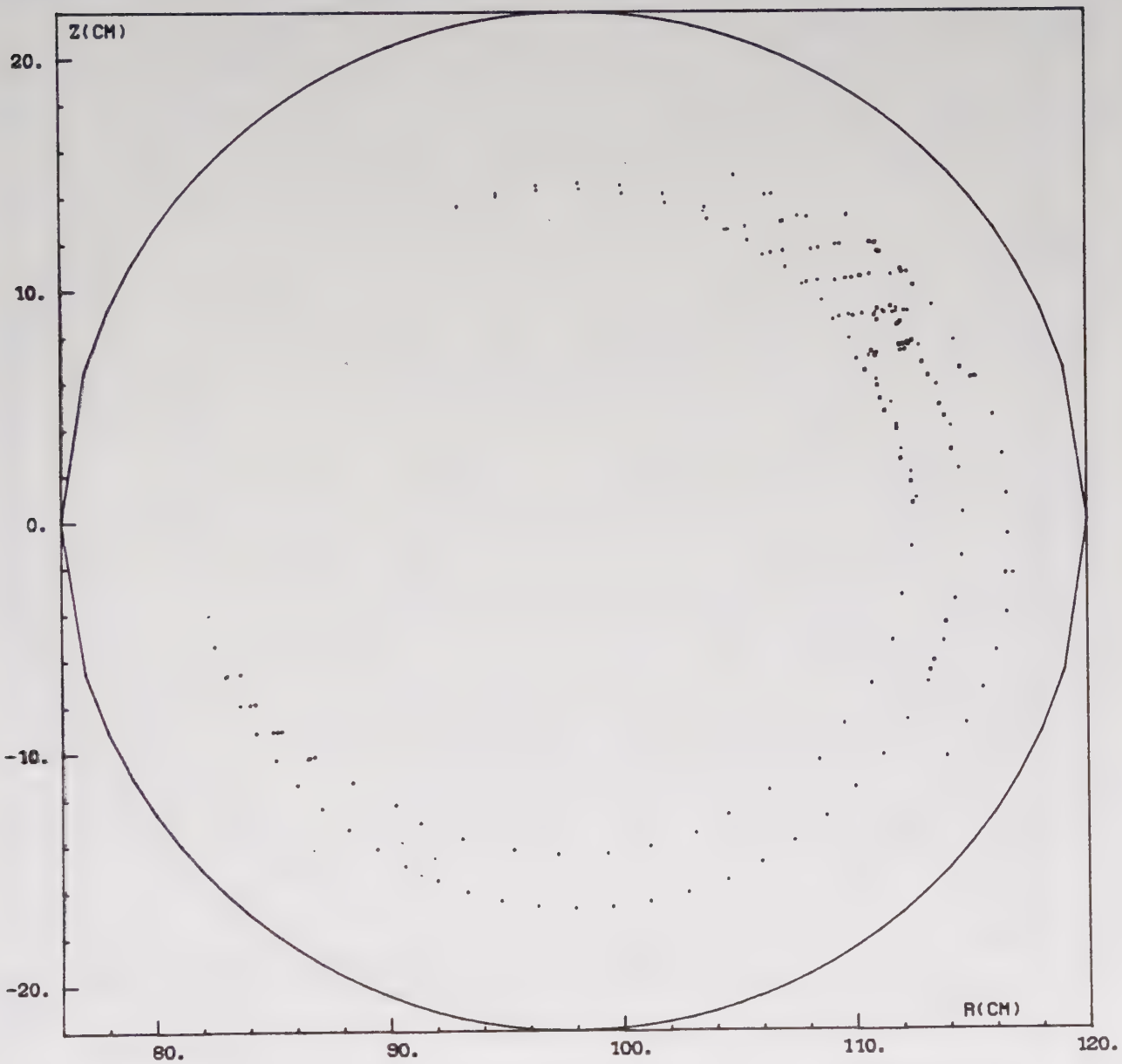

B=4.50T IP=250KA NE=15.0 TE=1. TI=.8 RP=1.80 CONVMOD** ******** R=112 Z=00****
TRAJECTOIRE AVEC HF E=100V/CM*EC=500EV BETA=.95 SIGN=+ ** TRAJECTOIRE N= 1
Z(CM)
20.
10.
0.
-10.
-20.
80.
90.
100.
110.
120.
R(CM)
4ICRH0 7954V 802 82047

FIG. VII. 5

B=4.50T IP=250KA NE=15.0 TE=1. TI=.8 RP=1.80 CONVMOD** ******** R=112 Z=00****

TRAJECTOIRE AVEC HF E=10V/CM*EC=500EV BETA=.95 SIGN=+ ** TRAJECTOIRE N= 1




NTE 4513V 802 82049

FIG. VII.6 a

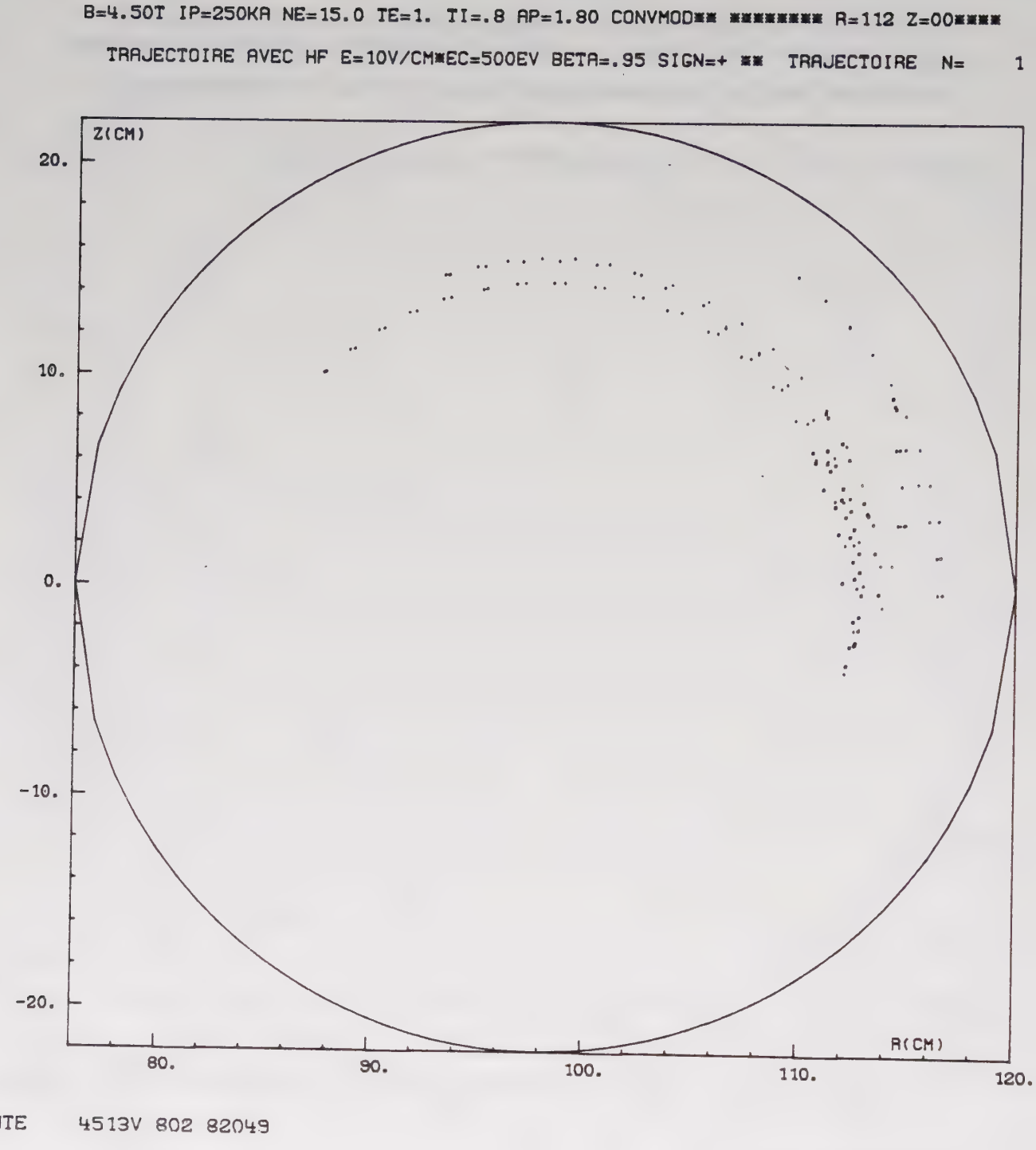
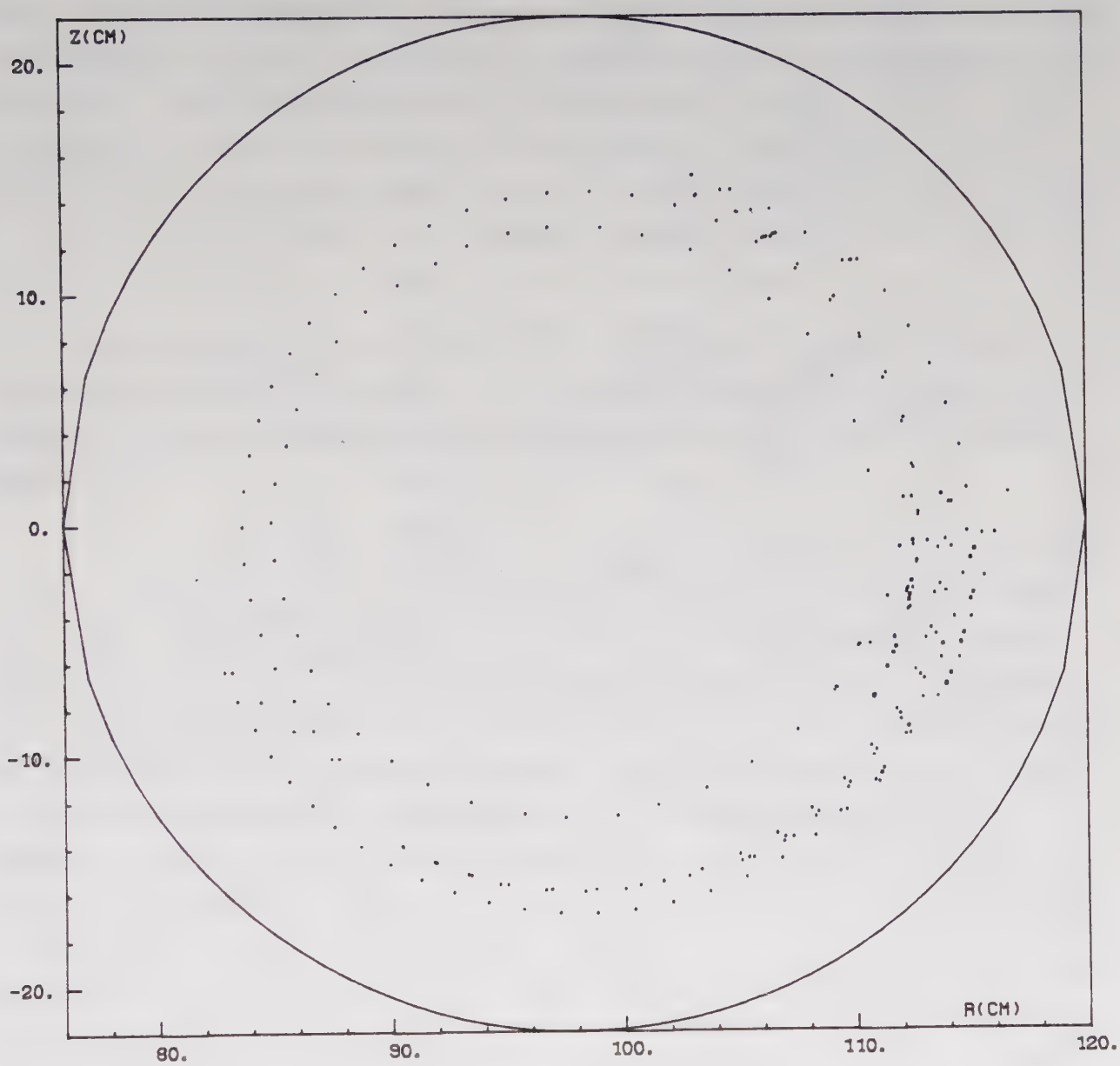

B=4.50T IP=250KA NE=15.0 TE=1. TI=.8 AP=1.80 CONVMOD** ******** R=112 Z=00****
TRAJECTOIRE AVEC HF E=10V/CM*EC=500EV BETA=.95 SIGN=+ ** TRAJECTOIRE N= 1
Z(CM)
20.
10.
0.
-10.
-20.
80.
90.
100.
110.
120.
R(CM)
NTE 4513V 802 82049

FIG. VII. 6 b

B=4.50T IP=250KA NE=15.0 TE=1. TI=.8 AP=1.80 CONVMOD** ******** R=112 Z=00****

TRAJECTOIRE AVEC HF E=10V/CM*EC=500EV BETA=.95 SIGN=+ ** TRAJECTOIRE N= 1




1MONTE 4513V 802 82049

FIG. VII.6 c

ainsi que le temps pendant lequel on a suivi la particule (t). On en déduit une puissance de chauffage $P = E_p t^{-1}$.

| Part. N° | $E_{HF}$ Kev | Ef Kev | $E_p$ Kev | t ms | P $10^{-13}$ W |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 69.35 | 69.22 | 0.13 | 0.53 | 0.39 |
| 2 | 31.06 | 28.46 | 2.6 | 3.4 | 1.2 |
| 3 | 122.64 | 121.2 | 1.44 | 0.35 | 6.6 |
| 4 | 112.05 | 109.97 | 2.09 | 0.5 | 6.7 |
| 5 | 1.51 | 0.01 | 1.50 | 0.89 | 2.7 |
| 6 | 67.12 | 64.94 | 2.48 | 1.76 | 2.3 |
| 7 | 249.1 | 248.61 | 0.47 | 0.9 | 0.84 |
| 8 | 46.63 | 44.68 | 1.95 | 0.53 | 5.9 |
| 9 | - 0.166 | 0.005 | - 0.161 | 0.29 | - 0.92 |
| 10 | 57.79 | 56.9 | 0.89 | 0.56 | 2.5 |
| 11 | 12.15 | 10.79 | 1.36 | 1.44 | 1.5 |
| 12 | 13.23 | 11.05 | 2.18 | 0.5 | 7. |
| 13 | 10. | 9.71 | 0.29 | 0.7 | 0.66 |
| 14 | 28.14 | 27.13 | 1.01 | 0.08 | 20. |

$\bar{P} = 6.15\ \text{Wcm}^{-3}$ ; $\bar{\sigma} = 7.9\ \text{Wcm}^{-3}$

L'analyse de ce tableau conduit à faire plusieurs remarques. Tout d'abord l'énergie finale prise par les particules est très élevée. Contrairement à ce que l'on observe dans le cas à faible champ électrique, on s'attend à une déformation importante de la fonction de distribution des protons. Deuxièmement, la puissance transférée au plasma est significative. Le rôle des collisions est prépondérant car elles permettent un chauffage effectif du plasma. Dans le cas étudié, la puissance absorbée par le plasma est d'environ 6 $Wcm^{-3}$. Si l'on se souvient des valeurs indiquées dans le chapitre VI, cette valeur de 6 $Wcm^{-3}$ semble élevée. Ceci correspond à une puissance totale absorbée de 3.6 MW, valeur qui n'a jamais été atteinte dans les expériences, mais aussi à une puissance HF nécessaire de 170 MW !

Si l'on analyse plus en détail les trajectoires, on constate que le processus de chauffage des protons est un processus explosif. En effet, la relation VII.23 montre que le temps de chauffage que nous avons défini varie comme $v_{//}^{-1/2}$

Nous avons illustré cet effet à l'aide de la figure VII.4b. Cette figure montre la trajectoire d'une particule quand on néglige les collisions. On constate, comme nous l'avons déjà dit que la particule se trouve piégée et que le rapport $v_\perp / v$ est tel que la pointe de la banane vient juste sur la résonance. Dans le cas où la trajectoire est plus excentrée, la particule peut être piégée dans les miroirs locaux, comme le montre la figure VII.5. Dans ces conditions la particule est déconfinée. La situation la plus instable est celle pour laquelle la particule est justement piégée sur la résonance cyclotronique, auquel cas elle reste en interaction avec l'onde et voit son énergie perpendiculaire croître très vite. Ceci explique les énergies très élevées atteintes par les particules. Sur les 14 particules mentionnées dans le tableau, deux seulement ne sont pas piégées dans les miroirs locaux (particule n° 5 et particule n° 9). Néanmoins, ces particules sortent de la configuration magnétique car le champ HF a fortement augmenté leur diffusion dans l'espace réel.

Le dernier point qui ressort de cette étude de trajectoire est une évaluation de l'efficacité du chauffage. Nous avons précisé dans le chapitre VI que les mesures expérimentales mettaient en évidence un désaccord entre la puissance transférée au plasma mesurée par la puissance débitée par le générateur et la puissance que l'on retrouve dans le plasma sous forme d'énergie thermique. Le tableau précédent permet d'avancer une explication possible. La puissance délivrée par le générateur est effectivement absorbée par les particules.

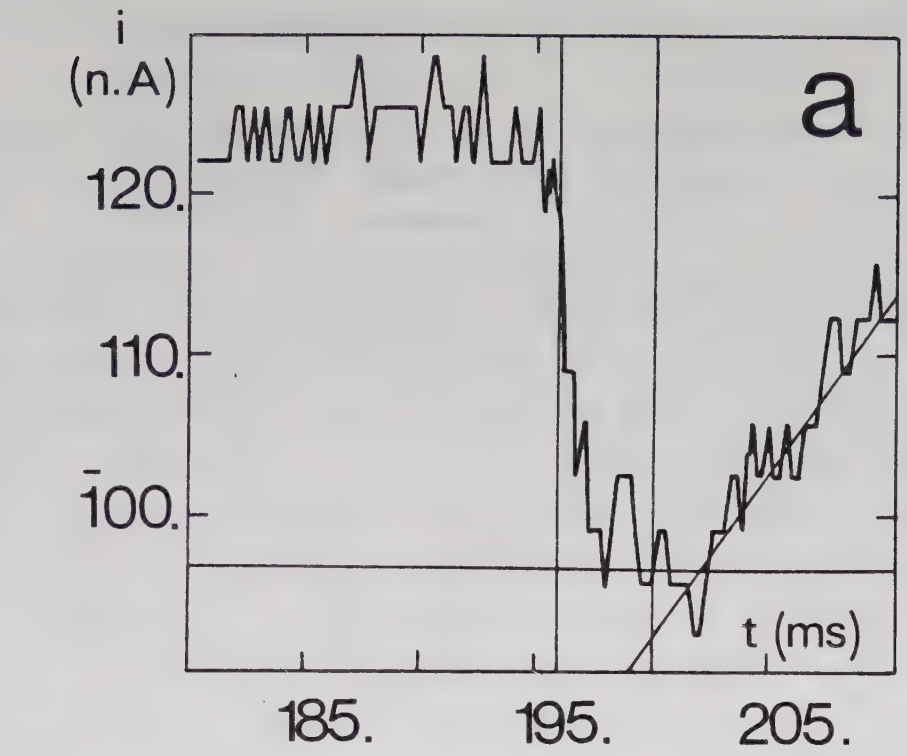
Mais nous avons vu que sous l'effet du champ électrique les particules sont déconfinées et sortent de la configuration magnétique en emportant une énergie importante. Avec les chiffres du tableau, la puissance absorbée par les particules seraient de 280 $Wcm^{-3}$ alors que la puissance transférée au plasma n'est que de 6,2 $Wcm^{-3}$. Seulement 2 % de la puissance HF est utilisé efficacement pour chauffer le plasma !

Il apparaît clairement qu'une valeur de 100 V/cm pour le champ électrique est une valeur beaucoup trop importante et ne conduit pas à des résultats réalistes. L'intérêt de cette valeur élevée est de bien mettre en évidence les effets de la HF sur le confinement. Il ressort nettement de cette étude que la valeur du champ électrique est une donnée critique pour une analyse fine des résultats. En particulier, la production d'impuretés par les particules rapides déconfinées dépend de manière très sensible de l'énergie de ces particules. La pulvérisation d'atomes lourds par des protons présente un maximum pour une énergie incidente de plusieurs kev puis redécroît pour les très hautes énergies [10] .

## VII.4 - Résonance d'impuretés

L'analyse que nous avons faite jusqu'à présent du chauffage cyclotronique ionique prenait en compte uniquement les ions dominants du plasma (hydrogène et deutérium). Nous allons nous intéresser maintenant au rôle des impuretés dans ce chauffage.

Lors d'une série d'expérience faite à 4,5 T dans un plasma de haute densité, on a varié la composition isotopique du plasma. Les signaux X-Mous ont alors mis en évidence un comportement pathologique pour une valeur précise du rapport $n_H/n_D$. Les deux courbes de la figure VII.7 illustrent ce comportement. La courbe VII.7a montre l'évolution en fonction du temps du courant débité par une diode mesurant le flux X-mous provenant d'une corde centrale. On constate qu'à l'instant où l'on applique l'impulsion HF ce courant diminue indiquant une diminution du flux qui tombe sur la diode. Par contre la température des électrons déduite du flux X-Mous par la technique des absorbants montre un chauffage immédiat des électrons. Il faut rappeler que le flux X-Mous reçu sur une diode peut s'écrire :


i
(n.A)
120.
110.
100.
a
t (ms)
185.
195.
205.

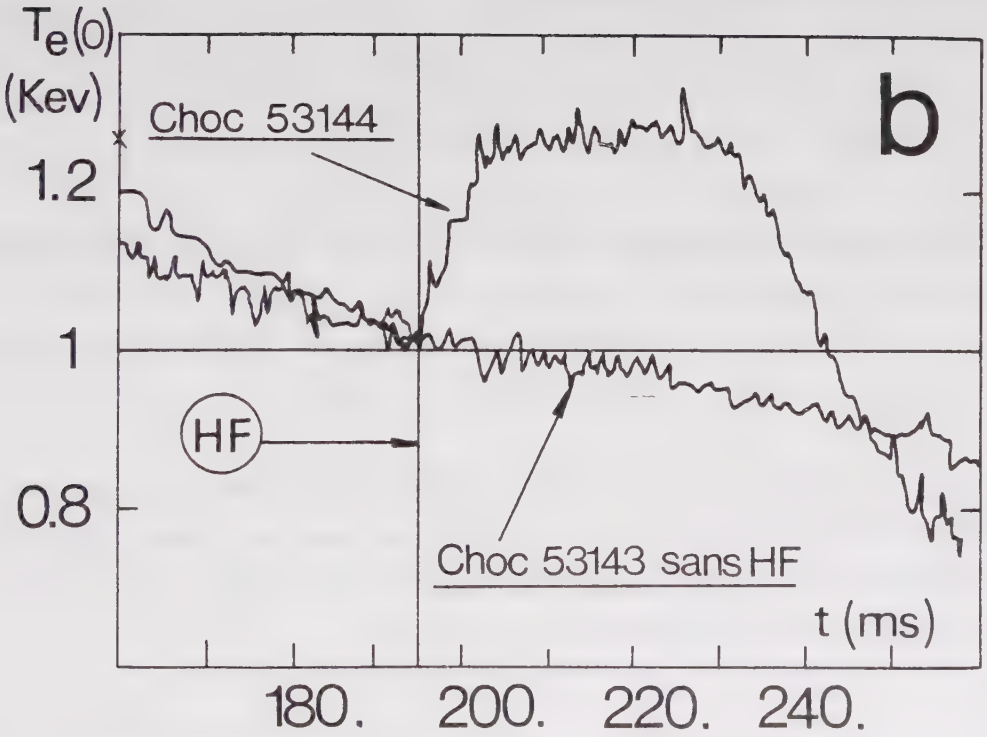

$T_e(0)$
(Kev)
1.2
1
0.8
Choc 53144
b
HF
Choc 53143 sans HF
t (ms)
180.
200.
220.
240.

FIG VII.7

$$\phi_x(T_e, n_e, n_z) = \alpha\, n_e^2\, T_e^{\beta} \sum_i Z_i \frac{n_i}{n_e} f(T_e, Z_i^2, \dots) \qquad \text{(VII.35)}$$

Ce flux provient du rayonnement des ions du plasma. La plus grosse contribution à ce flux est due aux impuretés qui existent dans le plasma. On peut démontrer que c'est une fonction croissante de la température ($\beta \sim 3 \div 4$) [11]. Lors de ces expériences la densité électronique restait pratiquement constante ou éventuellement croissait légèrement. La baisse du signal X ne peut alors s'expliquer que par une diminution du taux d'impureté dans le plasma. La remontée du signal après deux ou trois millisecondes peut être expliquée par l'augmentation de température électronique et la production d'impuretés à la périphérie du plasma. Ce comportement pathologique ne se produit que pour un rapport $n_H/n_D = 0.15$. Quand ce rapport est modifié pour devenir égal à 0.2, cette anomalie de comportement disparaît. Le signal des diodes croît si la température croît. Cette sensibilité à la valeur de $n_H/n_D$ suggère un effet résonant. Pour un champ magnétique de 4,5 T et cette concentration d'hydrogène, la couche hybride ion-ion est situé à un grand rayon R = 102 cm. Dans ces conditions également, on peut trouver deux degrés d'ionisation du Nickel susceptibles d'être résonant au 2$^e$ harmonique de leur fréquence cyclotronique $\omega = 3\omega_c$. Ce sont les Nickel 17 et 18 fois ionisés. Compte tenu des deux isotopes les plus abondants, on trouve les grands rayons de résonance :

$$R(^{58}Ni^{17+}) = 98.5 \text{ cm} \quad , \quad R(^{58}Ni^{18+}) = 104 \text{ cm} \quad ,$$
$$R(^{60}Ni^{17+}) = 95 \text{ cm} \quad , \quad R(^{60}Ni^{18+}) = 101 \text{ cm}$$

Il faut rappeler également que l'efficacité du chauffage harmonique est donnée par (form. VII.20)

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{E_+}{B_0} \frac{2^{1-\ell}}{(\ell-1)!} (k_\perp \rho)^{\ell-1} \cos\Psi$$

A la couche de conversion l'onde s'amplifie fortement et se propage à partir de là en diminuant sa vitesse de phase perpendiculaire. Cette coïncidence entre la résonance hybride et la résonance du Nickel semble mettre en évidence une interaction forte entre l'ion résonant et l'onde.

Afin de vérifier ce scénario, nous avons réalisé dans TFR une série d'expériences avec les paramètres suivants :

champ magnétique toroïdal $B_o$ = 5,1 2 T
densité électronique $n_{e_o} = 1.5\ 10^{14} cm^{-3}$
courant plasma $I_p$ = 240 KA
puissance HF P = 600 KW

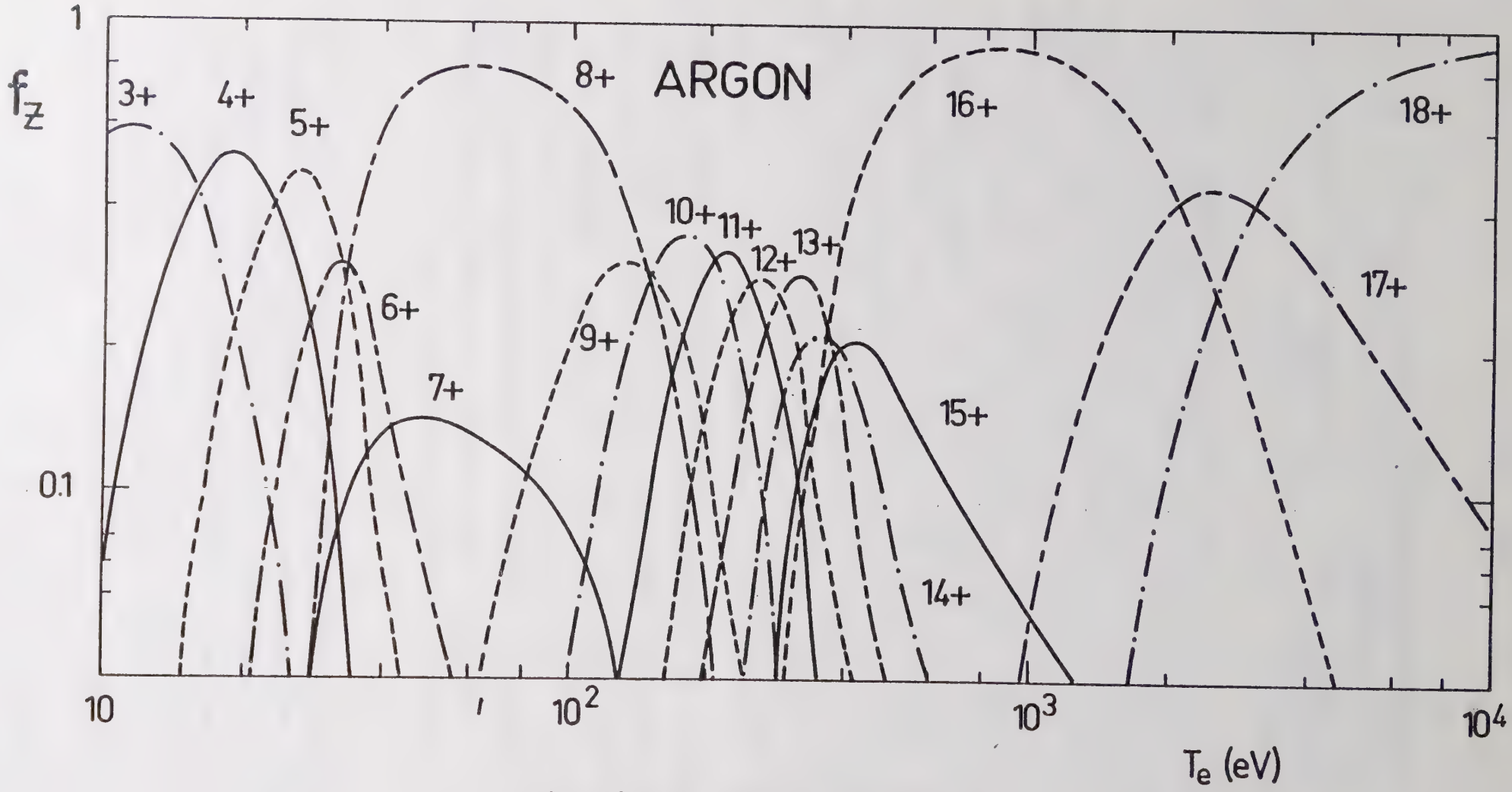
Le plasma de base contient deux espèces ioniques, protons et deutons, dont le rapport $n_H/n_D$ est suffisamment élevé pour assurer l'existence de la couche de conversion. Plus précisément, le rapport $n_H/n_D$ a été varié entre 0.3 et 0.7, choc après choc. Pour ces valeurs du rapport $n_H/n_D$, la couche hybride se déplace entre 108 cm et 95 cm. La résonance cyclotronique des protons est en R = 127 cm à l'extérieur de la chambre à vide ! Le but de l'expérience étant d'étudier le comportement des impuretés lourdes en fonction de la position de la couche hybride, nous avons choisi de contaminer le plasma avec de l'Argon. En effet, l'Argon n'est pas naturellement présent dans le plasma et l'on pouvait espérer que son comportement ne serait pas affecté du fait du niveau de puissance HF élevé. Nous avons déjà mentionné que, dans TFR, la densité d'impuretés lourdes existant naturellement dans le plasma (Nickel, fer, Chrome ...) croît d'un ordre de grandeur durant le pulse HF.

La distribution des différents degrés d'ionisation de l'Argon en fonction de la température est montrée figure VII.8 (d'après [ 12] ). Il faut remarquer que $Ar^{16+}$ est un ion de la séquence isoélectronique de l'hélium. Son potentiel d'ionisation $\chi_z$ est très élevé, beaucoup plus grand que la température électronique centrale ( $\chi_z$ = 4120 ev). Cet ion est le plus abondant dans la région centrale, ses proches voisins ($Ar^{15+}$ et $Ar^{17+}$) représentent moins de 10 % de l'abondance totale. La valeur du champ magnétique a été choisie de telle sorte que le premier harmonique de la fréquence cyclotronique de $Ar^{16+}$ est situé à $R_{Ar}$ = 102 cm

Le comportement de l'Argon est suivi en analysant dans le temps et dans l'espace l'évolution des raies d'émission des différents degrés d'ionisation. Ceci est réalisé à l'aide d'un spectromètre ultraviolet travaillant au-dessus 100 Å [ 13] . Deux raies spectrales peuvent être suivies simultanément, l'une correspondant à un faible degré d'ionisation, l'autre à un degré plus élevé.

Les raies analysées sont :

Ar VII 586 Å ( $\chi_z$ = 124 ev) et ArXV 221 Å ( $\chi_z$ = 855 ev)
Ar VIII700 Å ( $\chi_z$ = 143 ev) et Ar XVI354 Å ( $\chi_z$ = 918 ev)




Abondance relative des degrés
d'ionisation de l'argon

FIG VII. 8

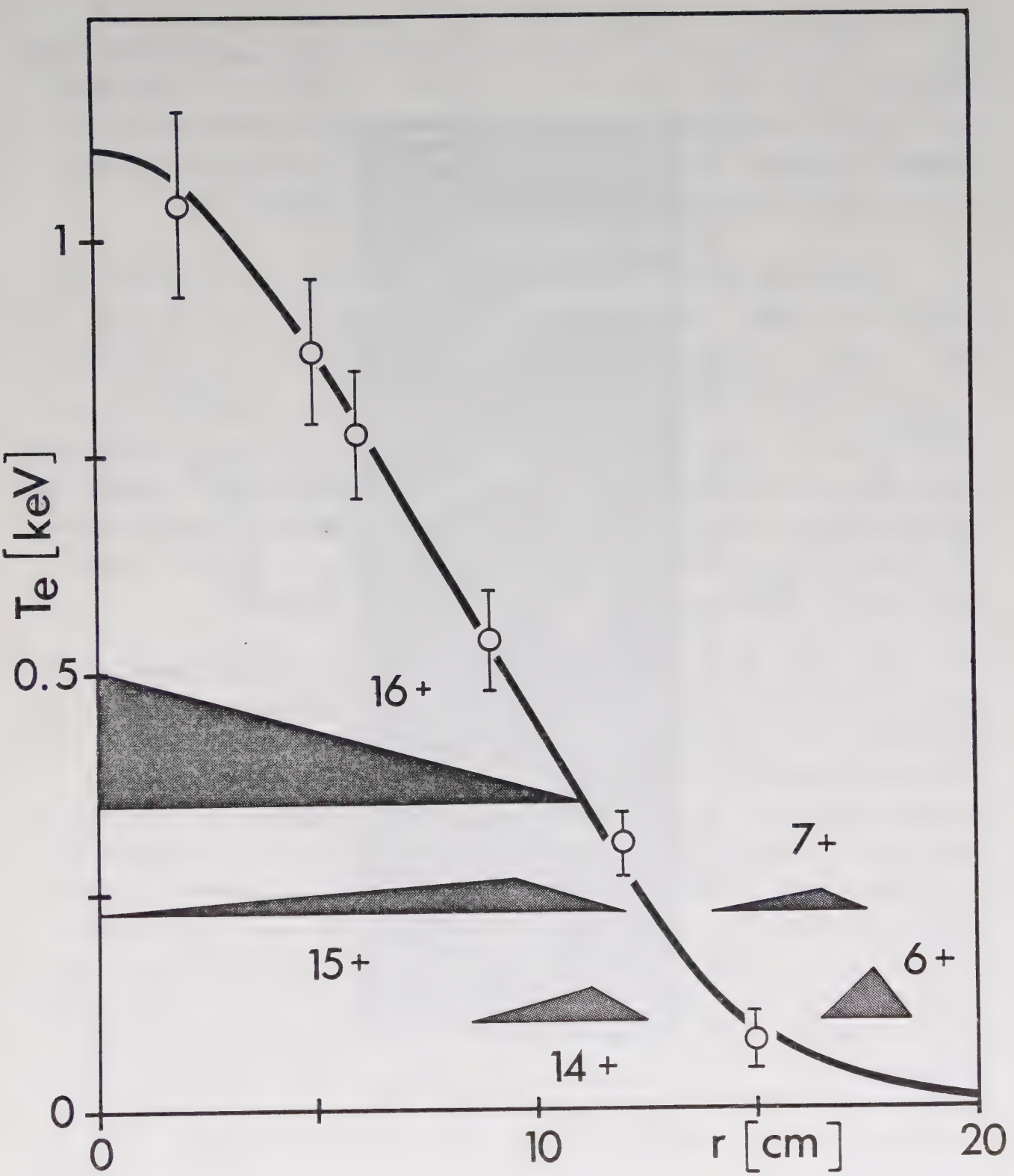



FIG.VII .9

Avec cet appareil, il est impossible de suivre l'évolution d'une raie $Ar^{16+}$. Celui-ci n'est pas accessible à l'appareillage car il émet essentiellement dans le domaine spectral des X mous(raie $K_\alpha$ de $Ar^{16+}$ : 4,2 Kev). Les raies spectrales étudiées présentent l'avantage d'avoir un coefficient d'excitation pratiquement indépendant de la température électronique, pour la gamme de température étudiée. Leur émissivité est proportionnelle au produit $n_e n_z$.

L'hypothèse que l'on veut vérifier est la suivante : l'interaction de l'onde lente avec $Ar^{16+}$ doit conduire à une diminution de la densité de cet ion dans le plasma. Bien que l'on ne puisse pas suivre directement l'évolution de $Ar^{16+}$ par des mesures spectroscopiques, on peut connaître son comportement à l'aide de l'$Ar^{15+}$ qui existe pratiquement partout où $Ar^{16+}$ existe (cf. figure VII.9). De plus le temps caractéristique d'ionisation pour nos conditions plasma est beaucoup plus court que la milliseconde. Si la densité de $Ar^{16+}$ change, sans que les paramètres plasma changent suffisamment pour modifier l'équilibre coronal, alors $Ar^{15+}$ s'ionise pour compenser cette variation. L'évolution temporelle de $Ar^{15+}$ représente donc correctement l'évolution de $Ar^{16+}$.

La figure VII.10 montre l'évolution dans le temps des radiances (intégrale sur une corde de l'émissivité) de Ar VIII et Ar XVI pour trois situations expérimentales. La figure VII.10a montre une décharge en chauffage ohmique seul. Une bouffée d'Argon, d'une durée de 50 ms, est injectée à travers une vanne piézoélectrique 50ms après le claquage du plasma. La radiance de l'ion périphérique ($Ar^{7+}$) atteind une valeur asymptotique en 50 ms environ indiquant un flux constant dans le plasma. L'ion central ($Ar^{15+}$) montre également une radiance constante après un temps légèrement plus long indiquant une vitesse de diffusion vers le centre de quelques centaines de centimètres par seconde. La valeur constante de la radiance de l'Argon pendant le plateau de courant avait déjà été observée dans T-4 [ 14 ] et dans PLT [ 15 ] et interprétée comme due à un recyclage complet de l'Argon sortant du plasma. Le contenu en Argon pendant le plateau de courant est approximativement $10^{-3}$ fois la densité électronique (un ordre de grandeur au-dessus de l'abondance naturelle du Nickel).

La figure VII.10b montre l'effet de l'impulsion HF (appliquée 200 ms après le claquage, pendant 50 ms) sur un plasma dont la composition isotopique est $n_H/n_D = 0.69$. Dans ces conditions, la raie périphérique accuse une chute brusque pour atteindre une valeur constante 30 % plus faible, correspondant à un flux entrant plus faible. La radiance de la raie centrale réagit à cette décroissance de la source en décroissant également avec une constante de temps

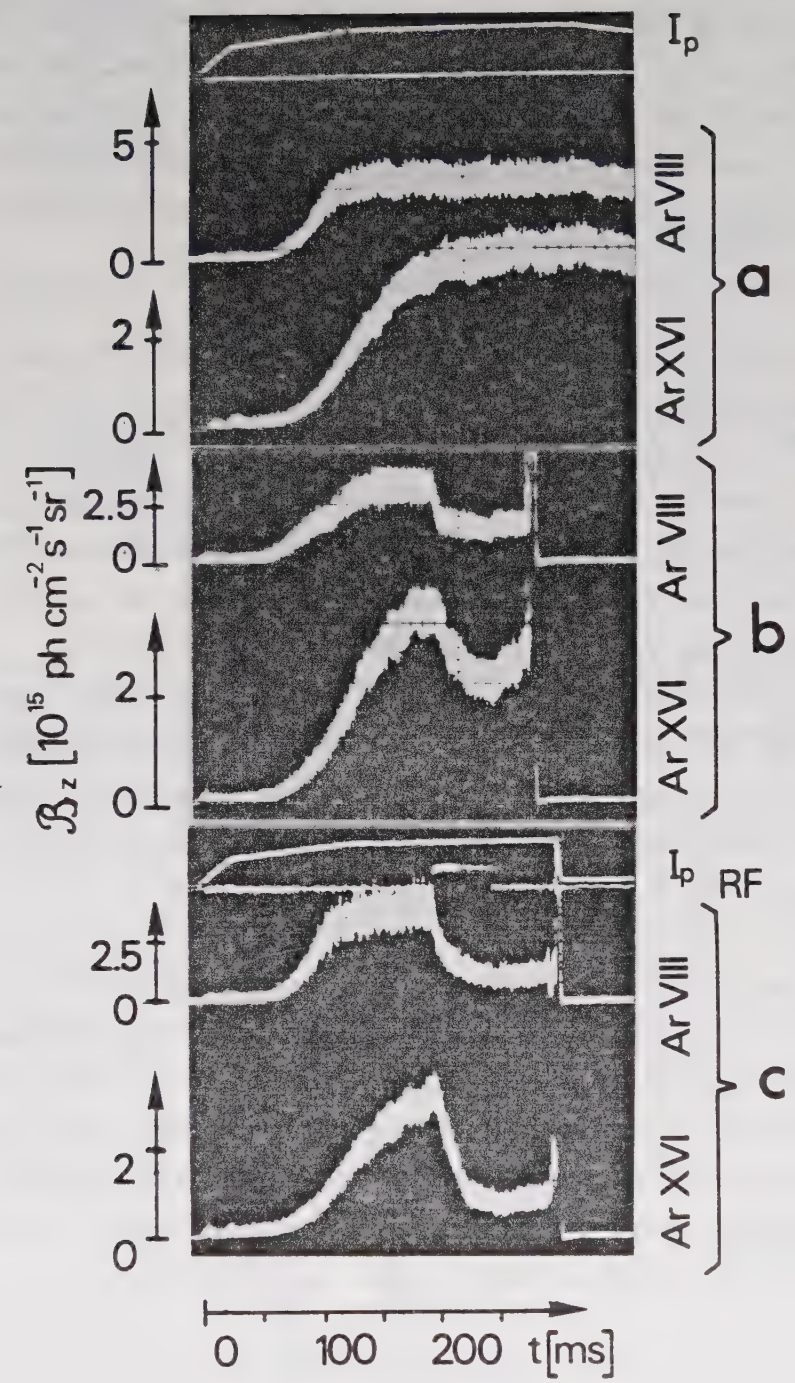

$I_p$
5
0
2
0
Ar VIII
Ar XVI
a
2.5
0
2
0
Ar VIII
Ar XVI
b
$\mathcal{B}_z$ [$10^{15}$ ph cm$^{-2}$ s$^{-1}$ sr$^{-1}$]
$I_p$ RF
2.5
0
2
0
Ar VIII
Ar XVI
c
0
100
200
t[ms]

FIG VII.10

plus lente (30 à 40 ms) caractéristique du temps de confinement des impuretés dans la région émettrice[16] . Cette décroissance brusque du flux périphérique (apparamment indépendant de la valeur $n_H/n_D$) est un phénomène parasite, qui vient se superposer à une résonance éventuelle. Des effets similaires sont souvent observés sur les radiances des ions périphériques (carbone et oxygène). Enfin, il faut souligner que le contenu en Nickel de la décharge croît continument pendant l'impulsion HF, dans toutes les situations expérimentales, pour atteindre à la fin une valeur environ 5 fois plus élevée que dans la situation ohmique.

La figure VII.10c montre l'effet de l'impulsion HF avec $n_H/n_D = 0.48$. Dans cette condition $R_H = 101$ cm, c'est-à-dire presque la position de la résonance de $Ar^{16+}$. La raie centrale décroît plus vite que dans le cas précédent, et la raie périphérique présente une décroissance exponentielle superposée à l'effet périphérique déjà discuté. Le résultat d'expériences effectuées pour différentes valeurs de $n_H/n_D$ (en gardant $B_o$ constant) est montré sur la figure VII.11. Le rapport des radiances à la fin de l'impulsion ($B_{z,min}$) aux radiances au début ($B_{z,max}$), en fonction de $n_H/n_D$ est montré sur les figures 11a et 11b, pur Ar VIII et Ar XVI respectivement. Ces figures montrent clairement un effet résonant pour $n_H/n_D = 0.47 \pm 0.02$. On notera également que le rapport des radiances n'atteind jamais 1 en dehors de la résonance du fait de l'effet périphérique supplémentaire.

La figure 11c montre le même effet observé sur le flux X-mous mesuré le long de la corde centrale ( $\Phi_{x,\Omega}$ et $\Phi_{x,RF}$ sont respectivement les flux au début de la HF et à la fin). Près de la résonance, le flux X décroît nettement en-dessous de la valeur ohmique. Ceci suggère que l'augmentation de Nickel est insuffisante pour remplacer l'argon expulsé du plasma. Loin de la résonance, le flux X dépasse largement la valeur ohmique : dans ce cas, l'Argon n'est pas expulsé et le Nickel rentre dans la décharge.

Comme nous l'avons fait dans le cas du Nickel, la mesure de flux X ne peut être correctement interprétée en terme d'impureté que si l'on connaît l'évolution de la température électronique à la résonance et hors résonance. La variation relative de température électronique (mesurée à la fois par les X-mous en utilisant la technique des absorbants et avec l'interféromètre Fabry-Perot analysant le rayonnement à $2\omega_{ce}$) montre un minimum à la résonance, $\Delta T_e/T_e = 0 \div 0.08$ et atteind $\Delta T_e/T_e = 0.3$ en dehors de la résonance. En aucun cas, la température ne baisse. La diminution du flux

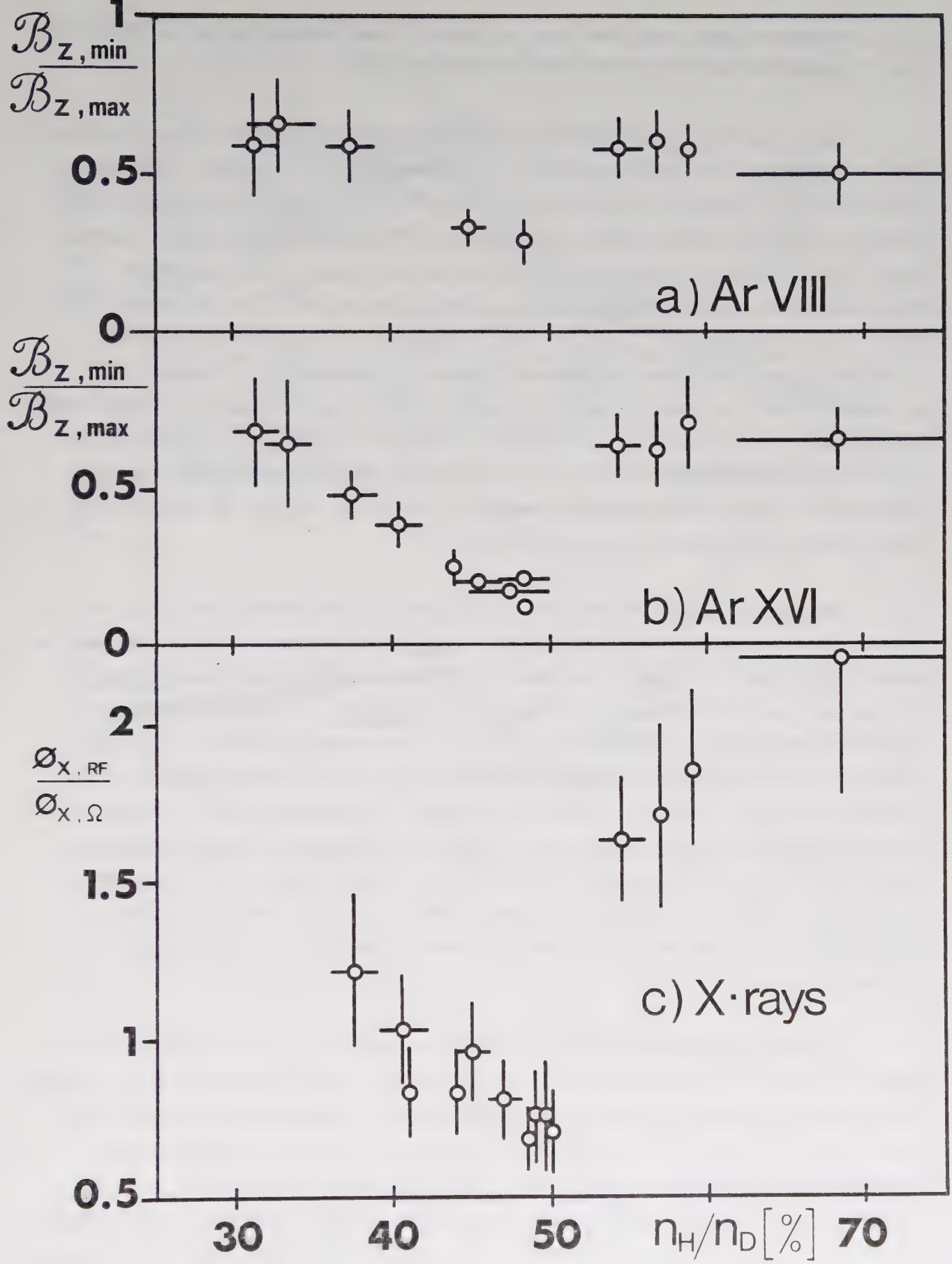

$\mathcal{B}_{z,min}/\mathcal{B}_{z,max}$
1
0.5
0
a) Ar VIII
$\mathcal{B}_{z,min}/\mathcal{B}_{z,max}$
0.5
0
b) Ar XVI
$\varnothing_{X,RF}/\varnothing_{X,\Omega}$
2
1.5
1
0.5
c) X·rays
30
40
50
$n_H/n_D$ [%]
70

FIG . VII . 11

X à la résonance peut donc bien être attribué à une diminution de la concentration d'impuretés dans le plasma (cf. figure VII.16).

Les résultats expérimentaux, décrits ci-dessus, montrent que, bien que l'on n'invoque qu'une résonance bien localisée avec $Ar^{16+}$, toute la décharge est purifiée. La densité totale d'Argon décroît d'un facteur 3 dans tout le plasma. Un calcul à zéro dimension (basé sur l'équilibre d'ionisation) montre que, si l'on invoque uniquement les processus atomiques, tous les degrés d'ionisation de l'Argon réagissent à la diminution de $Ar^{16+}$ en un temps inférieur à la milliseconde . Cependant, les différents degrés d'ionisation existent dans différentes régions du plasma (cf. figure VII.9) et évoluent vers le nouvel équilibre (après la HF) avec un temps caractéristique des processus de diffusion des impuretés lourdes. En effet, les radiances des deux raies périphériques et de la raie centrale, du fait de l'effet résonant, décroissant avec une constante de temps de 10 à 20 ms, valeur en accord avec une vitesse de diffusion de quelques $10^2 cm\ s^{-1}$.

Nous avons jugé intéressant d'utiliser le code Monte Carlo afin de suivre l'évolution des ions Argon soumis à cette résonance. A cette fin, nous avons initialisés 4 trajectoires dans le plan équatorial à un grand rayon de 102 cm. Les caractéristiques du plasma sont celles de l'expérience. Ces trajectoires sont montrées sur la figure VII.13. La trajectoire (a) n'est pas soumise au champ haute fréquence. Elle décrit une surface magnétique avec une certaine diffusion (faible) due aux collisions coulombiennes. Pour les trois autres trajectoires, par contre, on a imposé un gradient de champ électrique de 500 $Vcm^{-2}$ (le chauffage dépend de $\rho k_\perp E_+$ au 1$^e$ harmonique). Dans les trois cas, la particule est éjectée du plasma après avoir été portée à des énergies très élevées (supérieures à 300 kev). Le temps nécessaire à cette expulsion est compris entre 2 et 5 ms.

L'étude plus détaillée des trajectoires montre que les particules sont éjectées après avoir subi une série d'interactions telles que lors de la dernière interaction la particule atteint la résonance avec une vitesse parallèle très faible car elle décrit la pointe d'une trajectoire banane. Un autre point important est à souligner. Nous avons initialisé les particules sur une surface magnétique presque tangente à la résonance. Or nous avons dit précédemment que lors des interactions successives la particule avait une trajectoire banane qui tendait à avoir son point de rebroussement sur la résonance. Cette situation extrême impose un rapport $v_\perp/v$ très proche de l'unité car l'excursion en

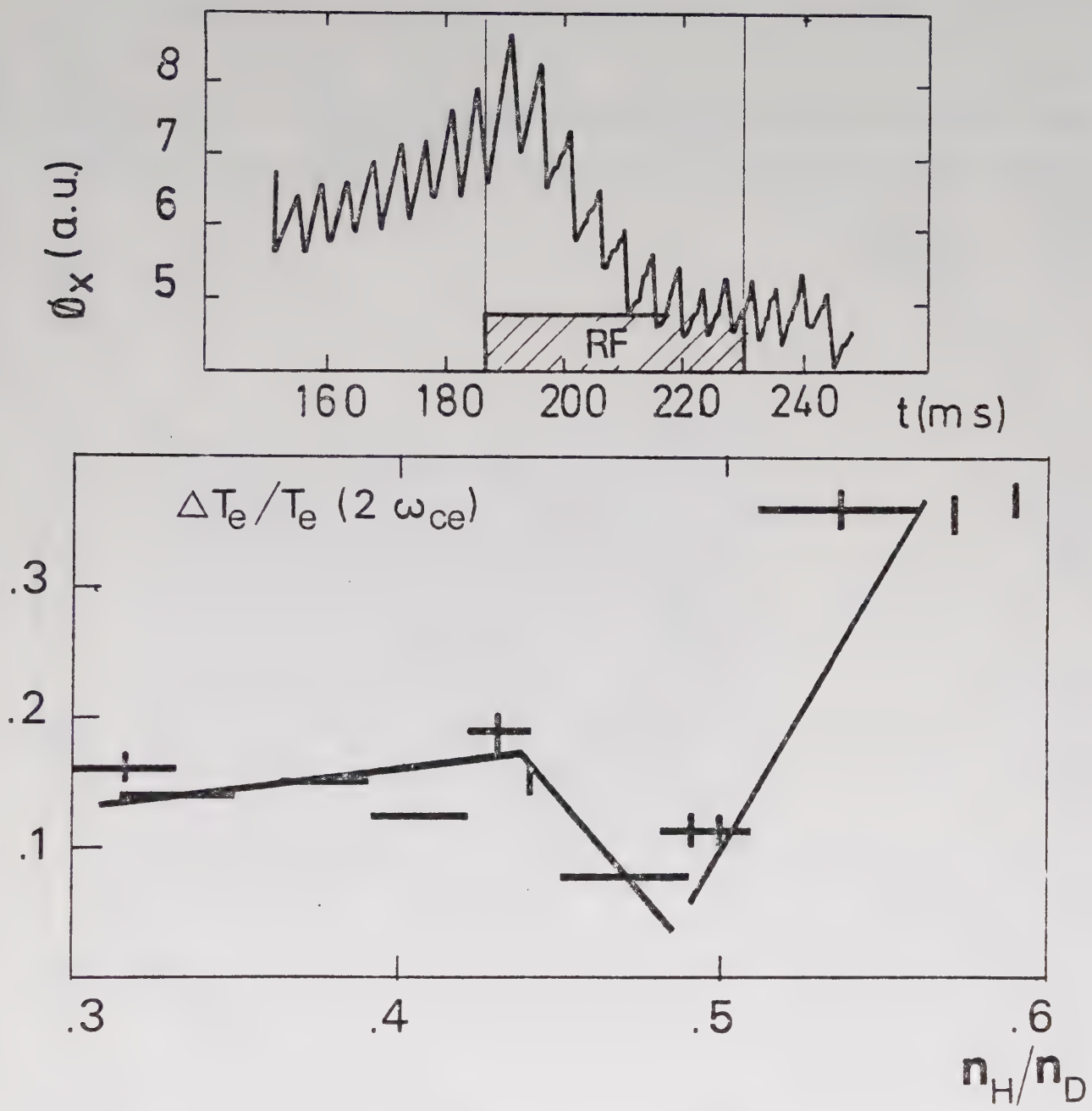

8
7
6
5
$\phi_x$ (a.u.)
RF
160
180
200
220
240
t(ms)
$\Delta T_e/T_e$ (2 $\omega_{ce}$)
.3
.2
.1
.3
.4
.5
.6
$n_H/n_D$

FIG VII.12

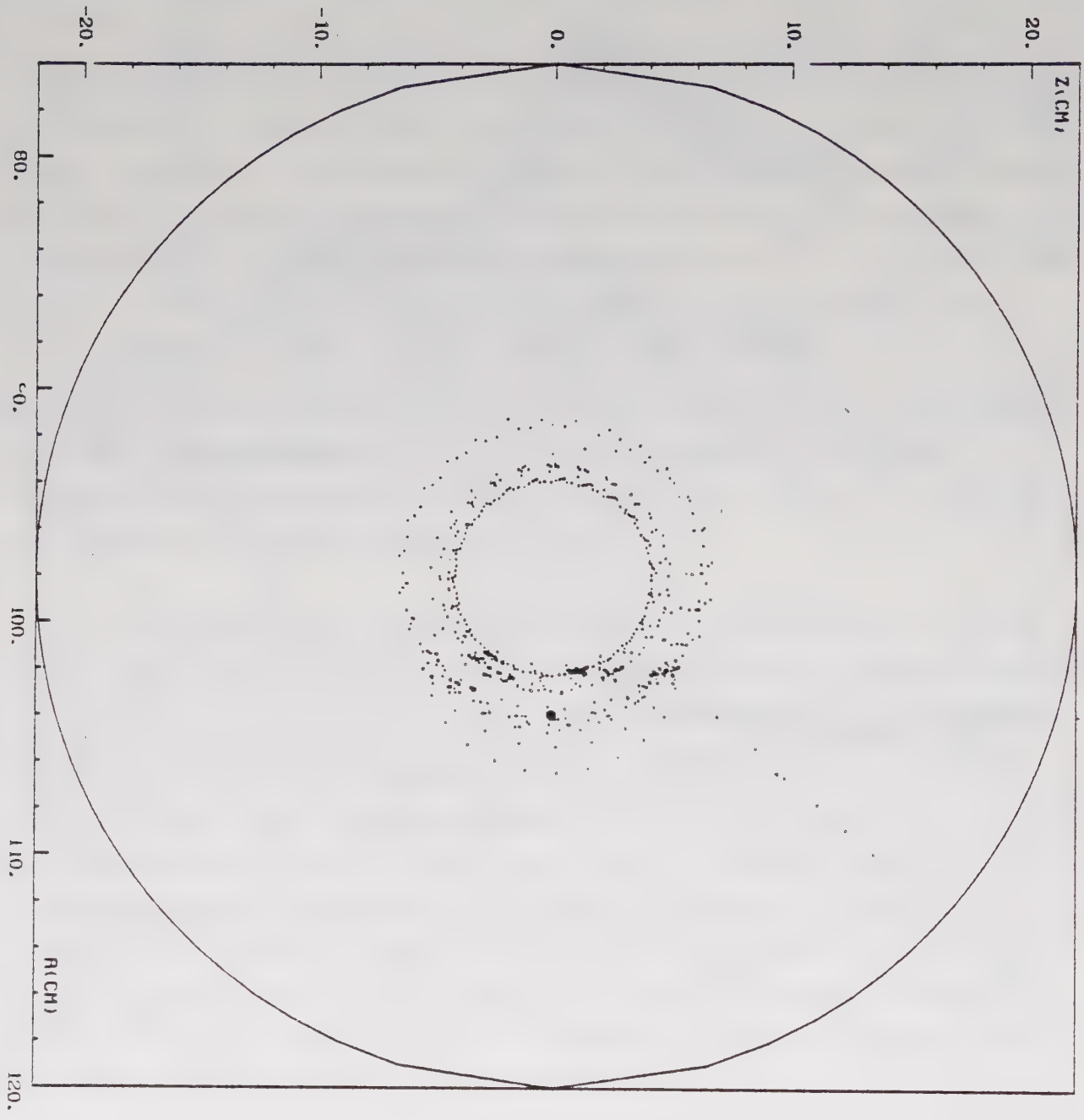
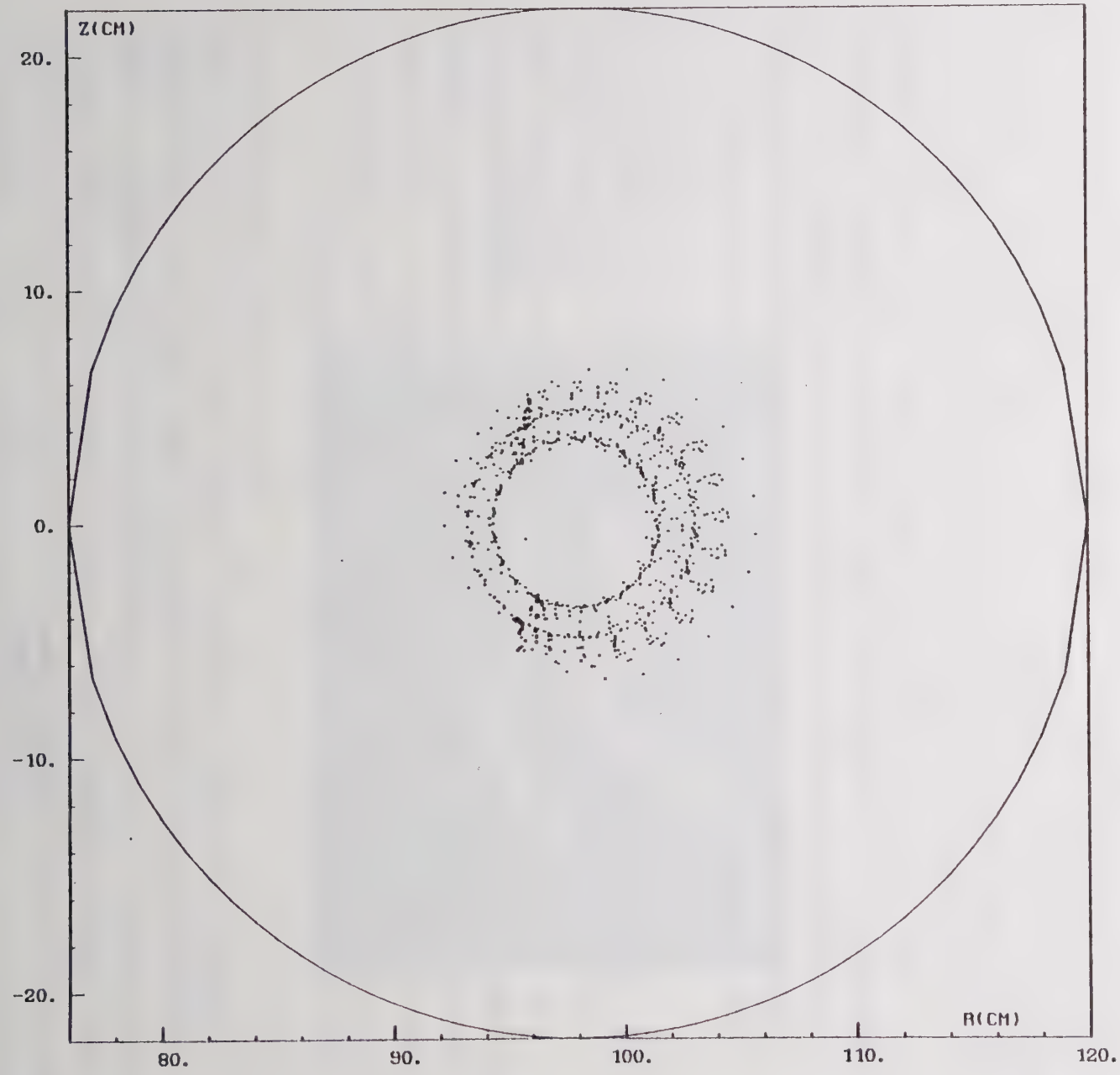



FIG. VII. 13




1ICRHO 3189V 802 81280

FIG. VII.14

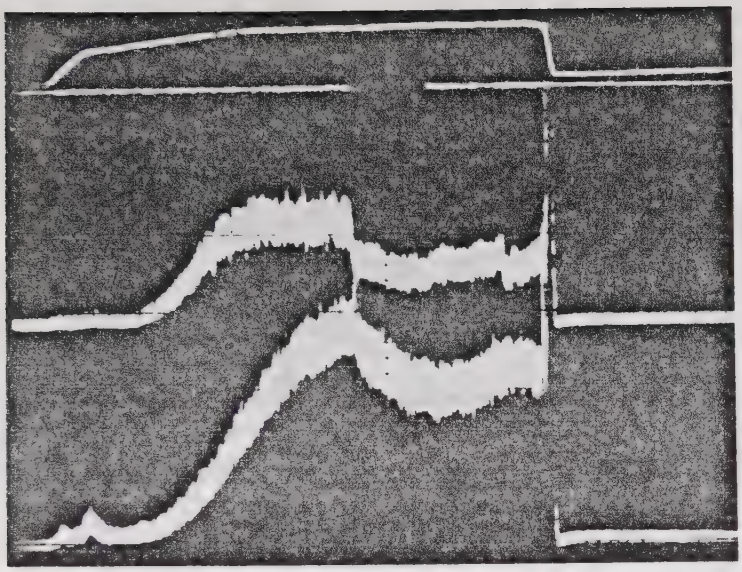
champ magnétique le long de la trajectoire est très faible. Les collisions sont alors insuffisantes pour modifier suffisamment l'angle du vecteur vitesse entre deux interactions HF. Une expulsion de la particule est possible. Cette analyse suggère que si la résonance cyclotronique de l'Argon se trouve plus vers l'intérieur du tore l'efficacité de l'effet d'expulsion doit diminuer, voire disparaître. Nous avons alors changé la valeur du champ magnétique toroïdal pour amener la résonance à $R_{Ar}$ = 96 cm (correspondant à $B_o$ = 4,8 T). L'étude des trajectoires montre que, effectivement, les particules ne sont plus expulsées (figure VII.14). De plus elles restent à des énergies faibles et transfèrent une puissance appréciable au plasma.

Les résultats expérimentaux semblent confirmer ce résultat. La figure VII.15 montre la radiance de l'Argon pour un champ magnétique de 4,8 T, et un rapport $n_H/n_D$ = 0.47 correspondant à la résonance. La diminution du signal est beaucoup plus faible que pour un champ de 5,12 T, indiquant une plus faible efficacité du pompage de l'impureté. Le temps de décroissance est également plus long. Toutefois une étude plus détaillée est nécessaire pour arriver à un résultat quantitatif. En particulier il serait intéressant de savoir si le chauffage des ions du plasma est obtenu à l'aide des impuretés ou par un autre mécanisme.

Ce dernier point est en effet fondamental. Nous avons mentionné que les expériences de divertor HF ont été réalisées avec un champ magnétique de 5,12 T ; la résonance des protons se trouve alors en dehors de la machine. Malgré cela, on observe un chauffage ionique important qui croît linéairement au-dessus de $n_H/n_D$ = 0.42 pour atteindre $\Delta T_i / T_i = 0.65$ pour $n_H/n_D$ = 0.58 (cf. figure VII.16). D'autres expériences réalisées à 4,9 T, sans injection d'Argon, avec un rapport $n_H/n_D \simeq 0.4$ mettent également en évidence un chauffage ionique important. L'étude numérique de l'évolution du plasma au cours du temps ne permet de reproduire les résultats expérimentaux que si l'on admet qu'une fraction significative de la puissance était transmise directement aux ions. Le chauffage à travers les collisions électrons-ions est insuffisant [17] . Malheureusement il est possible dans ces conditions d'invoquer un élargissement doppler de la résonance des protons. Un proton de 1 kev est résonant à 4,9 T si $k_{//}$ = 2,09 $cm^{-1}$, ce qui est irréaliste. Ou bien si l'on prend une valeur réaliste de $k_{//}$ soit 0,4 $cm^{-1}$, cela correspond à un proton ayant une énergie parallèle de 27 kev, ce qui semble encore plus irréaliste ! Il est alors nécessaire de chercher un autre mécanisme de chauffage direct des ions du plasma. Les résonances d'impuretés peuvent être l'un des mécanismes

$B_0 = 4,9\ T$

$n_H/n_D = 0,47$



Ar VIII

Ar XVI

FIG VII. 15

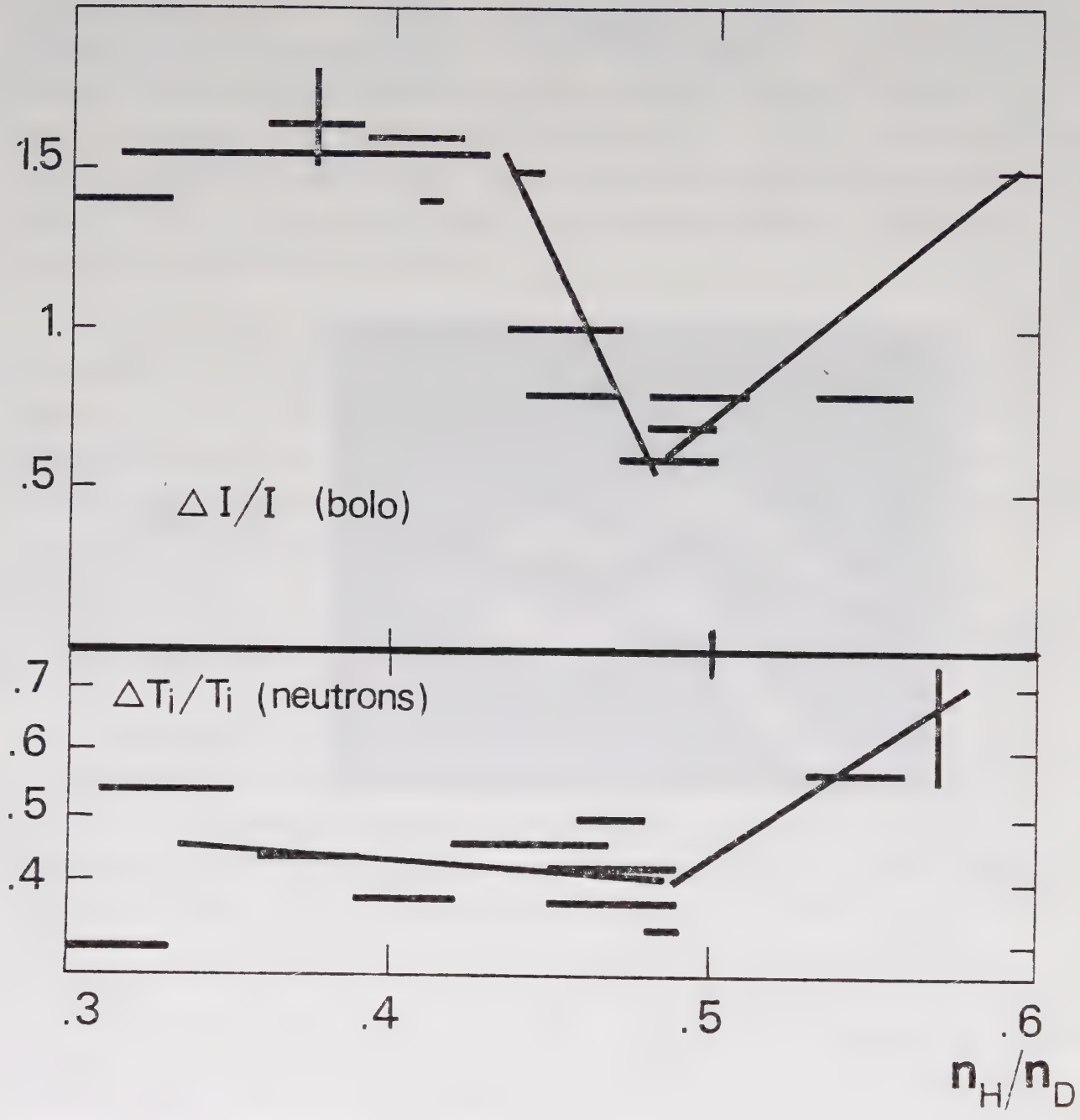



FIG VII . 16

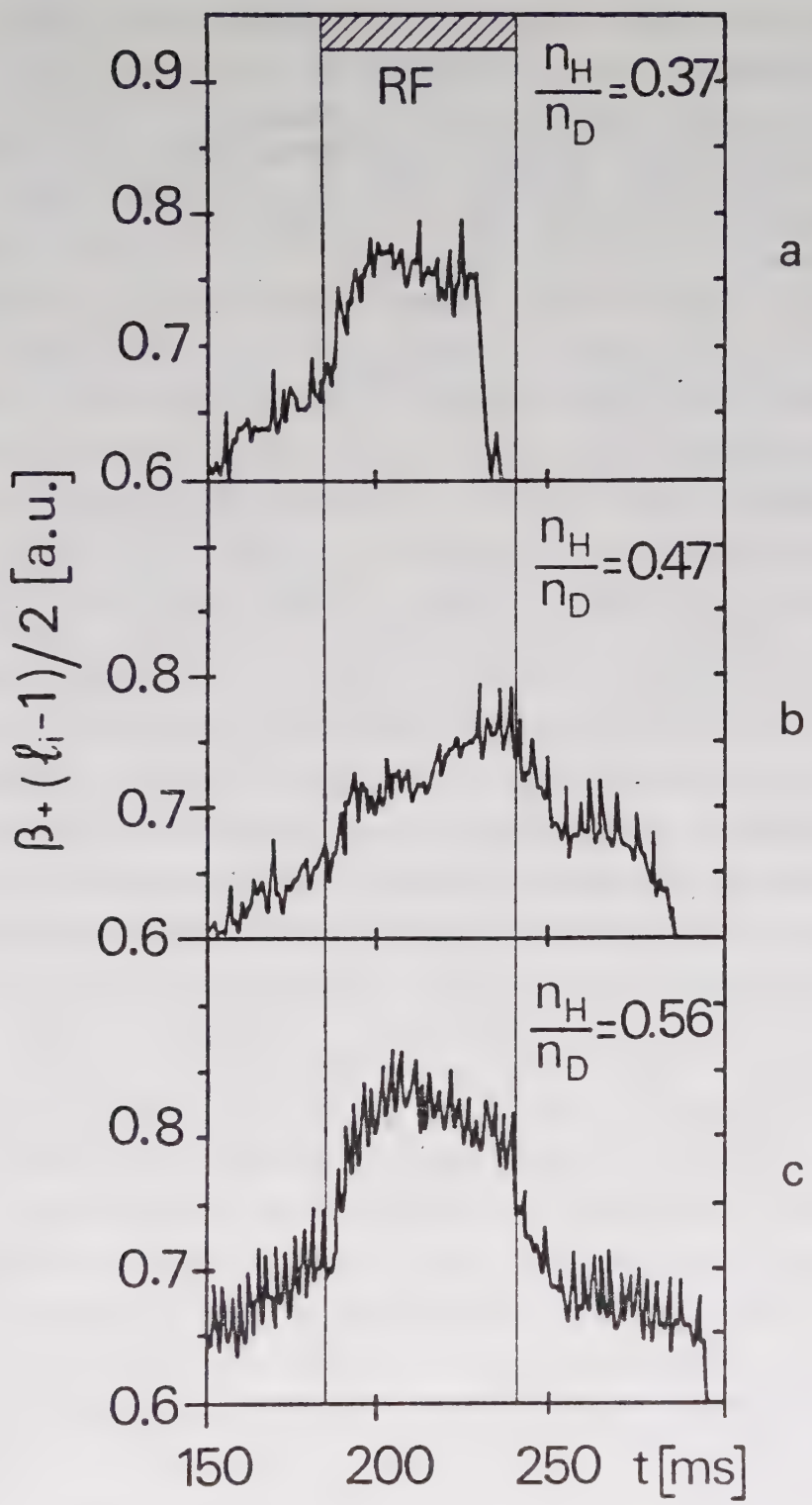

RF
$\frac{n_H}{n_D}$=0.37
$\frac{n_H}{n_D}$=0.47
$\frac{n_H}{n_D}$=0.56
a
b
c
0.9
0.8
0.7
0.6
0.8
0.7
0.6
0.8
0.7
0.6
$\beta_+(\ell_i-1)/2$ [a.u.]
150
200
250
t [ms]

FIG VII.17

possibles. Nous avons déjà dit que le calcul Monte-Carlo met en évidence que les collisions impuretés - ions du plasma étaient efficaces (cf. tableau VII.2). Les expériences réalisées sur l'Argon confirment ce résultat, en montrant que l'Argon prend une quantité appréciable de la puissance de l'onde. Cette conclusion dérive de la comparaison de l'évolution du signal des boucles magnétiques qui mesurent la quantité $\beta + (\ell_i - 1)/2$ . $\beta$ est proportionnel à l'énergie cinétique du plasma $\beta = 2\mu_0 nKT / B_\theta^2$ et $\ell_i$ est la self inductance de l'anneau de plasma. La figure VII.17 montre l'évolution de ce signal corrigé de la variation de self inductance. Il s'agit alors de la variation de l'énergie cinétique du plasma. Loin de la résonance (figure VII.17a et c) le signal d'énergie croît et sature bien avant la fin de l'impulsion HF. Ce comportement a déjà été interprété comme étant dû à l'augmentation importante des impuretés, qui conduit à une situation où les pertes par radiation deviennent prépondérantes. Par contre, à la résonance, la pente initiale du signal d'énergie est à peu près la même, indiquant que la puissance HF initialement couplée est la même qu'en dehors de la résonance, mais après quelques millisecondes, cette pente décroît et le signal croît linéairement (figure VII.17b) sans faire apparaître de saturation. La valeur atteinte à la fin de la HF est peu différente de celle obtenue hors résonance. Cette différence de comportement peut être expliquée comme une modification des pertes du plasma. A la résonance, les pertes par convection (dues aux ions Argon énergiques chassés du plasma) remplacent partiellement les pertes par radiation. Ceci montre que l'Argon a pris une fraction significative de la puissance HF (diminution du $d\beta/dt$ ) et que d'autre part la diminution de l'Argon limite les pertes par rayonnement. Si l'on se souvient que la variation de température électronique accuse un minimum net à la résonance, la valeur finale du signal d'énergie peut s'expliquer en admettant que le chauffage du plasma s'effectue par l'intermédiaire des ions Argon. Pour les expériences à 4,9 T dans lesquelles il n'y a pas d'Argon, il faut faire appel aux résonances du Nickel, du fer ou du chrome qui sont les impuretés naturellement présentes dans le plasma. Le tableau VII.3 montre les degrés d'ionisation qui pourraient être résonants pour des champs magnétiques variant entre 46 KG et 52 KG. On constate que ces ions sont présents dans le plasma pour des températures électroniques entre 1 kev et 1,5 kev [12] .

## VII.5 - Conclusion

Il ressort de l'ensemble de ce chapitre que le champ électrique HF peut fortement modifier les trajectoires des particules. L'effet du champ électrique

TABLEAU VII.2

| A,Z | $B_o$ T | R cm | $E_{HF}$ keV | $E_f$ keV | $E_p$ keV | $t_{(ms)}$ | $P_{10^{-12}W}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 40,16 | 4.8 | 95.6 | 265. | 141.<br>Lost | 124. | 4.03 | 4.9 |
| 40,16 | 4.8 | 95.6 | .873 | 2.54 | - 1.66 | 6.9 | - 0.04 |
| 40,17 | 4.66 | 98.6 | 18.8 | 0.52 | 18.3 | 4.9 | 0.6 |
| 40,17 | 4.66 | 98.6 | 30.2 | 3.26 | 26.9 | 1.6 | 2.7 |
| 40,17 | 4.66 | 98.6 | 6.2 | 5.4 | 0.8 | 4.2 | 0.03 |
| 40,17 | 4.66 | 98.6 | 1.57 | 0 | 1.57 | 2.4 | 0.1 |
| 40,17 | 4.66 | 98.6 | 55.4 | 0.1 | 55.3 | 4.6 | 1.9 |
| 40,16 | 5.12 | 102 | 20.75 | 2.19<br>Lost | 18.56 | 1.18 | 2.5 |
| 40,16 | 5.12 | 102 | 54.5 | 2.7<br>Lost | 51.8 | 6.2 | 1.3 |
| 40,16 | 5.12 | 102 | 31.2 | 17.6<br>Lost | 13.6 | 2.8 | 0.77 |
| 40,16 | 5.12 | 102 | 21.3 | 1.96 | 19.3 | 6.6 | 0.47 |
| 40,16 | 5.12 | 102 | 353.3 | 8.4<br>Lost | 344.9 | 3.1 | 18. |

$$\bar{P} = 2.8\ 10^{-12}\ W$$

TABLEAU VII.3

| A,Z \ B | 4 | 4.1 | 4.4 | 4.6 | 4.8 | 5. | 5.2 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 58 ; 18 | 61.9 | 65. | 68.1 | 71.2 | 74.3 | 77.4 | 80.5 | |
| 58 ; 18 | 68.8 | 72.2 | 75.7 | 79.1 | 82.6 | 86. | 89.4 | |
| 58 ; 22 | 75.7 | 79.4 | 83.3 | 87. | 90.8 | 94.6 | 98.4 | 900 ev $\leqslant T_e \leqslant$ 1100 ev |
| 58 ; 24 | 82.6 | 86.7 | 90.8 | 94.9 | 99.1 | 103.2 | 107.3 | 1000 ev $\leqslant T_e \leqslant$ 1300 ev |
| 56 ; 16 | 57. | 59.9 | 62.7 | 65.6 | 68.4 | 71.3 | 74.1 | |
| 56 ; 18 | 64.1 | 67.3 | 70.5 | 73.8 | 77.0 | 80.2 | 83.4 | |
| 56 ; 20 | 71.3 | 74.8 | 78.4 | 81.9 | 85.5 | 89.1 | 92.6 | 700 ev $\leqslant T_e \leqslant$ 1100 ev |
| 56 ; 22 | 78.4 | 82.3 | 86.2 | 90.1 | 94.1 | 98. | 101.9 | 900 ev $\leqslant T_e \leqslant$ 1200 ev |
| 56 ; 24 | 85.5 | 89.8 | 94.1 | 98.3 | 102.6 | 106.9 | 111.2 | 1000 ev $\leqslant T_e$ |
| 16 ; 7 | 87.3 | 91.7 | 96. | 100.4 | 104.8 | 109.1 | 113.5 | 100 ev $\leqslant T_e \leqslant$ 600 ev |

est essentiellement d'introduire une diffusion importante des particules dans l'espace réel en modifiant de manière significative le rapport $V_\perp/v$. Suivant la valeur du champ électrique, les collisions peuvent être suffisamment efficaces pour empêcher la formation d'une queue suprathermique sur les ions. Dans le cas du chauffage par conversion de mode, quand la résonance cyclotronique est vers l'extérieur du tore, une valeur trop élevée du champ électrique conduit à piéger les particules dans les miroirs locaux, les faisant ainsi sortir de la configuration magnétique. Ces particules ainsi déconfinées emportent une énergie importante. Deux effets en résultent : d'une part une perte d'efficacité du chauffage, une partie de la puissance de l'onde est perdue presque instatannément ; d'autre part ces particules rapides déconfinées sont une source d'impureté quand elles viennent bombarder la paroi.

L'étude des résonances d'impuretés avec l'onde a permis de mettre en évidence un schéma de divertor HF basé sur l'interaction entre l'onde lente et une impureté judicieusement choisie. Si la résonance est suffisamment vers l'extérieur du tore, les trajectoires sont déconfinées et l'ion est chassé du plasma. Nous avons montré expérimentalement qu'il suffisait d'enlever 1 degré d'ionisation d'une impureté pour entraîner tous les degrés d'ionisation. Ce mécanisme sera efficace si l'ion résonant est l'ion le plus abondant à l'endroit de la résonance. Cette expérience a également permis de localiser la position de la résonance hybride et de montrer le bon accord avec la position théorique calculée à l'aide de la formule III.

Enfin nous avons souligné un mécanisme possible de chauffage des ions du plasma par l'intermédiaire des résonances d'impuretés. Cette dernière conclusion demande une investigation expérimentale soignée pour pouvoir donner des résultats quantitatifs. Il faut noter que tous ces schémas de chauffage ou de divertor sont basés sur le principe de la conversion de mode et sur l'existence de l'onde lente. Pour pouvoir les utiliser il est nécessaire d'exciter l'onde lente. Cela suppose une structure d'excitation depuis l'intérieur du tore. Une antenne située du côté faible champ magnétique ne serait pas capable de coupler de la puissance sur l'onde lente dans des grandes machines, la distance entre coupure et résonance étant trop importante.

## REFERENCES


[1] P.C. Clemmow et P.J. Dougherty "Electrodynamics of Particles and Plasmas" (Addison - Wesley, 1969, Cambridge).

[2] A. Samain, Ann. Phys. 4, 395 (1979).

[3] J.P.M. Schmitt et Y. Lapierre, J. Plasma Physics 20, 95 (1978).

[4] J.P.M. Schmitt, Phys. Fluids, 19, 245 (1976).

[5] S. Chandrasekar, Rev. Modern Phys. 15, 1 (1943).

[6] L. Spitzer, "Physics of Fully Ionised Gases" Intersciences Publ. (New York) 1956.

[7] T. Stix, Nucl. Fusion 15, 737 (1975).

[8] F. James, Reports Progr. Physics 43, 1145 (1980).

[9] K.W. Whang, G.J. Morales, B.D. Fried, Proc. 2$^{e}$ Grenoble-Varenna Int. Symp. I, 613 (1981).

[10] J.A. Borders, R.A. Langley, K.C. Wilson, J. Nucl. Mat. 76 et 77, 168 (1978).

[11] D.A. Marty, Communication privée.

[12] C. Breton, C. De Michelis, M. Finkenthal, M. Mattioli, Rapport EUR-CEA-FC 948 (1978).

[13] C. Breton, C. De Michelis, M. Finkenthal, M. Mattioli, J. Phys. E : Scient. Instrum. 12, 894 (1979).

[14] V.A. Abramov et al., Proc. 8$^{e}$ Eur. Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics, 1, 30 (1977).

[15] W. Stodiek et al., Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fusion Res. (Bruxelles 1980) IAEA I, 9 (1981).

[16] T.F.R. Group, Nucl. Fusion, 17, 1297 (1977).

[17] J.P. Gérard, 3$^{e}$ Joint Varenna-Grenoble Int. Symp. Conférence invitée F1 (1982).

[18] B. Gagey, Thèse de Docteur Ingénieur Université d'Orsay (1981).

# CONCLUSIONS

Nous avons essayé, tout au long de cette thèse, d'établir un ensemble cohérent du chauffage cyclotronique ionique. L'analyse nous a conduit à établir des résultats qualitatifs qui se sont confirmés expérimentalement. Les points forts de cette analyse sont les suivants :

- nous avons pu définir deux régimes de chauffage : le régime minoritaire et le régime de conversion de mode. En terme de bilan ces deux régimes sont totalement différents. Dans le premier cas, le chauffage du plasma passe à travers le canal d'une population minoritaire très sensible au champ HF électromagnétique. Cette population présente une forte déformation de sa fonction de distribution. Les effets nocifs liés à ce régime ne nous ont jamais permis d'atteindre un niveau de puissance important (supérieur à 500 KW). L'efficacité du chauffage est également plus faible que dans le régime de conversion de mode. Il faut noter cependant que sur PLT, le régime minoritaire qui est le plus étudié, semble conduire à des résultats meilleurs que sur T.F.R.. Toutefois, la densité de puissance atteinte dans cette machine, du fait de son volume, est beaucoup plus faible que celle atteinte dans T.F.R..

Dans le second cas, conversion de mode, le rôle des électrons est fondamental. En absorbant une partie de la puissance de l'onde, ils contribuent au bilan énergétique. De plus, nous avons montré que le chauffage des électrons est, dans la plupart des cas étudiés, localisé au centre de la décharge conduisant ainsi à un meilleur confinement de l'énergie.

- le rôle de la couche hybride ion-ion a été prouvé sans ambiguité. Aussi bien les mesures de propagation, mettant en évidence l'existence de modes toroïdaux due à cette couche résonante, les expériences de diffusion $CO_2$ qui ont montré l'amplification de l'onde rapide sur la couche de conversion et l'existence de l'onde lente que l'expérience de "divertor HF" ont permis de vérifier l'exactitude du calcul théorique de la position de la résonance hybride. Il nous paraît important également d'avoir établi que les propriétés de couplage d'une antenne ne dépendent que de la propagation plasma froid. On peut dire que l'antenne ne voit finalement que l'existence d'une couche singulière qui permet d'évacuer le flux d'énergie. Le canal exact de dissipation de cette énergie importe peu. Ce résultat est essentiel pour l'extrapolation aux grandes machines. En effet, cette approche plasma froid est beaucoup plus

facile à traiter et beaucoup plus rigoureuse. Le calcul que nous avons présenté au chapitre IV peut très facilement être généralisé au cas des grands Tokamaks. L'étape ultérieure qu'il nous faudra franchir est la prise en compte de la géométrie réelle. Seul ce calcul en deux dimensions donnera de manière quantitative la structure du champ de l'onde rapide dans la décharge.

Nous nous devons d'aborder maintenant les lacunes qui restent à combler. Si la physique qui régit les phénomènes est bien décrite par les concepts avancés dans cette thèse, il n'en reste pas moins que nous avons beaucoup de difficulté à donner des valeurs numériques correctes. Le premier point qu'il nous faut comprendre et quantifier est la structure exacte du champ électrique sur la couche de conversion. Les mesures de sonde ont montré que la couche hybride pouvait agir comme un miroir. Les mesures de diffusion $CO_2$ ont mis en évidence l'amplification du champ électrique, résultat confirmé par les expériences sur l'Argon. Néanmoins aucune valeur réelle du champ électrique n'a pu être donnée. Certaines théories montrent que, si le champ électrique est trop élevé, il peut s'ensuivre des effets non linéaires qui conduisent à une absorption collisionnelle indépendamment de la résonance cyclotronique. Nous n'avons pas du tout abordé les problèmes non linéaires dans ce travail, il ne faut pas pour autant négliger leur existence. Dans le cas du chauffage à la résonance hybride basse, par exemple, ils sont prépondérants.

La valeur du champ électrique sur la couche de conversion est également nécessaire pour établir un dépôt de puissance théorique de l'onde. Les études de trajectoires par le code Monte Carlo ont montré que le confinement des particules est très sensible à la valeur du champ à la résonance. Déterminer l'amplitude de l'onde sur la couche de conversion permettrait une étude exacte du confinement.

Enfin sur le plan expérimental, les études faites avec l'Argon sont encore très préliminaires. Comment varie l'efficacité du phénomène avec la puissance HF ? Est-ce réellement une possibilité de Divertor ? Pourrait-on maitriser l'afflux d'impuretés lourdes qui se produit au cours des expériences et obtenir une meilleures efficacité ? Ces questions sont restées en suspens du fait de la panne machine. Mais des réponses doivent être apportées.

En quatre ans, le chauffage cyclotronique a acquis ses lettres de noblesses. D'une technique qui doit faire ses preuves, il est devenu une alternative très plausible à l'injection de neutres rapides. Sur JET en

particulier, il est prévu de disposer de 30 MW HF et de 25 MW d'injection de neutre. Le chauffage cyclotronique ionique possède la grande qualité de pouvoir disposer de générateur de puissance sans avoir à réaliser de prouesse technologique. Le seul développement technologique important est celui des antennes. Il semble cependant que l'on puisse être confiant. La communauté scientifique qui travaille sur la fusion thermonucléaire contrôlée, attend avec impatience les premiers résultats de JET et TFTR. Le chauffage cyclotronique ionique devrait être l'un des éléments de ce succès.

# ANNEXE 1

## Résolution Numérique de l'Equation de Dispersion

Nous développons ici la méthode numérique utilisée pour résoudre l'équation de dispersion plasma chaud électromagnétique. Nous préciserons également la géométrie du problème tel qu'il se pose dans la configuration magnétique Tokamak.

Nous avons établi au chapitre I l'équation de dispersion plasma chaud. Etant donné une onde de pulsation $\omega$ réel nous cherchons les solutions en vecteur d'onde de l'équation

$$D(\omega, \bar{k}) = 0. \tag{1}$$

où D est un déterminant 3 x 3 :

$$D \equiv \det\left(\bar{k}\bar{k} - k^2 \bar{\bar{I}} + \frac{\omega^2}{c^2} \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2} \frac{\omega}{k_{//} v_s} e^{-\lambda_s} \sum_m \bar{\bar{S}}_s^m\right) \tag{2}$$

$\bar{\bar{I}}$ est la matrice unité.

Dans un repère $R_1$ lié au champ magnétique et au vecteur d'onde défini par :

$$\bar{e}_{//} = \bar{B}/|B| \tag{3}$$

$$\bar{e}_{\perp} = \left(\bar{k} - \frac{\bar{k}.\bar{B}}{|B|}\bar{e}_{//}\right)/\left|\bar{k} - \frac{\bar{k}.\bar{B}}{|B|}\bar{e}_{//}\right| \tag{4}$$

$$\bar{e}_3 = \bar{e}_{//} \times \bar{e}_{\perp} \tag{5}$$

le vecteur d'onde peut s'écrire

$$\bar{k} = k_{\perp}\bar{e}_{\perp} + k_{//}\bar{e}_{//} \tag{6}$$

et les matrices $S_s^m$ :

$$S_{s\,11}^m = -m^2 Z(\xi_s^m) I_m(\lambda_s)/\lambda_s$$

$$S^m_{s22} = -Z(\xi^m_s)\left[\lambda_s \frac{d^2}{d\lambda_s^2} I_m + (1-2\lambda_s)\frac{d}{d\lambda_s} I_m + \lambda_s I_m\right]$$

$$S^m_{s33} = \xi^m_s \left(\frac{d}{d\xi_s^m} Z\right) I_m$$

$$S^m_{s12} = -S^m_{s21} = i\,m\,Z(\xi^m_s)\left[\frac{d}{d\lambda_s} I_m - I_m\right]$$

$$S^m_{s23} = -S^m_{s32} = i\left(\frac{d}{d\xi_s^m} Z\right)\sqrt{\lambda_s/2}\left[\frac{d}{d\lambda_s} I_m - I_m\right].$$

$$S^m_{s13} = S^m_{s31} = m\left(\frac{d}{d\xi_s^m} Z\right) I_m \Big/ \sqrt{2\lambda_s}$$

Considérons une section droite du tore (cf. figure III.1).

La direction x est la direction de $\overline{\nabla}|B|$, la direction z est la direction du champ toroïdale, la direction y est la troisième direction.

Si nous supposons $k_x$, $k_y$, $k_z$ connus dans ce repère $R_o$, on calcule facilement $k_\perp$ et $k_{//}$

$$k_\perp^2 = k_x^2\left[1 - \frac{B_p^2}{B^2}\sin^2\theta\right] + k_y^2\left[1 - \frac{B_p^2}{B^2}\cos^2\theta\right] + k_z^2\frac{B_z^2}{B^2} + 2\,k_x k_y \frac{B_p^2}{B^2}\sin\theta\cos\theta \qquad (7)$$

$$k_{//} = -k_x\frac{B_p}{B}\sin\theta + k_y\frac{B_p}{B}\cos\theta + k_z\frac{B_z}{B} \qquad (8)$$

On peut écrire l'équation (1) en fonction de $k_x$, $k_y$, $k_z$. Nous avons indiqué dans le chapitre III que l'une des hypothèses du calcul consiste à supposer que $k_y$ et $k_z$ sont fixés et que seul $k_x$ varie. Dans ces conditions, l'équation (1) est une équation implicite en $k_x$. Il apparaît clairement que cette solution n'a pas de solutions analytiques simples. Nous résolvons donc l'équation (1) numériquement à l'aide d'une méthode de Newton.

Le but du programme est de pouvoir tracer des courbes de dispersion identiques à celles montrées au chapitre III qui montrent l'évolution de $k_x$ à travers le plasma. On prend en compte les profils de densité électronique et de température qui sont approchés par

$$n_e(x,y) = n_{eo}\left(1 - \frac{x^2+y^2}{a^2}\right)^{e_1}$$
$$T_e(x,y) = T_{eo}\left(1 - \frac{x^2+y^2}{a^2}\right)^{e_2} \qquad (9)$$
$$T_i(x,y) = T_{io}\left(1 - \frac{x^2+y^2}{a^2}\right)^{e_3}$$

De même on calcule le champ poloïdal en chaque point en supposant que le courant toroïdal est obtenu par la relation

$$j(x,y) = \sigma_{sp}(x,y)\, E_o$$

$E_o$ est un champ électrique constant ; $\sigma_{sp}$ est la conductivité de Spitzer qui varie en $T_e^{+3/2}$ :

$$\sigma_{sp}(x,y) = \sigma_o \frac{T_e^{3/2}}{T_{eo}^{3/2}}(x,y) \qquad (10)$$

Le champ poloïdal s'écrit alors

$$B_p(x,y) = \frac{\mu_o a^2}{2\left(\frac{3e_2}{2}+1\right)} \frac{J_o}{(x^2+y^2)^{1/2}}\left[1 - \left(1 - \frac{x^2+y^2}{a^2}\right)^{\frac{3e_2}{2}+1}\right] \qquad (11)$$

$J_o$ est la densité de courant au centre qui se déduit de la valeur du champ toroïdal et de q au bord

$$J_o = \frac{2\, B_z\left(3e_2/2+1\right)}{R_o\, q(a)\, \mu_o} \qquad (12)$$

avec
$$q(a) = \frac{2\pi B_z a^2}{R_o \mu_o I}$$

La relation de dispersion est résolue dans un plan y = constante. Elle est résolue de proche en proche en utilisant deux algorithmes différents. On cherche tout d'abord pour une valeur $x_o$ donnée, la solution $k_x$ correspondant à l'onde rapide $\left(k_x \sim \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2}\frac{\omega^2}{c^2}\right)$. Soit $k_o$ une valeur approchée de la solution, posée à priori. On calcule alors chacun des termes de la suite

$$k_n = k_{n-1} + D(\omega, k_{n-1}) \Big/ \frac{\partial D}{\partial k_x}\Big|_{k_x = k_{n-1}} \qquad (13)$$

La valeur exacte de la solution est obtenue comme limite de la suite. La relation (13) montre que cette approche ne permet pas une convergence rapide quand $\partial D/\partial k_x$ tend vers 0. Hors, les courbes (III.5) ou (III.9) montrent que près du point de conversion de mode $\frac{dk_x}{dx}$ devient infini c'est-à-dire $\partial D/\partial k_x$ tend

vers zéro. Il faut donc utiliser un second algorithme.

Dans ce cas on cherche alors le point x qui correspond à une valeur de $k_x$ donnée. L'inconnue est la variable x. Elle est obtenue comme limite de la suite

$$x_n = x_{n-1} + D(\omega, x_{n-1}) \Big/ \frac{\partial D}{\partial x}\Big|_{x=x_{n-1}} \qquad (14)$$

$k_x$ étant pris égal à $k_{x_0}$ donné.

Ces deux algorithmes permettent de tracer les courbes de dispersion dans tous les cas.

Le programme est capable de résoudre l'équation de dispersion d'un plasma contenant 7 espèces ioniques.

# ANNEXE 2

## Résolution de l'équation d'onde plasma froid

Nous avons établi au chapitre IV l'équation d'onde (IV.5)

$$(S - n^2)\frac{d^2E}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\left[(S-n^2) - D^2\right]E = 0. \qquad (1)$$

avec

$$S = 1 - \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} \qquad (2)$$

$$D = \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2}\frac{\omega}{\omega_{ci}} \qquad (3)$$

Afin de résoudre cette équation différentielle en prenant en compte un profil de densité ainsi que la variation spatiale du champ magnétique, nous avons découpé l'intervalle d'intégration $[-r_p, r_p]$ en segment $I_i$ égaux. Dans chacun des segments, les coefficients de l'équation différentielle sont linéarisés. Notons, au préalable que nous avons supprimer la résonance cyclotronique dans les coefficients S et D en les multipliants par $\prod_i (\omega - \omega_{ci})$ .

La seule singularité qui apparaisse est définie par

$S = n^2$ correspondant à la résonance hybride ion-ion.

Dans chaque intervalle $I_i = [x_i, x_{i+1}]$ , l'équation différentielle s'écrit :

$$\zeta E'' + k_o^2(\zeta - \varepsilon)E = 0 \qquad (4)$$

avec

$$x_i = -r_p + 2i\, r_p (n+1)^{-1} \qquad (5)$$

$$x_{o,i} = (x_{i+1} + x_i)/2 \qquad (6)$$

$$a = \frac{S(x_{i+1}) - S(x_i)}{x_{i+1} - x_i} \qquad (7) \qquad b = S(x_{o,i}) - n^2 \qquad (8)$$

$$c = \frac{\left[(S(x_{i+1}) - n^2)\right]^2 - D^2(x_{i+1}) - \left[(S(x_i) - n^2\right]^2 - D(x_i)}{x_{i+1} - x_i} \qquad (9)$$

$$d = [S(x_{0,i}) - n^2]^2 - D^2(x_{0,i}) \tag{10}$$

$$z = a(x - x_{0,i}) + b \tag{11}$$

$$k_0^2 = c/a \tag{12}$$

$$\varepsilon = ad/c \tag{13}$$

Dans chacun des intervalles, la résolution de l'équation (1) dépend de la position du point z = 0. Si z = 0 n'est pas dans l'intervalle $I_i$, alors les solutions s'expriment simplement par des serres entières.

$$E(z) = \sum_0^\infty \alpha_n (z-b)^n \tag{14}$$

Les coefficients $\alpha_n$ sont donnés par les relations de résonance

$$\alpha_{n+2} = [-k_0^2 \alpha_{n-1} + k_0^2 \varepsilon \alpha_n - n(n+1)d_{n+1}]/(n+1)(n+2) \tag{15}$$

Les constantes d'intégrations sont $\alpha_0$ et $\alpha_1$.
Les coefficients $\alpha_n$ sont calculés numériquement.

Si par contre z = 0 est dans l'intervalle $I_{i_0}$, les solutions ne sont plus toutes les deux des séries entières. Une seule des deux solutions est régulière. Toutefois on peut encore les calculer sous formes de séries. La solution totale s'écrit :

$$E(z) = E_1 f_1(z) + E_2 f_2(z) \tag{16}$$

avec

$$f_1(z) = z \sum_1^\infty \varphi_n z^n \tag{17}$$

$$f_2(z) = g_1 f_1(z) \operatorname{Ln} z + h(z) \tag{18}$$

En reportant la relation (18) dans l'équation (4) on obtient l'équation différentielle sur h

$$z h'' + k_0^2 (z - \varepsilon) h = \frac{g_1}{z} [f_1 - 2 z f'] \tag{19}$$

La fonction $f_1$ étant nulle pour z = 0 ; h peut s'obtenir comme une série entière sous la forme

$$h = -1 + \sum_{1}^{\infty} \theta_n \, z^n \tag{20}$$

Les relations de recurrence sur les $\varphi_n$ et les $\theta_n$ sont :

$$\varphi_{n+1} = k_0^2 (\varepsilon \varphi_n - \varphi_{n-1}) / (n+1)(n+2) \tag{21}$$

$$\theta_{n+1} = [k_0^2 (\varepsilon \theta_n - \theta_{n-1}) - (2n+1) g_1 \varphi_n] / n(n+1) \tag{22}$$

En posant n = 0, on obtient la valeur de $g_s$

$$g_1 = - k_0^2 \varepsilon \varphi_0^{-1} \tag{23}$$

Les constantes d'intégration sont $\varphi_0$ et $\theta_1$ .

On est donc capable de calculer le champ électrique en tout point du plasma. La continuité de la solution est assurée entre chaque segment d'intégration.

L'avantage de cette méthode d'intégration par rapport à une méthode numérique complète est le traitement analytique de la singularité. La solution est valable pour tout point de la droite réelle alors qu'une intégration numérique nécessiterait de résoudre la singularité en ajoutant, par exemple une partie imaginaire à la variable d'intégration. Ceci déplacerait la singularité dans le plan complexe, et le pas d'intégration devrait être plus petit que la distance de la singularité à l'axe réel. De plus, cette méthode entraînerait un amortissement de l'onde qu'il faudrait justifier.

Nous allons maintenant calculer le vecteur de Poynting dans le segment contenant la singularité. Le vecteur de Poynting dans la direction x est donné par :

$$S_x = \frac{i}{4\mu_0 \omega} \left[ E \cdot \left( \frac{dE}{dx} \right)^* - c.c. \right] \tag{24}$$

En utilisant les relations (16), (17) et (18) on trouve

$$S_x \propto \left[ \frac{E_1 E_2^* - c.c.}{4i \mu_0 g_1 \omega} + \frac{E_2 E_2^*}{4i \mu_0 \omega} (Ln\, z - Ln^*\, z) \right] \times$$

$$\times \left\{ g_1^2 \frac{f_1^2}{z} + g_1 f_1 \frac{dh}{dz} - g_1 h \frac{df_1}{dz} \right\} \tag{25}$$

Démontrons que $S_x$ est constant de part et d'autre de la singularité.

Après un minimum d'algèbre, on obtient

$$\frac{dS_x}{dz} \propto \left[ \frac{E_1 E_2^* - c.c.}{4i\omega\mu_0 g_1} + \frac{E_2 E_2^*}{4i\omega\mu_0} (Ln\, z - Ln^* z) \right] \times$$

$$g_1 \left\{ f_1 \left[ \frac{d^2 h}{dz^2} + g_1 \left( \frac{2}{z} \frac{df_1}{dz} - \frac{f_1}{z^2} \right) \right] - h \frac{d^2 f_1}{dz^2} \right\} \qquad (26)$$

On reconnait l'équation différentielle de la fonction h

$$h'' = + \frac{g_1}{z^2} \left[ f_1 - 2z \frac{df_1}{dz} \right] - \frac{k_0^2}{z} (z - \varepsilon) h \qquad (27)$$

Finalement, il apparaît

$$\frac{dS_x}{dz} \propto g_1 \left\{ f_1 \left[ - \frac{k_0^2}{z} (z - \varepsilon) h \right] - h \frac{d^2 f_1}{dz^2} \right\} \qquad (28)$$

qui n'est autre que l'équation différentielle satisfaite par $f_1$. On vérifie bien partout où h et $f_1$ sont dérivables

$$\frac{dS_x}{dz} = 0.$$

# PUBLICATIONS

J.P.M. Schmitt et Y. Lapierre
"Resonant Wave-particle interaction at the half-integer cyclotron harmonics" J. Plasma Phys. 20, 95 (1978).

J.P.M. Schmitt et Y. Lapierre
"Exact treatment of the warm inhomogeneous plasma capacitor" Plasma Phys. 21, 267 (1979).

J. Jacquinot et Y. Lapierre
"Damping Mechanism and Heating Scenari in the ICRF" Proc. of the 2nd Joint Grenoble-Varenna Int. Symp. I, 541 (1980).

Y. Lapierre
"Excitation and Propagation of the Fast Wave in a two Component non Uniform Plasma" ibid I, 549 (1980).

Y. Lapierre
"Magnetosonic wave propagation in the mode conversion regime" Soumis pour publication à J. Plasma Physics en 1982.

B. Gagey, Y. Lapierre, D. Marty
"Monte Carlo studies of ion cyclotron heating in Tokamaks" 3e Joint Grenoble-Varenna Int. Symp. (Grenoble, 1982).

J. Adam, J. Jacquinot, Y. Lapierre, D.A. Marty
Proc. 4e Topical Conference on RF plasma heating, Austin (1981).

T.F.R. Group
"Experimental study of the fast wave propagation in T.F.R." ibid.

T.F.R. Group
"Impurity pump out at the two ion hybrid resonance during ICRF experiments in T.F.R." Soumis pour publication à Nuclear Fusion.

T.F.R. Group
"RF divertor principle study in the T.F.R. plasma" 5e Int. Conf. on Plasma surface interaction in Contr. Fusion Devices (Gatlinburg, 1982).